B. T.

Tannery,
DIOPHANTUS.

DIOPHANTI ALEXANDRINI
OPERA OMNIA
CUM GRAECIS COMMENTARIIS.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

PAULUS TANNERY.

VOLUMEN I
DIOPHANTI QUAE EXSTANT OMNIA CONTINENS.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCXCIII.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

De codicibus Diophanteis manu scriptis in altero huius editionis volumine fusius disputaturus, pauca hic tantum, et quae omnino necessaria, adnotabo.

Variantes lectiones collegi ex his fontibus:

A = codex Matritensis 48 (fol. 58—135) s. XIII nempe ante Maximum Planudem scriptus, et omnium, quorum ad nos notitia pervenit, antiquissimus.

B_1 = codex Marcianus 308 (fol. 50—272), s. XV, olim Bessarionis cardinalis et a Regiomontano anno 1464 Venetiae visus. Recensionem Planudeam commentariumque exhibet.

Ba = editio Diophanti, auctore Claudio Gaspare Bacheto Meziriaco, Lutetiae, 1621. Negligenda erat Fermatiana (Tolosae, 1670) quae textum eundem mendose repetivit.

B litera consensum B_1 et *Ba* significavi vel, quando eodem loco discrepans lectio *Ba* adnotata est, codicem B_1 solum; cuius compendii ratio mox patebit.

Praeterea quasdam auctoritates haud magna ex parte attuli:

V = codex Vaticanus graecus 191 (fol. 360—392) in Italia fere medio s. XV e codice A nondum corrupto descriptus. Nam valde dolendum est, in duobus prioribus praesertim libris, ad exemplar alicuius codicis alterius familiae (B) praestantissimum Matritensem sero ita exactum fuisse ut aliquando prior scriptura vel funditus erasa sit vel omnino legi nequeat: tunc ergo invocandus erat vetustissimus illius codicis A apographus, quem iamdiu sedulo contuleram.

Xylandri interpretatio latina, quae prima Basileae, 1575, prodiit, vix mihi usu fuit; Guelferbytanus codex Gudianus 1, s. XV, quem in promptu Xylandrum habuisse mihi persuasum est, vel e Marciano B_1 descriptus fuit, vel e simillimo quodam nunc deperdito, cuius decem folia (s. XIV) tantum salva exstant in Ambrosiano Et sup. 157.

Auria Neapolitanus, s. XVI exeunte, Xylandrea interpretatione et tribus Vaticanis codicibus usus (191, 304, 200), textum graecum conflavit in Parisino 2380 et Ambrosiano E 5 sup. servatum; haud raro Marte proprio lacunas supplevit, mendososque locos sanavit, quae omnia fucum antiquitatis facere non debent. Sed viri, mathematices haud inexperti graecisque literis eruditi, tentamina non prorsus despicienda erant; quaedam ex illis attuli, cum Bachetianis comparanda. Quoad praedictos Vaticanos codices, de n. 191, cuius n. 304 (s. XVI) apographus est, iam mentionem intuli; n. 200 ex Ambrosiano A 91 sup., ille ex B_1 descriptus est anno 1545.

Codicem Regium, nunc Parisinum 2379, cuius ope Bachetus suam editionem adornavit, Ioannes Hydruntinus post annum 1545 descripserat, Vaticanum gr. 200 in prioribus duobus libris, gr. 304 in aliis secutus. Eundem gr. 304 Sirmondus Bacheto ex parte transcribendum curaverat; Palatinus denique (nunc in

Vatic. biblioth. Palatinus gr. 391), de quo editor a Salmasio relationem accepit, a Xylandro ut typis mandaretur, paratus fuerat.

De quibus certior factus, Diophanteis octo codicibus integris collatis, aliisque quattuordecim sine fructu excussis, haud dubitavi quin Matritensis A ut fons praecipuus, imo propemodum unicus, mihi eligendus foret; etenim Planudea recensio B omnibus fere mendis mire consentit, perpaucis locis tantum ad arbitrium mutatis in prioribus duobus libris aut quibusdam vocibus ad normam graece loquendi adactis. Sed Alexandrinum hominem, tertio post Chr. natum saeculo mathematica scribentem, purissimi sermonis exemplar exhibuisse et nunquam apud grammaticos offendisse vix mihi persuasum erit; barbarismos tantum, ex oscitantia librariorum ortos, tollere satis erat.

Ne in immensum variantium lectionum farrago cresceret, multas, utpote ad scopum criticum prorsus inutiles, consulto omisi, de quibus tamen peculiaris sermo mihi nunc instituendus est, ut a falsis opinionibus lector caveat.

In primis monendum est problematum numeros ordinales in codice A sera manu insertos esse ex manuscripto familiae B, nullos antea fuisse; discrepantiam inter A et B_1 in sexto libro tantum invenies, quam notavi, ex errore manifesto in B_1 ortam. Ceterorum codicum ea de re magna dissensio est, nulla auctoritas; numeros Bachetianos, romanis notis tantum expressos et commentario Planudeo male accomodatos, in margine interpretationis latinae indicavi.

Ad alia maioris momenti transeundum est.

Mihi in primis cordi erat ad Diophanti mentem restituere technicorum compendiorum, ne dicam notarum algebraicarum usum, quem in editione Bacheti inconstantem, imo male perversum iudicabam. Statim animadverti in codicibus A et B_1 pariter priorum librorum compendia fere ubique, ultimorum interdum resoluta esse; quod librario deperditi archetypi qui VIII vel IX s. scriptus nostrorum codicum fons communis fuit, verisimiliter tribuendum est. Etenim, ut alios errores inde ortos omittam, quos in apparatu critico notavi, multimodis prave imo pessime finalibus voces affectae sunt, quae methodice per compendia scribendae fuerant; quum Diophanteus usus ex articulorum casibus aliunde certe dignoscitur, talia omnino corrupta esse patent. Ergo statui, nulla codicum ratione habita, compendia[1]) pro vocibus, et interdum voces pro compendiis ponere, sicut a Diophanto ipso ea posita fuisse iudicavi; nullas finales syllabas compendiis addere (nisi perraro, ob perspicuitatem), etsi in codicibus contrarius usus constanter observetur; nullam casuum varietatem in notis criticis indicare, quoties de compendio in textu recepto agebatur; quae audaciora fortasse quibusdam dicenda

1) Praeter ea quae in prooemio (p. 4—12) Diophantus ipse declaravit, alia compendia iisdem causis pluribus in locis sine finalibus tacite reposui: $\beta^{\pi\lambda.}$ = *διπλασ(ίων)*, $\gamma^{\pi\lambda.}$ = *τριπλασ(ίων)* etc.; varietate lectionum *διπλάσ(ιος)*, *τριπλάσ(ιος)* nihilominus indicata: $\pi^{\lambda.}$ = *πλευρ(ά)*; *γί.* = *γίνεται* vel *γίνονται*, etc.; *ἴσ.*, aequalitatis nota, varie secundum phrasin legenda; contra finales syllabas compendio $\square$ = *τετράγων(ος)* addidi, sicut tacite literis ordinalibus, $\alpha^{o\varsigma}$ = *πρῶτος*, $\beta^{o\varsigma}$ = *δεύτερος*, etc.; quanquam in codicibus persaepe solo accentu notentur.

sunt; sed haud semel perpensa omnium neglectarum lectionum farragine, nullum inde fructum colligi posse mihi certum est. Ut exemplum unicum proferam, quae fides librario habenda est cuius non maximum vitium fuit *μονάδαι* pro *μονάδες* scribere?

Attamen, ut meam sententiam declararem, nempe Diophantea compendia scripturae non lectionis esse, ideoque secundum voces canonice declinatas enuntianda esse, ad hanc hypothesin encliticorum accentuum usum adegi.

De compendiorum figuris nisi quoad vocem *ἀριθμός*, pauca mihi dubitatio fuit; hoc tantum monitum sit, initialium literarum *Δ*, *K*, *M*, unciales formas in codice A servatas esse, etsi in B_1 minusculae praevaleant. In nota ϛ contra eligenda diu ambiguus haesi; talem formam vix vere inveni in B_1, nisi in loco definitionis (p. 6, 5). Similis eodem loco apparet in A, sed charta erasa fuit, notaque posteriore manu refecta. Fere ubique alibi (nempe post priores libros, ubi compendium plerumque, ut dixi, resolutum est) forma, utpote parum commoda, mutata est; in B_1 accedit ad eam quam Bachetus expressit, scilicet ς; in A longe alia invenitur, nempe ɥ. Notandum est insuper in utroque codice, quoties pluralis numerus est, compendium duplicari (ςς vel ɥɥ).

Fateor igitur haud firmissima auctoritate formam ϛ niti; attentius tamen omnia mihi perpendenti persuasum est, ex pluribus inter voces *καὶ* et *ἀριθμός* confusionibus, compendia utrimque similia fuisse (quod reperitur in forma ϛ) saltem in eo codice ex quo descriptus est ille pessimus nostrorum archetypus; genuinam Diophantei compendii figuram conii-cere vix conandum esse, quum librarius quisque ex usu temporis sui mutationibus haud pepercerit; dupli-cationem compendii in plurali numero, utpote ex norma scribendi derivatam quam omnes Byzantini scribae didicerunt, sed haud agnoverat Diophantus, omnino reiiciendam esse; de quo ampliora in altero volumine disseram.

Similia dicam de signo $\times$, ex coniectura electo (p. 6, 21) inter innumeras formas quas praebent codices; sed in re minoris momenti immorari nolo.

Fractionum denominatores supra lineam ubique scripsi; idem enim fecisse visa est prima manus codicis A, raris saltem in locis qui in testimonium vocari possunt; notandum est enim paulo diversum fuisse usum Maximi Planudis, qui pro *τρία τέταρτα*, exempli gratia, scribebat $\bar{\gamma}^{\delta'}$. Inde in duobus priori-bus libris, quos commentatus est, similiter notati denominatores inveniuntur in codice B_1 et posteriore manu in A, ubi eos prima ubique omiserat. In quattuor ultimis libris, uterque codex nullos omnino denomi-natores exhibet, nisi ubi contrarium in critico appa-ratu notatum est. Pariter omissos fuisse denomina-tores in communi fonte patet; cuius negligentiae facilius ratio affertur si supra lineam scripti cum glossematibus inexperto librario expungendi visi sunt, quam si Planudeus modus, quem secutus est Bachetus, antea adhibitus fuisset[1]).

1) Attamen a Diophanto ipso denominatorem omitti po-tuisse credidi, quandocumque iam prius expressus numerus supra alios numeratores mox repetendus erat; tunc enim

De nova interpretatione mea quid dicam? Quum graecus sermo in disciplinis tradendis perspicuitate latinum multo superet, mataeotechnia fuisset, ut cum Vieta loquar, si veterum translatorum viam secutus, Diophantea aliquando propter brevitatem obscura per obscuriora explicare voluissem. Hodiernas igitur locu-tiones technicas notasque algebraicas quas vocant accepi et auctoris sensui quantum potui accomodavi, vix quemquam monendum putans Diophanteos modos loquendi in latino textu haud quaerendos esse. Ratio-nem qua usus sum ut non minus fidelitati erga auctorem quam plurimorum lectorum utilitati consu-lerem, in indicibus alterius voluminis explicabo.

Superest ut duo typographorum menda tollenda esse indicem:

p. 106, 1 in adnotatione critica signum ⩚ omis-sum fuit ante *ἑκατέρου* A. — 384, 25 legendum *ὁσασδήποτε*.

Scribebam Parisiis mense Octobris MDCCCXCII.

nullus ambiguitati locus est, quum ante numeros integros nota $\overset{\circ}{M}$ unitatis constanter inveniatur, ante fractionum nume-ratores deficiat.

Denominatorem unitati (neque binario in fractione $\frac{2}{3}$) suprascriptum fuisse nunquam cum Bacheto credidi, quum vulgarem usum de partibus aliquotis unitatis Diophantus omnino sequi videatur; fateor tamen quibusdam in locis ea de re graviter dubitandum esse meamque sententiam in altero volumine altius excutiendam fore.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM

LIBRI SEX.

DE POLYGONIS NUMERIS

LIBER.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Α.

Τὴν εὕρεσιν τῶν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς προβλημάτων,
τιμιώτατέ μοι Διονύσιε, γινώσκων σε σπουδαίως ἔχοντα
μαθεῖν, [ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον] ἐπειράθην, ἀρξά-
μενος ἀφ᾽ ὧν συνέστηκε τὰ πράγματα θεμελίων, ὑπο-
στῆσαι τὴν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς φύσιν τε καὶ δύναμιν.

Ἴσως μὲν οὖν δοκεῖ τὸ πρᾶγμα δυσχερέστερον,
ἐπειδὴ μήπω γνώριμόν ἐστιν, δυσέλπιστοι γὰρ εἰς
κατόρθωσίν εἰσιν αἱ τῶν ἀρχομένων ψυχαί, ὅμως δ᾽
εὐκατάληπτόν σοι γενήσεται, διά τε τὴν σὴν προθυ-
μίαν καὶ τὴν ἐμὴν ἀπόδειξιν· ταχεῖα γὰρ εἰς μάθησιν
ἐπιθυμία προσλαβοῦσα διδαχήν.

Ἀλλὰ καὶ πρὸς τοῖσδε γινώσκοντί σοι πάντας τοὺς
ἀριθμοὺς συγκειμένους ἐκ μονάδων πλήθους τινός,
φανερὸν καθέστηκεν εἰς ἄπειρον ἔχειν τὴν ὕπαρξιν.
τυγχανόντων δὴ οὖν ἐν τούτοις

ὧν μὲν τετραγώνων, οἵ εἰσιν ἐξ ἀριθμοῦ τινος ἐφ᾽
ἑαυτὸν πολυπλασιασθέντος· οὗτος δὲ ὁ ἀριθμὸς καλεῖ-
ται πλευρὰ τοῦ τετραγώνου·

ὧν δὲ κύβων, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐπὶ τὰς αὐ-
τῶν πλευρὰς πολυπλασιασθέντων,

1—2 Titulum om. *Ba*. 5 ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον om. A. 19
9 ἐστιν in compend. A, ἐστι B. 11 τε om. *Ba*.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER PRIMUS.

Solutionem arithmeticorum problematum discendam, honoratissime mihi Dionysi, quum te nossem cordi habere, tentavi, initio sumpto ab iis quibus constituta est materia fundamentis, numerorum et naturam et vim exponere.

Fortasse difficilior videtur res quae nondum familiaris est, nam male sperant incipientium animi; prompta tamen tibi fiet, alacritatis tuae demonstrationisque meae gratia; celer enim in discendo cupiditas doctrinam accipiens.

Sed et haec nosti et omnes numeros compositos esse Def. I
ex aliqua unitatum quantitate; clarum est in infinitum progredi augmentum. Inter eos existentibus nempe:

aliis quidem quadratis qui fiunt ex aliquo numero in seipsum multiplicato, qui numerus vocatur *latus* [radix] quadrati;

aliis vero cubis, qui fiunt ex quadratis in radices ipsorum multiplicatis;

πολλαπλ. B (item infra 22, p. 4, 2, 4, 7, 8). 21/22 αὐτῶν A *Ba*, ἑαυτῶν B.

ὧν δὲ δυναμοδυνάμεων, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐφ' ἑαυτοὺς πολυπλασιασθέντων,

ὧν δὲ δυναμοκύβων, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐπὶ τοὺς ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτοῖς πλευρᾶς κύβους πολυπλασιασθέντων,

ὧν δὲ κυβοκύβων, οἵ εἰσιν ἐκ κύβων ἐφ' ἑαυτοὺς πολυπλασιασθέντων, ἔκ τε τῆς τούτων ἤτοι συνθέσεως ἢ ὑπεροχῆς ἢ πολυπλασιασμοῦ ἢ λόγου τοῦ πρὸς ἀλλήλους ἢ καὶ ἑκάστων πρὸς τὰς ἰδίας πλευρὰς συμβαίνει πλέκεσθαι πλεῖστα προβλήματα ἀριθμητικά· λύεται δὲ βαδίζοντός σου τὴν ὑποδειχθησομένην ὁδόν.

Ἐδοκιμάσθη οὖν ἕκαστος τούτων τῶν ἀριθμῶν συντομωτέραν ἐπωνυμίαν κτησάμενος στοιχεῖον τῆς ἀριθμητικῆς θεωρίας εἶναι· καλεῖται οὖν ὁ μὲν τετράγωνος **δύναμις** καὶ ἔστιν αὐτῆς σημεῖον τὸ Δ ἐπίσημον ἔχον Υ, Δ^{Υ} δύναμις·

ὁ δὲ **κύβος** καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον K ἐπίσημον ἔχον Υ, K^{Υ} κύβος·

ὁ δὲ ἐκ τετραγώνου ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθέντος **δυναμοδύναμις** καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον δέλτα δύο ἐπίσημον ἔχοντα Υ, $\Delta^{\Upsilon}\Delta$ δυναμοδύναμις·

ὁ δὲ ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτῷ πλευρᾶς κύβου πολυπλασιασθέντος **δυναμόκυβος** καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὰ ΔK ἐπίσημον ἔχοντα Υ, ΔK^{Υ} δυναμόκυβος·

ὁ δὲ ἐκ κύβου ἑαυτὸν πολυπλασιάσαντος **κυβό-**

4 πολλαπλασιασθέντων A hic ut B. 7 συνθέσεος *Ba.* 9 ἢ καὶ ἑκάστου ἢ καὶ ἑκάστων AB. 12 ἐδοκιμάσθη . . . εἶναι (14) om. *Ba.* 15 αὐτῆς B, αὐτῇ A, αὐτῇ *Ba.* 16 δύναμις habet A ante Δ^{Υ}, om. B. 17 ὁ δὲ] ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν αὐτοῦ πλευρὰν πολλαπλασιασθέντος supplet *Ba.* 18 κύβος (post K^{Υ}) om. B. 19 πολλαπλ. AB. 21 ἔχοντα om. *Ba.* 23 πολυπλασιασθεὶς A, πολλαπλασιασθεὶς B, πολλαπλασιασθέντος corr. *Ba.* 24 τὰ] τὸ A *Ba*, om. B. ἔχοντα] ἔχον τὸ *Ba.* 25 δυναμόκυβος om. B. 26 πολλαπλ. B.

aliis biquadratis, qui fiunt ex quadratis in seipsos multiplicatis;

aliis *quadratocubis* [quintae potentiae], qui fiunt ex quadratis multiplicatis in cubos ab eadem qua ipsi radice;

aliis *cubocubis* [sextae potentiae], qui fiunt ex cubis in seipsos multiplicatis;

illorum sive additione, sive subtractione, sive multiplicatione, sive divisione vel inter se vel singulorum cum propriis radicibus, contingit texi plurima problemata arithmetica; solvuntur vero, si eam quae subinde ostendetur viam gradiris.

Compertum est illorum numerorum quemque, breviorem designationem nactum, theoriae arithmeticae elementum esse. Def. II

Ita vocatur hic quidem, quadratus nempe, *dynamis* et est huius signum Δ habens Υ indicem: Δ^{Υ} [x^2].

Ille autem *cubus* et est illius signum K habens Υ indicem: K^{Υ} [x^3].

Qui vero ex quadrato in se ipsum multiplicato, *dynamodynamis*, cuius signum est duo Δ habentia Υ indicem: $\Delta^{\Upsilon}\Delta$ [x^4].

Qui ex quadrato in cubum ab eadem radice qua ipse multiplicato, *dynamocubus*, cuius signum est ΔK, habentia Υ indicem: ΔK^{Υ} [x^5].

Qui ex cubo seipsum multiplicante, *cubocubus*, cuius signum est duo K, habentia Υ indicem: $K^{\Upsilon}K$ [x^6].

κυβος καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον δύο κάππα ἐπίσημον ἔχοντα Υ, $K^{Y}K$ κυβόκυβος.

ὁ δὲ μηδὲν τούτων τῶν ἰδιωμάτων κτησάμενος, ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλῆθος μονάδων ἀόριστον, ἀριθμὸς καλεῖται καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὸ ϛ.

ἔστι δὲ καὶ ἕτερον σημεῖον τὸ ἀμετάθετον τῶν ὡρισμένων ἡ μονὰς καὶ ἔστιν αὐτῆς σημεῖον τὸ Μ ἐπίσημον ἔχον τὸ Ο, $\overset{\circ}{M}$.

Ὥσπερ δὲ τῶν ἀριθμῶν τὰ ὁμώνυμα μόρια παρομοίως καλεῖται τοῖς ἀριθμοῖς, τοῦ μὲν τρία τὸ τρίτον, τοῦ δὲ τέσσαρα τὸ τέταρτον, οὕτως καὶ τῶν νῦν ἐπονομασθέντων ἀριθμῶν τὰ ὁμώνυμα μόρια κληθήσεται παρομοίως τοῖς ἀριθμοῖς·

τοῦ μὲν ἀριθμοῦ,	τὸ ἀριθμοστόν,
τῆς δὲ δυνάμεως,	τὸ δυναμοστόν,
τοῦ δὲ κύβου,	τὸ κυβοστόν,
τῆς δὲ δυναμοδυνάμεως,	τὸ δυναμοδυναμοστόν,
τοῦ δὲ δυναμοκύβου,	τὸ δυναμοκυβοστόν,
τοῦ δὲ κυβοκύβου,	τὸ κυβοκυβοστόν·

ἕξει δὲ ἕκαστον αὐτῶν ἐπὶ τὸ τοῦ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ σημεῖον γραμμὴν ✕ διαστέλλουσαν τὸ εἶδος.

Ἐκθέμενος οὖν σοι τὴν ἑκάστου τῶν ἀριθμῶν ἐπωνυμίαν, ἐπὶ τοὺς πολυπλασιασμοὺς αὐτῶν μεταβήσομαι· ἔσονται δέ σοι καταφανεῖς διὰ τὸ προδεδηλῶσθαι σχεδὸν διὰ τῆς ὀνομασίας.

---

2 κυβόκυβος om. B. 4 ἑαυτῷ] αὐτῷ A. ἀόριστον, ἀριθμὸς Psellus, ἄλογος ϛ̀ AB (ἄλογον propos. *Ba*). 7 ὡρισμίων male *Ba*. αὐτῆς B, αὐτῇ A, αὐτῇ *Ba*. 9/10 παρομοίως] παρονύμως *Ba* (item 13). 17 δὲ om. *Ba*. 21 signum ✕ restitui: ἔχον AB. 23 πολλαπλ. AB. μεταβλήσομαι *Ba*. 25 διὰ τῆς] ἀπὸ τῆς B.

Qui vero nullam talem proprietatem possidet, continet autem in seipso quantitatem unitatum indeterminatam, vocatur *arithmus* [incognitus] et huius signum est ϛ [x].

Est quoque aliud signum, quod in determinatis constans est, unitas, cuius signum est M habem O indicem: $\overset{\circ}{M}$[1]).

Quemadmodum numeris cognomines fractiones aliquotae a numeris derivative vocantur, a 3 triens $\left[\frac{1}{3}\right]$, a 4 quadrans $\left[\frac{1}{4}\right]$, ita cognomines numeris illis supra nominatis fractiones aliquotae ab illis numeris derivative vocabuntur. Def. III

Si denominator est x (arithmus), dicemus *arithmoston* $\left[\frac{1}{x}\right]$; si x^2 (dynamis), *dynamoston* $\left[\frac{1}{x^2}\right]$; si x^3 (cubus), *cuboston* $\left[\frac{1}{x^3}\right]$; si x^4 (dynamodynamis), *dynamodynamoston* $\left[\frac{1}{x^4}\right]$; si x^5 (dynamocubus), *dynamocuboston* $\left[\frac{1}{x^5}\right]$; si x^6 (cubocubus), *cubocuboston* $\left[\frac{1}{x^6}\right]$.

Habebit unaquaeque harum fractionum super signum cognominis numeri lineam ✕ quae discernat speciem.

Exposita tibi uniuscuiusque numerorum appellatione, ad multiplicationem illorum transeo. Erit tibi evidens, quum fere iam declarata fuerit ab ipsa appellatione. Def. IV

---

1) Nullo signo pro unitate in versione utemur.

Ἀριθμὸς μὲν ἐπὶ ἀριθμὸν πολυπλασιασθεὶς ποιεῖ δύναμιν,

	ἐπὶ δὲ δύναμιν,	κύβον,
	ἐπὶ δὲ κύβον,	δυναμοδύναμιν,
	ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	δυναμόκυβον,
	ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	κυβόκυβον.
Δύναμις δὲ	ἐπὶ μὲν δύναμιν,	δυναμοδύναμιν,
	ἐπὶ δὲ κύβον,	δυναμόκυβον,
	ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	κυβόκυβον.
Κύβος δὲ	ἐπὶ κύβον,	κυβόκυβον.

Πᾶς δ' ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον πολυπλασιασθεὶς μονάδα ποιεῖ.

Τῆς οὖν μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης ἀεί, τὸ πολυπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ' αὐτὴν αὐτὸ τὸ εἶδος ἔσται.

Τὰ δ' ὁμώνυμα μόρια ἐφ' ἑαυτὰ πολυπλασιαζόμενα ποιήσει ὁμώνυμα μόρια τοῖς ἀριθμοῖς·

οἷον τὸ μὲν ἀριθμοστὸν

ἐπὶ τὸ ἀριθμοστόν,	δυναμοστὸν ποιεῖ,
ἐπὶ δὲ δυναμοστόν,	κυβοστόν,
[ἐπὶ δὲ κυβοστόν,	δυναμοδυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδυναμοστόν,	δυναμοκυβοστόν,
ἐπὶ δὲ τὸ δυναμοκυβοστόν,	κυβοκυβοστόν,]

καὶ τοῦτο ὁμωνύμως συμβήσεται.

1 μὲν ἐπὶ A, ἐπὶ μὲν B, μὲν οὖν ἐπὶ *Ba.* πολλαπλ. B (item 12, 14, 16). 7 δύναμιν] ποιεῖ add. *Ba.* 11 δ' om. B. 12 πολλαπλ. A hic ut B. 16 δὲ B. 21 ἐπὶ δὲ κυβοστὸν ...... κυβοκυβοστόν (23) om. A. 23 τὸ om. *Ba.* 24 συμβλήσεται *Ba.* Post συμβήσεται, B sic pergit: δυναμοστὸν δὲ ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν κυβοστὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, δυναμοδυναμοστόν· ἐπὶ δὲ κυβοστόν, δυναμοκυβοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοδυναμοστόν, κυβοκυβοστόν. Τὸ δὲ κυβοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν ποιεῖ δυναμοδυναμοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, δυναμοκυβοστόν· ἐπὶ δὲ κυβο-

$$x \times x = x^2$$
$$x \times x^2 = x^3$$
$$x \times x^3 = x^4$$
$$x \times x^4 = x^5$$
$$x \times x^5 = x^6.$$

$$x^2 \times x^2 = x^4$$
$$x^2 \times x^3 = x^5$$
$$x^2 \times x^4 = x^6.$$

$$x^3 \times x^3 = x^6.$$

Omnis numerus in fractionem aliquotam ab ipso denominatam multiplicatus, unitatem facit. Def. V

Quum unitas invariabilis et semper constans sit, in eam multiplicata species eadem species remanet. Def. VI

Fractiones aliquotae inter se multiplicatae facient fractiones aliquotas producto denominatorum cognomines: Def. VII

Sic
$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$$
$$\left[\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^4}\right.$$
$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^5}$$
$$\left.\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^6}\right],$$

secundum id quod in numeris cognominibus evenit.

στόν, κυβοκυβοστόν. Τὸ δὲ δυναμοδυναμοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν δυναμοκυβοστὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, κυβοκυβοστόν. Τὸ δὲ δυναμοκυβοστὸν ἐπὶ ἀριθμοστόν, κυβοκυβοστόν. Πάλιν δὲ τὸ μὲν ἀριθμοστὸν ἐπὶ μὲν δύναμιν ἀριθμὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ κύβον (p. 10, 3).

Ἀριθμοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν δύναμιν,	ἀριθμόν,
ἐπὶ δὲ κύβον,	δύναμιν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	κύβον,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	δυναμοδύναμιν,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον,	δυναμόκυβον.

Δυναμοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	ἀριθμοστόν,
ἐπὶ δὲ κύβον,	ἀριθμόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	δύναμιν,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	κύβον,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον,	δυναμοδύναμιν.

Κυβοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δύναμιν,	ἀριθμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	ἀριθμόν,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	δύναμιν,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον.	κύβον.

5 δὲ om. *Ba* (item 6).

Def. VIII

$$\frac{1}{x} \times x^2 = x$$
$$\frac{1}{x} \times x^3 = x^2$$
$$\frac{1}{x} \times x^4 = x^3$$
$$\frac{1}{x} \times x^5 = x^4$$
$$\frac{1}{x} \times x^6 = x^5.$$

$$\frac{1}{x^2} \times x = \frac{1}{x}$$
$$\frac{1}{x^2} \times x^3 = x$$
$$\frac{1}{x^2} \times x^4 = x^2$$
$$\frac{1}{x^2} \times x^5 = x^3$$
$$\frac{1}{x^2} \times x^6 = x^4.$$

$$\frac{1}{x^3} \times x = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^3} \times x^2 = \frac{1}{x}$$
$$\frac{1}{x^3} \times x^4 = x$$
$$\frac{1}{x^3} \times x^5 = x^2$$
$$\frac{1}{x^3} \times x^6 = x^3.$$

Δυναμοδυναμοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	κυβοστόν,
ἐπὶ δὲ δύναμιν,	δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ κύβον,	ἀριθμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	ἀριθμόν,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον,	δύναμιν.

Δυναμοκυβοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	δυναμοδυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δύναμιν,	κυβοστόν,
ἐπὶ δὲ κύβον,	δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	ἀριθμοστόν,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον,	ἀριθμόν.

Τὸ δὲ κυβοκυβοστὸν

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	δυναμοκυβοστόν,
ἐπὶ δὲ δύναμιν,	δυναμοδυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ κύβον,	κυβοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	ἀριθμοστόν.

Λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ ὕπαρξιν, λεῖψις δὲ ἐπὶ ὕπαρξιν ποιεῖ λεῖψιν, καὶ τῆς λείψεως σημεῖον Ψ ἐλλιπὲς κάτω νεῦον, ⋔.

21 ἐλλειπὲς A

$$\frac{1}{x^4}\times x = \frac{1}{x^3}$$
$$\frac{1}{x^4}\times x^2 = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^4}\times x^3 = \frac{1}{x}$$
$$\frac{1}{x^4}\times x^5 = x$$
$$\frac{1}{x^4}\times x^6 = x^2.$$

$$\frac{1}{x^5}\times x = \frac{1}{x^4}$$
$$\frac{1}{x^5}\times x^2 = \frac{1}{x^3}$$
$$\frac{1}{x^5}\times x^3 = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^5}\times x^4 = \frac{1}{x}$$
$$\frac{1}{x^5}\times x^6 = x.$$

$$\frac{1}{x^6}\times x = \frac{1}{x^5}$$
$$\frac{1}{x^6}\times x^2 = \frac{1}{x^4}$$
$$\frac{1}{x^6}\times x^3 = \frac{1}{x^3}$$
$$\frac{1}{x^6}\times x^4 = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^6}\times x^5 = \frac{1}{x}.$$

Minus multiplicatum in minus facit plus et minus in plus facit minus. Def. IX

Signum negationis est Ψ truncatum deorsum vergens ⋔ [—].

Καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν σοι σαφηνισθέντων, φανεροί εἰσιν οἱ μερισμοὶ τῶν προκειμένων εἰδῶν. καλῶς οὖν ἔχει ἐναρχόμενον τῆς πραγματείας συνθέσει καὶ ἀφαιρέσει καὶ πολλαπλασιασμοῖς τοῖς περὶ τὰ εἴδη γεγυμνάσθαι, καὶ πῶς εἴδη ὑπάρχοντα καὶ λείποντα μὴ ὁμοπληθῆ προσθῇς ἑτέροις εἴδεσιν, ἤτοι καὶ αὐτοῖς ὑπάρχουσιν, ἢ καὶ ὁμοίως ὑπάρχουσι καὶ λείπουσι, καὶ πῶς ἀπὸ ὑπαρχόντων εἰδῶν καὶ ἑτέρων λειπόντων ὑφέλῃς ἕτερα ἤτοι ὑπάρχοντα, ἢ καὶ ὁμοίως ὑπάρχοντα καὶ λείποντα.

Μετὰ δὲ ταῦτα ἐὰν ἀπὸ προβλήματός τινος γένηται εἴδη τινὰ ἴσα εἴδεσι τοῖς αὐτοῖς, μὴ ὁμοπληθῆ δέ, ἀπὸ ἑκατέρων τῶν μερῶν δεήσει ἀφαιρεῖν τὰ ὅμοια ἀπὸ τῶν ὁμοίων, ἕως ἂν ἓν εἶδος ἑνὶ εἴδει ἴσον γένηται. ἐὰν δέ πως ἐν ὁποτέρῳ ἐνυπάρχῃ ἢ ἐν ἀμφοτέροις ἐν ἐλλείψεσί τινα εἴδη, δεήσει προσθεῖναι τὰ λείποντα εἴδη ἐν ἀμφοτέροις τοῖς μέρεσιν, ἕως ἂν ἑκατέρων τῶν μερῶν τὰ εἴδη ἐνυπάρχοντα γένηται, καὶ πάλιν ἀφελεῖν τὰ ὅμοια ἀπὸ τῶν ὁμοίων, ἕως ἂν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν ἓν εἶδος καταλειφθῇ.

Φιλοτεχνείσθω δὲ τοῦτο ἐν ταῖς ὑποστάσεσι τῶν προτάσεων, ἐὰν ἐνδέχηται, ἕως ἂν ἓν εἶδος ἑνὶ εἴδει ἴσον καταλειφθῇ· ὕστερον δέ σοι δείξομεν καὶ πῶς δύο εἰδῶν ἴσων ἑνὶ καταλειφθέντων τὸ τοιοῦτον λύεται.

Νῦν δ' ἐπὶ τὰς προτάσεις χωρήσωμεν ὁδόν, πλείστην ἔχοντες τὴν ἐπ' αὐτοῖς τοῖς εἴδεσι συνηθροισμένην ὕλην. πλείστων δ' ὄντων τῷ ἀριθμῷ καὶ μεγίστων τῷ ὄγκῳ, καὶ διὰ τοῦτο βραδέως βεβαιουμένων ὑπὸ

---

6 *προσθήσεις* B. 9 *ὑφέλῃς* A, *ἀφαιρήσεις* B. 12 *εἴδη τινὰ ἴσα*] *ὕπαρξις Ba.* 15/16 *ἐν ἐλλείψεσι*] *ἐνελλείψῃ Ba.* 21 *πεφι-*

Tibi explicatis multiplicationibus, manifestae sunt Def. X
divisiones propositarum specierum; at bene erit hunc, qui talia tractare incepit, in additione, subtractione, multiplicatione specierum exercitatum esse. Species quoque positas et negatas sub variis coefficientibus sciat addere aliis speciebus sive positis sive similiter positis et negatis et a speciebus positis et negatis alias subtrahere sive positas, sive similiter positas et negatas.

Deinde, si a problemate aliquo provenit aequatio Def. XI
inter species aliquas et easdem species sub variis coefficientibus, ab utraque parte oportebit auferre similia a similibus, donec fiat una species aequalis uni speciei. Si autem aliquo modo positae sint quaedam species in negatione vel in alterutra parte, vel utrimque, oportebit utrimque addere species negatas, donec in utraque parte fiant species tantum positae, et rursus auferre similia a similibus, donec in utraque parte una tantum species remaneat.

Ad hoc igitur studiose exercita te ipsum in aequationibus problematum, et eas reduce, quantum fieri poterit, donec remaneat una species uni speciei aequalis; posterius tibi ostendemus quomodo solvitur quaestio, si remanent duae species quarum summa uni speciei aequalis sit.

Nunc ad propositiones ipsas ingrediamur viam, maximam habentes ex speciebus ipsis congestam materiam. Quum vero plurima sint numero, moleque amplissima, tarde retinentur ab iis quibus traduntur

---

λοτεχνήσθω Ba. 26 *τοῖς* om. *Ba.* 27 *τῷ ἀριθμῷ*] *τῶν ἀριθμῶν* AB. 28 *καὶ* om. *Ba.*

τῶν παραλαμβανόντων αὐτὰ καὶ ὄντων ἐν αὐτοῖς δυσμνημονευτῶν, ἐδοκίμασα τὰ ἐν αὐτοῖς ἐπιδεχόμενα διαιρεῖν, καὶ μάλιστα τὰ ἐν ἀρχῇ ἔχοντα στοιχειώδως ἀπὸ ἁπλουστέρων ἐπὶ σκολιώτερα διελεῖν ὡς προσῆκεν. οὕτως γὰρ εὐόδευτα γενήσεται τοῖς ἀρχομένοις, καὶ ἡ ἀγωγὴ αὐτῶν μνημονευθήσεται, τῆς πραγματείας αὐτῶν ἐν τρισκαίδεκα βιβλίοις γεγενημένης.

α.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ ρ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ Μ̊ μ̄. εὑρεῖν τοὺς ἀριθμούς.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς ᾱ Μ̊ μ̄· συναμφότεροι ἄρα γίνονται ς β̄ Μ̊ μ̄· δέδονται δὲ Μ̊ ρ̄.

Μ̊ ἄρα ρ̄ ἴσαι εἰσὶν ς β̄ Μ̊ μ̄.

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. ἀφαιρῶ ἀπὸ τῶν ρ̄, Μ̊ μ̄, [καὶ ⟨ἀπὸ⟩ τῶν β̄ ἀριθμῶν καὶ τῶν μ̄ μονάδων ὁμοίως μονάδας μ̄·] λοιποὶ ς β̄ ἴσοι Μ̊ ξ̄. ἕκαστος ἄρα γίνεται ς, Μ̊ λ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ λ̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ ο̄, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

β.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν δεῖ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ξ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ γ̄^{πλ.}.

---

1 αὐτὰ A *Ba*, αὐτοὺς B. 3 διαιρεῖν A, διαιρέσεις B. 4

et quorum in talibus parum valet memoria; quare expertus sum ea, quoad admissum fuerit, dividere et praecipue circa initium, quae elementorum vice funguntur, a simplicioribus ad perplexiora distinguere convenienter. Ita enim expeditiora fient incipientibus et processus memoriae haerebit; tredecim libris tractatus comprehendetur.

I.

Propositum numerum partiri in duos numeros in differentia data. 1

Sit nempe datus numerus 100, differentia 40. Invenire numeros.

Ponatur minor $= x$, maior igitur erit $x + 40$. Ergo amborum summa fit $2x + 40$: Data est autem $= 100$. Ergo

$$100 = 2x + 40.$$

A similibus similia: a 100 aufero 40 [et a $2x + 40$ similiter 40]; linquitur

$$2x = 60\,, \quad \text{unde fit } x = 30.$$

Ad positiones: erit minor $= 30$, maior $= 70$, et probatio evidens.

II.

Propositum numerum oportet partiri in duos numeros in ratione data. 2

Proponatur iam 60 partiri in duos numeros, quorum ratio sit 3.

ἐπισκολιώτερα *Ba*. 11 δὴ B, γὰρ A *Ba*. 12 Ante εὑρεῖν add. δεήσει *Ba*. 17 καὶ (alt.) .... μονάδας μ̄ (19) om. A, ἀπὸ (18) suppl. *Ba*. 19 ἕκαστος A, ἑκάτερος B. 24 δεῖ om. B.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς γ̄, καὶ ἔστιν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος τριπλασίων. δεῖ λοιπὸν τοὺς δύο ἴσους εἶναι M̊ ξ̄· ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ς εἰσὶ δ̄.

ς ἄρα δ̄ ἴσοι M̊ ξ̄· ὁ ς ἄρα M̊ ι̅ε̅.

ὁ ἄρα ἐλάσσων ἔσται M̊ ι̅ε̅, ὁ δὲ μείζων M̊ μ̅ε̅.

γ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ καὶ ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν π̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος γ^πλ. ᾖ καὶ ἔτι M̊ δ̄ ὑπερέχῃ.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ, ὁ μείζων ἄρα ς γ̄ καὶ M̊ δ̄· καὶ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ὢν γ^πλ. ἔτι καὶ M̊ δ̄ ὑπερέχει. λοιπὸν τοὺς δύο θέλω ἴσους εἶναι M̊ π̄· ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ς εἰσὶ δ̄ καὶ M̊ δ̄.

ς ἄρα δ̄ καὶ M̊ δ̄ ἴσοι M̊ π̄.

καὶ ἀφαιρῶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιπαὶ ἄρα M̊ ο̅ς̅ ἴσαι ς δ̄· καὶ γίνεται ὁ ς M̊ ι̅θ̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ἄρα ὁ ἐλάσσων ἀριθμὸς M̊ ι̅θ̅, ὁ δὲ μείζων M̊ ξ̅α̅, [προστιθεμένων τῶν δ̄ M̊ ὧν ἀφεῖλον ἀπὸ τῶν π̄ M̊. ἀφεῖλον γὰρ ὥστε εὑρεῖν πόσων M̊ ἔσται ἕκαστος ἀριθμός, ὕστερον δὲ τῷ μείζονι ἀριθμῷ προστίθημι τὰς δ̄ M̊, μετὰ τὸ γνῶναι πόσων ἕκαστος].

δ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ δοθέντι ὅπως καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν δοθῇ.

---

9 *τῇ δοθείσῃ*] *τοῖς δοθεῖσιν Ba.* 10 *δὴ* om. B. 16 *ἀριθμοὶ ἄρα τέσσαρες καὶ μονάδες δ̄* om. B, suppl. *Ba.* 18 M̊

Ponatur minor $= x$; maior igitur erit $3x$; ita maior minoris 3plus est. Oportet adhuc summam amborum esse 60; sed amborum summa est $4x$: ergo

$$4x = 60 \quad \text{et} \quad x = 15.$$

Erit igitur minor $= 15$ et maior $= 45$.

III.

Propositum numerum partiri in duos numeros in data ratione cum differentia. 3

Proponatur iam 80 partiri in duos numeros ita ut maior minoris 3plus sit et adhuc 4 unitatibus excedat.

Ponatur minor $= x$. Ergo maior $= 3x + 4$; ita maior minoris 3plus est et adhuc 4 unitatibus excedit. Reliquum volo summam amborum esse 80, sed summa amborum est $4x + 4$: ergo

$$4x + 4 = 80.$$

Aufero a similibus similia; remanent $76 = 4x$ et fit $x = 19$.

Ad positiones. Erit igitur minor numerus $= 19$ et maior $= 61$ [rursus additis 4 unitatibus quas abstuleram a 80; eas enim abstuleram ut invenirem quot unitatum esset uterque numerus; postea, quum novi quotus quisque sit, maiori numero addo illas 4].

IV.

Invenire duos numeros in ratione data, ita ut etiam eorum differentia data sit. 4

---

om. *Ba.* 20 *προστιθεμένων . . . ἕκαστος* (24) interpolatori tribuo. 26 *ὅπως* reiicit post *αὐτῶν* (27) B. 27 *δοθήσεται Ba.*

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $ε^{πλ.}$, τὴν δὲ ὑπεροχὴν αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ κ̄.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς ε̄. λοιπὸν θέλω ς ε̄ ὑπερέχειν ς ᾱ, Μ̊ κ̄· ἀλλ' ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἐστιν ς δ̄· οὗτοι ἴσοι Μ̊ κ̄.

ἔσται ὁ ἐλάσσων ἀριθμὸς Μ̊ ε̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ κε̄. καὶ μένει ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ὢν $ε^{πλ.}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ γίνεται Μ̊ κ̄.

ε.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκατέρου τῶν διῃρημένων τὰ δοθέντα μὴ τὰ αὐτὰ μέρη συντεθέντα ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον ἀριθμὸν δίδοσθαι ὥστε εἶναι ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν γινομένων δύο ἀριθμῶν ἐὰν τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἐπιταχθέντος ληφθῇ τὰ δοθέντα μὴ τὰ αὐτὰ μέρη.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ρ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ $α^{ου}$ ἀριθμοῦ $γ^{ον}$ καὶ τὸ τοῦ $β^{ου}$ $ε^{ον}$ ἐπὶ τὸ αὐτὸ συντεθέντα ποιῇ Μ̊ λ̄.

Ἔταξα τὸ τοῦ $β^{ου}$ $ε^{ον}$, ς ᾱ· αὐτὸς ἄρα ἔσται ς ε̄· τὸ ἄρα τοῦ $α^{ου}$ $γ^{ον}$ ἔσται Μ̊ λ̄ ⋔ ς ᾱ· αὐτὸς ἄρα ἔσται Μ̊ ϟ̄ ⋔ ς γ̄. λοιπὸν θέλω τοὺς δύο συντεθέντας ποιεῖν Μ̊ ρ̄· ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσιν ς β̄ καὶ Μ̊ ϟ̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ ρ̄.

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπαὶ ἄρα Μ̊ ῑ ἴσαι ς β̄. [ὁ ς ἄρα ἔσται Μ̊ ε̄.]

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸ τοῦ $β^{ου}$ $ε^{ον}$ ς ᾱ, ἔσται Μ̊ ε̄, αὐτὸς ἄρα Μ̊ κε̄· τὸ δὲ τοῦ $α^{ου}$ $γ^{ον}$, Μ̊ λ̄ ⋔ ς ᾱ,

---

2 αὐτοῖς *Ba.* 5 ταῦτα ἴσοι (οὗτοι above) (sic) A, ταῦτα ἴσα B. Post Μ̊ κ̄ suppl. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ε̄ *Ba.* 11 ὅπως] ὅπερ *Ba.* ἑκατέρων (ου above) (sic) A, ἑκατέρων B. 12 ποιεῖ *Ba.* 13 ἀριθμὸν

Proponatur iam maiorem minoris esse 5plum et eorum differentiam facere 20.

Ponatur minor $= x$, erit igitur maior $= 5x$. Reliquum volo $5x$ et x habere differentiam 20, sed differentia horum est $4x$. Ista aequantur 20.

Erit minor numerus $= 5$, et maior $= 25$. Constat maiorem minoris esse 5plum et differentia fit 20.

V.

Propositum numerum partiri in duos numeros ita ut fractiones datae non eaedem utriusque partis faciant simul additae datum numerum.

Oportet datum numerum ita dari ut cadat inter duos numeros qui fient si propositi ab initio sumantur datae non eaedem fractiones.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros [x_1 et x_2] ita ut

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{5}x_2 = 30.$$

Pono $\frac{1}{5}x_2 = x$, ergo $x_2 = 5x$; ergo $\frac{1}{3}x_1 = 30 - x$ et $x_1 = 90 - 3x$. Reliquum volo amborum summam facere 100, sed amborum summa facit $2x + 90$. Ista aequantur 100.

A similibus similia; remanent $10 = 2x$ [unde $x = 5$].

Ad positiones. Posui

$$\frac{1}{5}x_2 = x, \text{ hoc est } 5; \text{ ergo } x_2 = 25.$$

$$\frac{1}{3}x_1 = 30 - x, \text{ hoc est } 25; \text{ ergo } x_1 = 75,$$

---

om. *Ba.* 16 αὐτὰ om. B, suppl. *Ba.* 18 ὅπως] ὅπερ *Ba.* 19 ποιεῖ *Ba.* 20 ἔταξα] τάσσω *Ba.* 25 λοιπὸν *Ba.* 26 ὁ ἀριθμὸς ἄρα ἔσται μονάδων ε̄ B, ὁ ἄρα εἷς ς Μ̊ ε̄ A 2a man. in margine.

ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{o\varepsilon}$. καὶ μένει τὸ τοῦ $\alpha^{\text{ου}}$ $\gamma^{\text{ον}}$ καὶ τὸ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $\varepsilon^{\text{ον}}$ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\lambda}$, [ἅπερ κοινῇ συντεθέντα ποιοῦσι τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν].

ϛ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ πρώτου μέρος δοθὲν τοῦ τοῦ ἑτέρου μέρους δοθέντος ὑπερέχῃ δοθέντι ἀριθμῷ.

Δεῖ δὴ τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐλάσσονα εἶναι τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ ἐὰν τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἐπιταχθέντος ληφθῇ τὸ δοθὲν μέρος ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ὑπεροχή.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\overline{\rho}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ $\alpha^{\text{ου}}$ $\delta^{\text{ον}}$ τοῦ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $ϛ^{\text{ου}}$ ὑπερέχῃ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa}$.

Ἔταξα τὸ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $ϛ^{\text{ον}}$, ϛ $\overline{\alpha}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛ $\overline{ϛ}$. τὸ ἄρα τοῦ $\alpha^{\text{ου}}$ $\delta^{\text{ον}}$ ἔσται ϛ $\overline{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛ $\overline{\delta}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\pi}$. λοιπὸν θέλω τοὺς δύο συντεθέντας ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{\rho}$· ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσιν ϛ $\overline{\iota}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\pi}$· ταῦτα ἴσα $\overset{\circ}{M}\,\overline{\rho}$.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπὸν ϛ $\overline{\iota}$ ἴσοι $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $ϛ^{\text{ον}}$, ϛ $\overline{\alpha}$· ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\beta}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$· τὸ δὲ τοῦ $\alpha^{\text{ου}}$ $\delta^{\text{ον}}$, ϛ $\overline{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa}$· ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa\beta}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\pi\eta}$. καὶ μένει τὸ τοῦ $\alpha^{\text{ου}}$ $\delta^{\text{ον}}$ τοῦ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $ϛ^{\text{ου}}$ ὑπέρεχον $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa}$, [οἵτινες κοινῇ συντεθέντες ποιοῦσι τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν].

---

2 $\varepsilon^{\text{ον}}$] ἐπὶ τὸ αὐτὸ συντεθέντα ποιοῦσι addiderat A, delevit 1ª man. ἅπερ] ὥσπερ *Ba*. 6 τοῦ alter. om. B. 7 ὑπερέχει *Ba*. 12 ὑπερέχει *Ba*. 13 ἔταξα] τάσσω *Ba*. 15 καὶ om. *Ba*. 19 ὁ om. *Ba*. 21 ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\beta}$ om. B.

et constat $\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{5}x_2$ esse 30, [et amborum summa facit propositum numerum].

VI.

Propositum numerum partiri in duos numeros ita 6
ut data primi fractio datam secundi fractionem superet dato numero.

Oportet datum numerum minorem esse numero qui fiet si propositi ab initio sumatur data fractio quae superat.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros [x_1 et x_2] ita ut

$$\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{6}x_2 = 20.$$

Pono $\frac{1}{6}x_2 = x$. Ergo $x_2 = 6x$, ergo $\frac{1}{4}x_1 = x + 20$, ergo $x_1 = 4x + 80$.

Reliquum volo summam amborum facere 100, sed summa amborum $(x_1 + x_2)$ facit $10x + 80$. Ista aequantur 100.

A similibus similia: remanet $10x = 20$ et fit $x = 2$.

Ad positiones. Est

$$\frac{1}{6}x_2 = x, \text{ hoc est } 2, \text{ ergo } x_2 = 12,$$

$$\frac{1}{4}x_1 = x + 20, \text{ hoc est } 22, \text{ ergo } x_1 = 88,$$

et constat $\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{6}x_2$ esse 20, [qui numeri $(x_1 + x_2)$ simul additi faciunt propositum numerum].

ζ.

Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν δύο δοθέντας ἀριθμοὺς καὶ ποιεῖν τοὺς λοιποὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν τὸν ρ̅ καὶ τὸν κ̅, καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων $\gamma^{\pi\lambda}$.

Τετάχθω ὁ ζητούμενος ϛ α̅· κἂν μὲν ἀπὸ τούτου ἀφέλω τὸν ρ̅, λοιπὸς ϛ α̅ ⋔ Μ̊ ρ̅· ἐὰν δὲ τὸν κ̅, λοιπὸς ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $\gamma^{\pi\lambda}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι, τρὶς δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνεται ϛ γ̅ ⋔ Μ̊ τ̅. ταῦτα ἴσα ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις· γίνεται ϛ γ̅ ἴσοι ϛ α̅ καὶ Μ̊ σπ̅. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπὸν ϛ β̅ ἴσοι Μ̊ σπ̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ρμ̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν ϛ α̅, ἔσται ἄρα Μ̊ ρμ̅. κἂν μὲν ἀπὸ τούτου ἀφέλω τὸν ρ̅, λοιπαὶ Μ̊ μ̅· ἐὰν δὲ τὸν κ̅, λοιπαὶ Μ̊ ρκ̅. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων τριπλάσια.

η.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τοὺς γενομένους πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν δεδομένον.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον λόγον ἐλάσσονα εἶναι τοῦ λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν δοθέντων πρὸς τὸν ἐλάσσονα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τῷ ρ̅ καὶ τῷ κ̅ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων $\gamma^{\pi\lambda}$.

---

2 Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ] Εὑρεῖν ϛ ἀφ' οὗ ἀριθμοῦ δεῖ

VII.

Ab eodem numero subtrahere duos datos numeros 7
et facere residuos inter se habentes datam rationem.

Proponatur iam ab eodem numero subtrahere 100 et 20 et maiorem residuum facere minoris 3^{plum}.

Ponatur quaesitus $= x$. Si ab eo subtraho 100, residuus $= x - 100$; si 20, residuus $= x - 20$.

Oportebit maiorem minoris esse 3^{plum}. Ergo ter minor aequalis est maiori; sed ter minor fit $3x - 300$. Aequetur $x - 20$.

Utrimque addantur negata; fit $3x = x + 280$.

Auferantur a similibus similia, remanet $2x = 280$ et fit $x = 140$.

Ad positiones. Est quaesitus numerus $= x$, erit igitur 140, a quo si subtraho 100, residuus est 40; si 20, residuus est 120, et constat maiorem minoris esse triplum.

VIII.

Duobus datis numeris addere eundem numerum 8
et facere summas inter se datam habentes rationem.

Oportet datam rationem minorem esse ratione maioris dati ad minorem.

Proponatur iam numeris 100 et 20 addere eundem numerum et facere maiorem summam minoris 3^{plam}.

A ex corr. 2^a m. 6 ἐλαττόνων B (item 10). 7 τριπλάσια AB (item 11). 9 ἐὰν δὲ τὸν κ] κἂν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφέλω τὸν κ̅ Ba (lacunam supplens in codice H). 12 δὲ] ἄρα add. B. α̅ om. A. 13 γίνονται Ba. 14 λοιποὶ B. 24 ἐλάττονα B (item 25). 28 ἐλαττ. Ba (item p. 26, 20. τριπλάσια AB (item p. 26, 4)

Τετάχθω ὁ προστιθέμενος ἑκατέρῳ ἀριθμῷ ϛ ᾱ. κἂν μὲν τῷ ρ̅ προστεθῇ, ἔσται ϛ ᾱ M̊ ρ̅· ἐὰν δὲ τῷ κ̅, γίνεται ϛ ᾱ M̊ κ̅. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $γ^{πλ.}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἔσται τοῖς μείζοσι. τρὶς δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνεται ϛ γ̅ M̊ ξ̅· ταῦτα ἴσα ϛ ᾱ M̊ ρ̅.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιποὶ ϛ β̅ ἴσοι M̊ μ̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ κ̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν προστιθέμενον ἑκατέρῳ ἀριθμῷ ϛ ᾱ, ἔσται M̊ κ̅. κἂν μὲν τῷ ρ̅ προστεθῇ, γίνονται M̊ ρ̅κ̅· ἐὰν δὲ τῷ κ̅, γίνονται M̊ μ̅. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων τριπλάσια.

θ.

Ἀπὸ δοθέντων δύο ἀριθμῶν ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τοὺς λοιποὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν δεδομένον.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον λόγον μείζονα εἶναι τοῦ λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν δοθέντων πρὸς τὸν ἐλάσσονα.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ κ̅ καὶ τοῦ ρ̅ ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων $ϛ^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ ἀφαιρούμενος ἀφ᾽ ἑκατέρου ἀριθμοῦ, ϛ ᾱ. κἂν μὲν ἀπὸ τοῦ ρ̅ ἀφαιρεθῇ, λοιπαὶ M̊ ρ̅ ⋔ ϛ ᾱ· ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ κ̅, λοιπαὶ M̊ κ̅ ⋔ ϛ ᾱ. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $ϛ^{πλ.}$· $ϛ^{κις}$ ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσιν, $ϛ^{κις}$ δὲ τὰ ἐλάσσονα ποιεῖ M̊ ρ̅κ̅ ⋔ ϛ ϛ̅· ταῦτα ἴσα M̊ ρ̅ ⋔ ϛ ᾱ.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιποὶ ϛ ε̅ ἴσοι M̊ κ̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ δ̅.

5 ἐλαττ. B (item 11, 17, p. 28, 12). 16 δεδομένον *Ba.*

Ponatur addendus utrique numero $= x$; si additur 100, erit $x + 100$; si 20, fit $x + 20$, et oportebit maiorem summam minoris esse 3^{plam}. Ergo ter minor aequalis erit maiori; sed ter minor fit

$$3x + 60, \text{ quae aequantur } x + 100.$$

A similibus similia; remanent $2x = 40$ et fit $x = 20$.

Ad positiones. Addendus utrique numero est x, erit 20. Si additur 100, fiet 120; si 20, fiet 40, et constat maiorem summam minoris esse 3^{plam}.

IX.

A datis duobus numeris subtrahere eundem nume- 9
rum et facere residuos inter se datam habentes rationem.

Oportet datam rationem maiorem esse ratione maioris dati ad minorem.

Proponatur iam a 20 et 100 subtrahere eundem numerum et facere residuum maiorem minoris 6^{plum}.

Ponatur subtrahendus ab utroque numero $= x$; si a 100 aufertur, remanent $100 - x$, si a 20, remanent $20 - x$, et oportebit maiorem residuum minoris esse 6^{plum}. 6^{ies} igitur minor aequalis erit maiori; sed 6^{ies} minor facit $120 - 6x$, quae aequentur $100 - x$.

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus similia. Remanent $5x = 20$ et fit $x = 4$.

17 οὗ] ὃν *Ba.* 20 ἑξαπλάσια AB (item 24). 23 ἐὰν δὲ .... ⋔ ϛ α om. A. τοῦ κ] τῶν κ̅ B. 27 ἀφαιρήσθω A.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν ἀφαιρούμενον ἀφ' ἑκατέρου ἀριθμοῦ ϛ α̅, ἔσται Μ̊ δ̅. κἂν μὲν ἀπὸ τοῦ ρ̅ ἀφαιρεθῇ, λοιπαὶ Μ̊ ϟ̅ϛ̅· ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ κ̅, λοιπαὶ Μ̊ ι̅ϛ̅. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων ὄντα ἑξαπλάσια.

ι.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς, τῷ μὲν ἐλάσσονι αὐτῶν προσθεῖναι, ἀπὸ δὲ τοῦ μείζονος ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὸν γενόμενον πρὸς τὸν λοιπὸν λόγον ἔχειν δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω τῷ μὲν κ̅ προσθεῖναι, ἀπὸ δὲ τοῦ ρ̅ ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων δ$^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ προστιθέμενος καὶ ἀφαιρούμενος ἑκατέρῳ ἀριθμῷ ϛ α̅. κἂν μὲν τῷ κ̅ προστεθῇ, γίνεται ϛ α̅ Μ̊ κ̅· ἐὰν δὲ τοῦ ρ̅ ἀφαιρεθῇ, γίνεται Μ̊ ρ̅ ⋔ ϛ α̅. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι δ$^{πλ.}$· δ^{κις} ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι, δ^{κις} δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνεται Μ̊ υ̅ ⋔ ϛ δ̅· ταῦτα ἴσα ϛ α̅ Μ̊ κ̅.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιποὶ ϛ ε̅ ἴσοι Μ̊ τ̅π̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ο̅ϛ̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν προστιθέμενον καὶ ἀφαιρούμενον ἀφ' ἑκατέρου ἀριθμοῦ ϛ α̅, ἔσται Μ̊ ο̅ϛ̅. κἂν μὲν τῷ κ̅ Μ̊ ο̅ϛ̅ προστεθῶσι, γίνονται Μ̊ ϟ̅ϛ̅· ἐὰν δὲ τοῦ ρ̅ ἀφαιρεθῶσι, λοιπαὶ Μ̊ κ̅δ̅. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων ὄντα τετραπλάσια.

7/8 τὸν αὐτὸν τὸν ἀριθμὸν *Ba*. 12 τετραπλάσια AB. 16 ἐλαττόνων *Ba* (item ἐλαττ. p. 30, 12). 16/17 τετράκις γὰρ ἄρα B (non *Ba*). 17 ἐλάττονα B (item ἐλαττ. 26, p. 30, 7, 19 [bis]).

Ad positiones. Auferendus ab utroque numero est x, erit 4. Si a 100 aufertur, remanent 96; si a 20, remanent 16 et constat maiorem residuum minoris esse 6$^{\text{plum}}$.

X.

Duobus datis numeris, minori horum addere, a maiori auferre eundem numerum et facere summam ad residuum datam habentem rationem.

Proponatur iam numero 20 addere, a 100 auferre eundem numerum et facere maiora minorum 4$^{\text{pla}}$.

Ponatur addendus et auferendus utrique numero $= x$. Si 20 additur, fit $x + 20$; si a 100 aufertur, fit $100 - x$, et oportebit maiora minorum esse 4$^{\text{pla}}$. Quater ergo minora aequalia sunt maioribus; sed quater minora fiunt

$$400 - 4x, \text{ quae aequentur } x + 20.$$

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus similia. Remanent $5x = 380$ et fit $x = 76$.

Ad positiones. Addendus et auferendus utrique numero est x, erit 76. Si 20 adduntur 76, fiet 96, si a 100 auferuntur, remanent 24 et constat maiora minorum esse 4$^{\text{pla}}$.

ια.

Δύο δοθέντας ἀριθμοὺς ὃν μὲν προσθεῖναι, τὸν δὲ ἕτερον ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, καὶ ποιεῖν τοὺς γενομένους πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω τὸν μὲν κ̄ προσθεῖναι, τὸν δὲ ρ̄ ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ϛ ᾱ. κἂν μὲν τούτῳ προσθῶμεν M̊ κ̄, γίνεται ϛ ᾱ M̊ κ̄· ἐὰν δὲ ἀπὸ τούτου ἀφαιρεθῶσι M̊ ρ̄, λοιπὸς ϛ ᾱ ⋔ M̊ ρ̄. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι. ἀλλὰ τρὶς τὰ ἐλάσσονα γίνεται ϛ γ̄ ⋔ M̊ τ̄.

ϛ ἄρα γ̄ ⋔ M̊ τ̄ ἴσα ἐστὶ ϛ ᾱ M̊ κ̄.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια.

M̊ τ̅κ̅ ἄρα ἴσα εἰσὶν ϛ β̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ ρ̅ξ̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ἄρα ὁ μὲν μείζων M̊ ρ̅π̅, ὁ δὲ ἐλάσσων M̊ ξ̄. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων τριπλάσια.

ιβ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς δίς, ὅπως ὁ εἷς τῶν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως πρὸς ἕνα τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον, ὁ δὲ λοιπὸς τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ρ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς

4 γενομένους A*Ba*, δεδομένους B. 7 τριπλάσια AB

XI.

Duorum datorum numerorum alterum addere, alte- 11
rum auferre ab eodem numero et facere summam datam habentem rationem ad residuum.

Proponatur addere 20, auferre 100 ab eodem numero et maiora facere minorum 3pla.

Sit quaesitus $= x$, si huic addimus 20, fit $x + 20$; si ab eo auferuntur 100, remanet $x - 100$, et oportebit maiora minorum esse 3pla. Ter ergo minora maioribus aequalia sunt; sed ter minora fiunt $3x - 300$; ergo

$$3x - 300 = x + 20.$$

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus similia. Sic

$$320 = 2x \text{ et fit } x = 160.$$

Ad positiones. Erunt maiora $= 180$ et minora $= 60$; constat maiora minorum 3pla esse.

XII.

Propositum numerum partiri in duos numeros bis, 12
ita ut unus ex prima partitione ad unum ex secunda partitione rationem habeat datam et reliquus ex secunda partitione ad reliquum ex prima partitione rationem habeat datam.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros bis,

(item 11). 9/10 ἀφαιρεθῇ A (non V) B. 11 τὰ (post ἄρα) om. A. 24 ἔχει A (item 27). 26 πρὸς] παρὰ A. τὸν (alt.)] τῶν *Ba*. 27 ἔχειν B.

δίς, ὅπως ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς α^ης^ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς β^ας^ διαιρέσεως ᾖ β^πλ.^, ὁ δὲ μείζων τῶν ἐκ τῆς β^ας^ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς α^ης^ διαιρέσεως ᾖ γ^πλ.^.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ὁ ἐκ τῆς β^ας^ διαιρέσεως ς ᾱ, ὁ ἄρα μείζων τῶν ἐκ τῆς α^ης^ διαιρέσεως ἔσται ς β̄· ὁ ἐλάσσων ἄρα τῶν ἐκ τῆς α^ης^ διαιρέσεως ἔσται Μ̊ ρ̄ ⋀ ς β̄· καὶ ἐπεί ἐστιν αὐτοῦ τριπλασίων ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς β^ας^ διαιρέσεως, ἔσται Μ̊ τ̄ ⋀ ς ς̄. λοιπόν ἐστι καὶ τοὺς τῆς β^ας^ διαιρέσεως συντεθέντας ποιεῖν Μ̊ ρ̄· ἀλλὰ συντεθέντες ποιοῦσι Μ̊ τ̄ ⋀ ς ε̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ ρ̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ μ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν μείζονα τῶν ἐκ τῆς α^ης^ διαιρέσεως ς β̄, ἔσται Μ̊ π̄· τὸν δὲ ἐλάσσονα ⟨τῶν ἐκ⟩ τῆς αὐτῆς διαιρέσεως Μ̊ ρ̄ ⋀ ς β̄, ἔσται Μ̊ κ̄· τὸν δὲ μείζονα τὸν ἐκ τῆς β^ας^ διαιρέσεως Μ̊ τ̄ ⋀ ς ς̄, ἔσται Μ̊ ξ̄· τὸν δὲ ἐλάσσονα τὸν ἐκ τῆς β^ας^ διαιρέσεως ς ᾱ, ἔσται Μ̊ μ̄. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

ιγ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς τρίς, ὅπως ὁ εἷς τῶν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως πρὸς ἕνα τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον, ὁ δὲ λοιπὸς τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως πρὸς ἕνα τῶν ἐκ τῆς τρίτης διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ ἔτι ὁ λοιπὸς τῶν ἐκ τῆς τρίτης διαιρέσεως πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον.

5 ὁ ἐκ] *τῶν ἐκ* B. 6 *ἔσται . . . . ἔσται* (7) inter lineas A 1^a^ man. 7 *ἐλάττων* AB. *ἔσται* om. B. 8 *ἔστι Ba.*

ita ut maior ex prima partitione (X_1) minoris ex secunda partitione (X_2) sit 2^{plus}, et maior ex secunda partitione (X_2) minoris ex prima partitione (X_1) sit 3^{plus}.

Ponatur
$$X_2 = x,$$
erit ergo
$$X_1 = 2x.$$
Erit igitur
$$X_1 = 100 - 2x,$$
et quoniam X_2 huius est 3^{plus}, erit $X_2 = 300 - 6x$.

Linquitur summam $X_2 + X_2$ facere 100, sed haec summa facit $300 - 5x$. Ista aequantur 100 et fit $x = 40$.

Ad positiones. Est
$$X_1 = 2x;\ \text{erit } 80,$$
$$X_1 = 100 - 2x;\ \text{erit } 20,$$
$$X_2 = 300 - 6x;\ \text{erit } 60,$$
$$X_2 = x;\ \text{erit } 40,$$
et probatio evidens est.

XIII.

Propositum numerum partiri in duos numeros ter, ita ut unus ex 1^a^ partitione ad unum ex 2^a^ partitione rationem habeat datam; ut reliquus ex 2^a^ partitione ad unum ex 3^a^ partitione rationem habeat datam; ut denique reliquus ex 3^a^ partitione ad reliquum ex 1^a^ partitione rationem habeat datam. 13

10 *ἐστι*] *ἄρα Ba.* 22 *ἔχει* A (item 24, 27). 26 *τὸν ἐκ*] *τῶν ἐκ* B.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ρ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς τρίς, ὅπως ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς α^{ης} διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς β^{ας} ᾖ γ$^{πλ.}$, ὁ δὲ μείζων τῶν ἐκ τῆς β^{ας} διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς γ^{ης} ᾖ β$^{πλ.}$, καὶ ἔτι ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς γ^{ης} διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς α^{ης} ᾖ δ$^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς γ^{ης} διαιρέσεως ς ᾱ· ὁ ἄρα μείζων τῶν ἐκ τῆς β^{ας} διαιρέσεως ἔσται ς β̄. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ διαίρεσίς ἐστι M̊ ρ̄, ὁ ἄρα ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς β^{ας} διαιρέσεως ἔσται M̊ ρ̄ ⋔ ς β̄. καὶ ἐπεί ἐστιν αὐτοῦ γ$^{πλ.}$ ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς α^{ης} διαιρέσεως, ἔσται M̊ τ̄ ⋔ ς ς̄· ὁ ἄρα ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς α^{ης} διαιρέσεως ἔσται ς ς̄ ⋔ M̊ σ̄. καὶ ἐπεί ἐστιν αὐτοῦ δ$^{πλ.}$ ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς γ^{ης} διαιρέσεως, ἔσται ς κ̄δ̄ ⋔ M̊ ω̄. λοιπόν ἐστι καὶ τὴν γ^{ην} διαίρεσιν συντεθεῖσαν ποιεῖν M̊ ρ̄· ἀλλὰ συντεθεῖσα ποιεῖ ς κ̄ε̄ ⋔ M̊ ω̄. ταῦτα ἴσα M̊ ρ̄, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ λ̄ς̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς γ^{ης} διαιρέσεως M̊ λ̄ς̄, ὁ δὲ μείζων ξ̄δ̄.

ὁ δὲ ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς α^{ης} διαιρέσεως M̊ ῑς̄, ὁ δὲ μείζων π̄δ̄.

ὁ δὲ ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς β^{ας} διαιρέσεως ⟨M̊⟩ κ̄η̄, ὁ δὲ μείζων ο̄β̄. καὶ δῆλον ὡς ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιδ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πρὸς τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Δεῖ δὴ τὸ ὑποτιθέμενον πλῆθος τῶν μονάδων ἑνὸς

1 τὰ ρ B. 3 ἐλαττ. B (item 9). 4 ἐλαττ. *Ba.* 13 ἐστι *Ba.* 15 καὶ om. *Ba.* 20 M̊ om. B. 23 ὡς] ὅτι B.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros ter, ita ut maior ex 1^a partitione (X_1) minoris ex 2^a (X_2) sit 3^{plus}; ut maior ex 2^a partitione (X_2) minoris ex 3^a (X_3) sit 2^{plus}; ut denique maior ex 3^a partitione (X_3) minoris ex 1^a (X_1) sit 4^{plus}.

Ponatur

$$X_3 = x,$$

ergo erit

$$X_2 = 2x,$$

et quoniam summa $X_2 + X_2 = 100$, erit

$$X_2 = 100 - 2x.$$

Et X_1 huius est 3^{plus}, erit

$$X_1 = 300 - 6x.$$

Erit ergo

$$X_1 = 6x - 200,$$

et quoniam X_3 huius est 4^{plus}, erit

$$X_3 = 24x - 800.$$

Linquitur $X_3 + X_3$ facere 100; sed haec summa facit $25x - 800$: ista aequentur 100, fit $x = 36$.

Ad positiones. Erit

$$X_3 = 36, \quad X_3 = 64,$$
$$X_1 = 16, \quad X_1 = 84,$$
$$X_2 = 28, \quad X_2 = 72;$$

et clarum est hos solvere problema.

XIV.

Invenire duos numeros ita ut productus ad summam rationem habeat datam. 14

Oportet suppositam quantitatem unitatum pro uno τῶν ἀριθμῶν μεῖζον εἶναι τοῦ ὁμωνύμου τοῦ διδομένου λόγου.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πρὸς τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως λόγον ἔχειν $\gamma^{\pi\lambda}$.

Τετάχθω ὁ μὲν εἷς αὐτῶν ϛ ᾱ, ὁ δὲ ἕτερος, κατὰ τὸν προσδιορισμόν, πλείων Μ̊ γ̄· ἔστω Μ̊ ιβ̄. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπ' αὐτῶν ϛ ιβ̄, ἡ δὲ σύνθεσις αὐτῶν ϛ ᾱ Μ̊ ιβ̄. λοιπόν ἐστιν ϛ ιβ̄ $\gamma^{\pi\lambda}$ εἶναι ϛ ᾱ Μ̊ ιβ̄· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα [ἐστὶ] τοῖς μείζοσι· καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ δ̄. ἔσται ὁ μὲν αὐτῶν Μ̊ δ̄, ὁ δὲ Μ̊ ιβ̄. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερος παρὰ θατέρου λαβὼν τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν, λόγον ἔχῃ πρὸς τὸν ὑπολειφθέντα τὸν ἐπιταχθέντα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ λαβόντα Μ̊ λ̄, γίνεσθαι αὐτοῦ $\beta^{\pi\lambda}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ λαβόντα Μ̊ ν̄, γίνεσθαι αὐτοῦ $\gamma^{\pi\lambda}$.

Τετάχθω ὁ $\beta^{ος}$ ϛ ᾱ καὶ ὧν δίδωσι Μ̊ λ̄· ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται ϛ β̄ ⋔ Μ̊ λ̄, ἵνα λαβὼν παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὰς Μ̊ λ̄, γίνηται $\beta^{\pi\lambda}$ αὐτοῦ. λοιπόν ἐστιν καὶ τὸν $\beta^{ον}$ παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ λαβόντα Μ̊ ν̄, γίνεσθαι αὐτοῦ $\gamma^{\pi\lambda}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ὁ $\alpha^{ος}$ Μ̊ ν̄, λοιπὸν ἔχει ϛ β̄ ⋔ Μ̊ π̄· λαβὼν δὲ αὖ ὁ $\beta^{ος}$ τὰς Μ̊ ν̄, γίνεται ϛ ᾱ Μ̊ π̄. λοιπόν ἐστιν ϛ ᾱ Μ̊ π̄ $\gamma^{\pi\lambda}$ εἶναι ϛ β̄ ⋔ Μ̊ π̄· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ξδ̄.

καὶ ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ Μ̊ ϟη̄, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ Μ̊ ϟδ̄. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

1/2 τοῦ διδομένου λόγου A (1^a m.), τῷ διδωμένῳ λόγου B, τῷ διδομένῳ ϛ λόγῳ A (man. post.). 9 ἐστὶ B, om. A. 13 παρὰ θατέρου A, παρ' ἑκατέρου B. 14 ἔχῃ] supplet διδομένον Ba. 15 τὸν ἐπιταχθέντα om. B. 20 ἔσται om. B. τὰς λ̄ Μ̊ B. 21 γένηται B. ἐστι B (item 24). 23 λοιποὺς B. 24 τὰς ν̄ Μ̊ B. τριπλάσιον A, τριπλασίονα B. 25 ἐλάττονα B. 27 καὶ prius om. B.

ex numeris maiorem esse cognomine datae rationi [numero].

Proponatur iam productum ad summam rationem habere 3^{plam}.

Ponatur unus ex numeris $= x$; alter, secundum conditionem, maior quam 3, sit $= 12$. Productus amborum est $12x$ et summa $x + 12$; linquitur $12x$ ad $x + 12$ esse 3^{pla}. Ergo ter minora maioribus aequantur et fit $x = 4$.

Erit alter numerorum $= 4$, alter $= 12$ et problema solvunt.

XV.

Invenire duos numeros ita ut accipiens uterque ab altero propositum numerum, rationem habeat ad residuum propositam.

Proponatur iam primum (X_1) a secundo (X_2) accipientem 30, residui fieri 2^{plum}, et X_2 a X_1 accipientem 50, residui fieri 3^{plum}.

Ponatur $X_2 = x + 30$ quas dat unitates. Ergo erit $X_1 = 2x - 30$, ut a X_2 accipiens 30, residui fiat 2^{plus}. Linquitur X_2 a X_1 accipientem 50, residui fieri 3^{plum}. Sed si X_1 dat 50, residuus erit $2x - 80$, et si X_2 accipit 50, summa erit $x + 80$. Linquitur $x + 80$ esse 3^{plum} $(2x - 80)$. Ergo ter minora maioribus aequantur et fit $x = 64$.

Erit $X_1 = 98$, $X_2 = 94$, et solvunt problema.

ιϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τοὺς ἐπιταχθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τῶν ἐπιταττομένων τριῶν τὸ ἥμισυ μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν αον μετὰ τοῦ βου συντεθέντας ποιεῖν M̊ κ̄, τὸν δὲ βον μετὰ τοῦ γου ποιεῖν M̊ λ̄, τὸν δὲ γον μετὰ τοῦ αου ποιεῖν M̊ μ̄.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ϛ ᾱ. καὶ ἐπεὶ ὁ αος καὶ ὁ βος ποιοῦσι M̊ κ̄, ἐὰν ἄρα ἀπὸ ϛ ᾱ ἀφέλω M̊ κ̄, ἕξω τὸν γον ϛ ᾱ ⋔ M̊ κ̄· διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὁ μὲν αος ἔσται ϛ ᾱ ⋔ M̊ λ̄, ὁ δὲ βος ϛ ᾱ ⋔ M̊ μ̄· λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἀριθμοὺς γίνεσθαι ἴσους ϛ ᾱ· ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ϛ γ̄ ⋔ M̊ ϟ̄· ταῦτα ἴσα ϛ ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ μ̄ε̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος M̊ ῑε̄, ὁ δὲ βος M̊ ε̄, ὁ δὲ γος M̊ κ̄ε̄. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

ιζ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως σὺν τρεῖς συντιθέμενοι ποιῶσι τοὺς ἐπιταχθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τῶν τεσσάρων τὸ τρίτον μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τοὺς μὲν ἀπὸ τοῦ αου τρεῖς κατὰ τὸ ἑξῆς συντεθέντας ποιεῖν M̊ κ̄, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ βου τρεῖς ποιεῖν M̊ κ̄β̄, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ γου τρεῖς ποιεῖν M̊ κ̄δ̄, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ δου τρεῖς ποιεῖν M̊ κ̄ζ̄.

Τετάχθωσαν οἱ τέσσαρες ϛ ᾱ. καὶ ἐὰν ἄρα ἀπὸ ϛ ᾱ ἀφέλω τοὺς αους τρεῖς, τουτέστι M̊ κ̄, λοιπὸν ἕξω τὸν

---

8 M̊ prius om. B.

XVI.

Invenire tres numeros tales ut bini simul additi faciant propositos numeros. 16

Oportet propositorum trium dimidiam summam maiorem esse unoquoque horum.

Proponatur iam

$$X_1 + X_2 = 20, \quad X_2 + X_3 = 30, \quad X_3 + X_1 = 40.$$

Ponatur

$$X_1 + X_2 + X_3 = x.$$

Quoniam $X_1 + X_2 = 20$, si a x aufero 20, habebo $X_3 = x - 20$. Eadem ratione erit

$$X_1 = x - 30, \quad X_2 = x - 40.$$

Linquitur summam trium aequari x, sed est haec summa $3x - 90$; ista aequentur x; fit $x = 45$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 15, \quad X_2 = 5, \quad X_3 = 25.$$

Probatio evidens est.

XVII.

Invenire quatuor numeros tales ut terni simul additi faciant propositos numeros. 17

Oportet propositorum quatuor summae trientem maiorem esse unoquoque horum.

Proponatur iam tres a X_1 deinceps, simul additos, facere 20; tres a X_2, 22; tres a X_3, 24; tres a X_4, 27.

Ponatur summa quatuor numerorum $= x$.

Si igitur a x aufero tres a X_1, hoc est 20, residuum habebo

$$X_4 = x - 20.$$

δ^{ον} ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅· διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὁ μὲν α^{ος} [ἔσται] ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅β̅, ὁ δὲ β^{ος} ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅δ̅, ὁ δὲ γ^{ος} ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅ζ̅. λοιπόν ἐστι τοὺς δ̅ συντεθέντας ἀριθμοὺς ἴσους γίνεσθαι ϛ α̅. ἀλλ' οἱ δ̅ συντεθέντες ποιοῦσιν ϛ δ̅ ⋔ Μ̊ ϟ̅γ̅· ταῦτα ἴσα ϛ α̅. καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ λ̅α̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} Μ̊ θ̅, ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ ξ̅, ὁ δὲ γ^{ος} Μ̊ δ̅, ὁ δὲ δ^{ος} Μ̊ ι̅α̅. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιη.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσι τῷ ἐπιταχθέντι ἀριθμῷ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν α^{ον} καὶ τὸν β^{ον} τοῦ γ^{ου} ὑπερέχειν Μ̊ κ̅, τὸν δὲ β^{ον} καὶ τὸν γ^{ον} τοῦ α^{ου} ὑπερέχειν Μ̊ λ̅, τὸν δὲ γ^{ον} καὶ τὸν α^{ον} τοῦ β^{ου} ὑπερέχειν Μ̊ μ̅.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ϛ β̅. καὶ ἐπεὶ ὁ α^{ος} καὶ ὁ β^{ος} τοῦ γ^{ου} ὑπερέχουσιν Μ̊ κ̅, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ γ^{ου}, οἱ τρεῖς, δίς ἐστιν ὁ γ^{ος} καὶ ἡ ὑπεροχὴ Μ̊ κ̅. ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν τριῶν, τουτέστιν ϛ β̅, ἀφέλω Μ̊ κ̅, ἕξω δὶς τὸν γ^{ον} ϛ β̅ ⋔ Μ̊ κ̅· ἅπαξ ἄρα ὁ γ^{ος} ἔσται ϛ α̅ ⋔ Μ̊ ι̅.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν α^{ος} ἔσται ϛ α̅ ⋔ Μ̊ ι̅ε̅, ὁ δὲ β^{ος} ϛ α̅ ⋔ Μ̊ κ̅. λοιπόν ἐστιν τοὺς τρεῖς ἴσους εἶναι ϛ β̅· ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ϛ γ̅ ⋔ Μ̊ μ̅ε̅· ταῦτα ἴσα ϛ β̅. καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ μ̅ε̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} Μ̊ λ̅, ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ κ̅ε̅, ὁ δὲ γ^{ος} Μ̊ λ̅ε̅. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

1 ἔσται B, om. A, γίνεται *Ba*. 6 ὁ δὲ om. *Ba*. 16 ὑπερέχουσι B. 17 ἐστι *Ba*. 18 τῶν om. A B β̅ om. B, δύο suppl. *Ba*. 21 δὲ om. *Ba*. ἐστι B (item p. 42, 5) εἶναι ἴσους *Ba*.

Eadem ratione erit

$$X_1 = x - 22, \quad X_2 = x - 24, \quad X_3 = x - 27.$$

Linquitur illos quatuor simul additos fieri x.

Sed quatuor simul additi faciunt $4x - 93$. Ista aequentur x; fit $x = 31$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 9, \quad X_2 = 7, \quad X_3 = 4, \quad X_4 = 11;$$

et problema solvunt.

XVIII.

Invenire tres numeros tales ut binorum summa reliquum superet proposito numero. 18

Proponatur iam excessum

$$X_1 + X_2 \text{ supra } X_3 \text{ esse } 20,$$
$$X_2 + X_3 \text{ supra } X_1 \text{ esse } 30,$$
$$X_3 + X_1 \text{ supra } X_2 \text{ esse } 40.$$

Ponatur summa trium $= 2x$.

Quoniam $X_1 + X_2 = X_3 + 20$, utrimque addito X_3, summa trium est $2X_3 + 20$, nempe excessu. Si igitur a summa trium, hoc est a $2x$, aufero 20, habebo $2X_3 = 2x - 20$. Ergo $X_3 = x - 10$, et eadem ratione $X_1 = x - 15$, $X_2 = x - 20$.

Linquitur summam trium aequari $2x$, sed summa trium est $3x - 45$: ista aequentur $2x$; fit $x = 45$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 30, \quad X_2 = 25, \quad X_3 = 35,$$

et proposito satisfaciunt.

[Ἄλλως.]

Ἐπεὶ ὁ α^{ος} καὶ ὁ β^{ος} τοῦ γ^{ου} ὑπερέχουσι M̊ κ̄, ἔστω ὁ γ^{ος} ς ᾱ· συναμφότερος ἄρα ὅ τε α^{ος} καὶ ὁ β^{ος} ἔσται ς ᾱ M̊ κ̄. πάλιν ἐπεὶ ὁ β^{ος} καὶ ὁ γ^{ος} τοῦ α^{ου} ὑπερέχουσι M̊ λ̄, τάσσω τὸν β^{ον} τοσούτων M̊ ὅσων ἐστὶν ὁ ἥμισυς τοῦ τε κ̄ καὶ λ̄, τουτέστι M̊ κε̄· καὶ ἐπεὶ ὁ α^{ος} καὶ ὁ β^{ος} ἐστιν ς ᾱ M̊ κ̄, ὧν ὁ β^{ος} ἐστιν M̊ κε̄, λοιπὸς ἄρα ὁ α^{ος} ἔσται ς ᾱ ⋔ M̊ ε̄. λοιπὸν δεῖ καὶ τὸν γ^{ον} μετὰ τοῦ α^{ου}, τοῦ β^{ου} ὑπερέχειν M̊ μ̄· ἀλλὰ ὁ α^{ος} μετὰ τοῦ γ^{ου} ἐστὶν ς β̄ ⋔ M̊ ε̄· ἴσοι ἄρα εἰσὶ M̊ ξε̄.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις. ς ἄρα β̄ ἴσοι M̊ ο̄. καὶ γίνεται ὁ ς M̊ λε̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν α^{ον}, ς ᾱ ⋔ M̊ ε̄· ἔσται M̊ λ̄· τὸν δὲ β^{ον} M̊ κε̄· τὸν δὲ γ^{ον} ς ᾱ· ἔσται M̊ λε̄.

ιθ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως οἱ τρεῖς λαμβανόμενοι τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσιν ἐπιταχθέντι ἀριθμῷ.

Δεῖ δὴ τῶν ἐκ τῆς ὑπεροχῆς τεσσάρων τὸ ἥμισυ μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τοὺς μὲν ἀπὸ τοῦ α^{ου} τρεῖς κατὰ τὸ ἑξῆς συντεθέντας τοῦ δ^{ου} ὑπερέχειν M̊ κ̄, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ β^{ου} τρεῖς τοῦ α^{ου} ὑπερέχειν M̊ λ̄, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ γ^{ου} τρεῖς ὁμοίως τοῦ β^{ου} ὑπερέχειν M̊ μ̄, καὶ ἔτι τοὺς ἀπὸ τοῦ δ^{ου} τρεῖς κατὰ τὸ ἑξῆς συντεθέντας τοῦ γ^{ου} ὑπερέχειν M̊ ν̄.

Τετάχθωσαν οἱ τέσσαρες ς β̄. καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ α^{ου} τρεῖς τοῦ δ^{ου} ὑπερέχουσι M̊ κ̄, ᾧ δὲ ὑπερέχουσιν

1 Ἄλλως B, om. A. Quae sequitur secundam solutionem veteri scholiastae tribuo. 8 δεῖ] δὲ *Ba*. 10 εἰσὶν B. 16

[Aliter.

Quoniam excessus $X_1 + X_2$ supra X_3 est 20, sit $X_3 = x$, ergo $X_1 + X_2 = x + 20$. 19

Rursus quoniam excessus $X_2 + X_3$ supra X_1 est 30, pono X_2 esse tot unitatum quot est dimidia summa 20 et 30, hoc est 25, et quoniam $X_1 + X_2 = x + 20$, quum sit $X_2 = 25$, remanet ergo $X_1 = x - 5$.

Linquitur excessum $X_3 + X_1$ supra X_2 esse 40; sed $X_1 + X_3 = 2x - 5$: aequantur ergo 65.

Utrimque addatur negatum; ergo $2x = 70$; fit $x = 35$.

Ad positiones. Est $X_1 = x - 5$; erit 30. $X_2 = 25$. $X_3 = x$; erit 35.]

XIX.

Invenire quatuor numeros tales ut terni simul additi reliquum superent proposito numero. 20

Oportet quatuor excessuum dimidiam summam maiorem esse unoquoque horum.

Proponatur iam excessum trium a X_1 deinceps simul additorum supra X_4 esse 20; trium a X_2 supra X_1 esse 30; trium a X_3 supra X_2 esse 40; denique trium a X_4 deinceps simul additorum supra X_3 esse 50.

Ponantur quatuor simul additi esse $2x$. Quoniam excessus trium a X_1 supra X_4 est 20 et idem est ex-

οἱ τρεῖς A *Ba*, σὺν τρεῖς B. 17 ἐπιταχθέντα ἀριθμόν *Ba*. 18 τῶν] τοῦ AB. τεσσάρων] τῶν τεσσάρων B (τῶν inter lineas add. A 2ª m.). 18/19 τοῦ ἡμίσου ἐλάττονα εἶναι ἕκαστον αὐτῶν *Ba*. 20 ἀπὸ πρώτου B. 24 ἀπὸ τετάρτου A *Ba*. 27 ᾧ] ὃν *Ba*.

οἱ αοι τρεῖς τοῦ δου, τούτῳ ὑπερέχουσι καὶ οἱ τέσσαρες, δὶς τοῦ δου, καί εἰσιν οἱ τέσσαρες, ϛ β̄, ϛ ἄρα β̄, δὶς τοῦ δου ὑπερέχουσι M̊ κ̄· ὁ ἄρα βπλ. τοῦ δου ἔσται ϛ β̄ ⋔ M̊ κ̄, αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛ ᾱ ⋔ M̊ ῑ.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν αος ἔσται ϛ ᾱ ⋔ M̊ ιε̅, ὁ δὲ βος ϛ ᾱ ⋔ M̊ κ̄, καὶ ἔτι ὁ γος ϛ ᾱ ⋔ M̊ κε̅. λοιπόν ἐστι τοὺς τέσσαρας ἴσους εἶναι ϛ β̄· ἀλλ' οἱ τέσσαρές εἰσιν ϛ δ̄ ⋔ M̊ ο̄· ταῦτα ἴσα ϛ β̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ λε̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος M̊ κ̄, ὁ δὲ βος M̊ ιε̅, ὁ δὲ γος M̊ ῑ, ὁ δὲ δος M̊ κε̅. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

[Ἄλλως.]

Ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ αου τρεῖς τοῦ δου ὑπερέχουσι M̊ κ̄, τετάχθω ὁ δος ϛ ᾱ· οἱ τρεῖς ἄρα ἔσονται ϛ ᾱ M̊ κ̄. πάλιν ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ βου τρεῖς τοῦ αου ὑπερέχουσι M̊ λ̄, τετάχθω συναμφότερος ὅ τε βος καὶ ὁ γος M̊ τοσούτων ὅσων ἐστὶν ὁ ἥμισυς τῶν δύο ὑπεροχῶν, (λέγω δὴ τοῦ κ̄ καὶ τοῦ λ̄) τουτέστι M̊ κε̅. καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ αου τρεῖς εἰσιν ϛ ᾱ M̊ κ̄, ὧν ὁ βος καὶ ὁ γος M̊ κε̅, λοιπὸς ἄρα ὁ αος ἔσται ϛ ᾱ ⋔ M̊ ε̄.

καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ βου τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ αου M̊ λ̄, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ γου τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ βου M̊ μ̄, συναμφότερος ἄρα ὁ γος καὶ ὁ δος ἔσται M̊ λε̅· λοιπὸς ἄρα ὁ γος ἔσται M̊ λε̅ ⋔ ϛ ᾱ.

ἔστι δὲ καὶ ὁ βος καὶ ὁ γος M̊ κε̅, ὧν ὁ γος M̊ λε̅ ⋔ ϛ ᾱ· λοιπὸς ἄρα ὁ βος ἔσται ϛ ᾱ ⋔ M̊ ῑ.

λοιπόν ἐστι τοὺς ἀπὸ τοῦ δου τρεῖς τοῦ γου ὑπερ-

1 ὑπερέχουσιν *Ba*. 2 τοῦ τετάρτου δὶς *Ba*. 12 Ἄλλως om. A 1a m. Quae sequitur secundam solutionem veteri scholiastae tribuo. 16 τε om. *Ba*. 26 ἔσται om. *Ba*.

cessus trium a X_1 supra X_4 et quatuor supra $2X_4$, quum quatuor sint $2x$, excessus $2x$ supra $2X_4$ est 20. Erit ergo

$$2X_4 = 2x - 20 \quad \text{et} \quad X_4 = x - 10.$$

Eadem ratione $X_1 = x - 15$, $X_2 = x - 20$, denique $X_3 = x - 25$.

Linquitur quatuor facere $2x$; sed horum summa est $4x - 70$: ista aequentur $2x$, fit $x = 35$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 20, \quad X_2 = 15, \quad X_3 = 10, \quad X_4 = 25,$$

et problema solvunt.

[Aliter.

Quoniam summa trium a X_1 supra X_4 est 20, 21
ponatur $X_4 = x$, summa trium erit $x + 20$. Rursus quoniam summa trium a X_2 supra X_1 est 30, ponatur $X_2 + X_3$ esse tot unitatum quot est dimidia summa duorum excessuum (aio nempe 20 et 30), hoc est 25; et quoniam summa trium a X_1 est $x + 20$ et $X_2 + X_3 = 25$, residuus erit $X_1 = x - 5$. Et quoniam summa trium a X_3 supra X_1 est 30 et summa trium a X_3 supra X_2 est 40, ergo erit

$$X_3 + X_4 = 35.$$

Remanet ergo

$$X_3 = 35 - x.$$

Sed et

$$X_2 + X_3 = 25,$$

quorum

$$X_3 = 35 - x;$$

residuus ergo erit

$$X_2 = x - 10.$$

Linquitur summam trium a X_4 supra X_3 esse 50;

ἔχειν Μ̊ ν̅· ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ς γ̅ ⋀ Μ̊ ι̅ε̅, ὁ δὲ γ^{ος} ἐστὶ Μ̊ λ̅ε̅ ⋀ ς α̅. δεῖ δὴ καὶ ς γ̅ ⋀ Μ̊ ι̅ε̅ ὑπερέχειν Μ̊ λ̅ε̅ ⋀ ς α̅, Μ̊ ν̅, ὥστε Μ̊ π̅ε̅ ⋀ ς α̅ ἴσαι εἰσὶν ς γ̅ ⋀ Μ̊ ι̅ε̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ κ̅ε̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν α^{ον} ς α̅ ⋀ Μ̊ ε̅· ἔσται Μ̊ κ̅· ὁ δὲ β^{ος} ὁμοίως Μ̊ ι̅ε̅, ὁ δὲ γ^{ος} Μ̊ ι̅, ὁ δὲ δ^{ος} Μ̊ κ̅ε̅.

κ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερος τῶν ἄκρων προσλαβὼν τὸν μέσον πρὸς τὸν λοιπὸν τῶν ἄκρων λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ρ̅ διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ α^{ος} καὶ ὁ β^{ος} τοῦ γ^{ου} ᾖ γ$^{πλ.}$, ὁ δὲ β^{ος} καὶ ὁ γ^{ος} τοῦ α^{ου} ᾖ δ$^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ γ^{ος} ς α̅· καὶ ἐπεὶ ὁ α^{ος} καὶ ὁ β^{ος} τοῦ γ^{ου} ἐστὶ γ$^{πλ.}$, τετάχθωσαν οἱ δύο ς γ̅. οἱ τρεῖς ἄρα εἰσὶν ς δ̅· οὗτοι ἴσοι Μ̊ ρ̅· καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ κ̅ε̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν γ^{ον} ς α̅· ἔσται Μ̊ κ̅ε̅· τὸν δὲ α^{ον} καὶ τὸν β^{ον} ς γ̅· ἔσονται Μ̊ ο̅ε̅.

πάλιν ἐπεὶ ὁ β^{ος} καὶ ὁ γ^{ος} τοῦ α^{ου} εἰσὶ δ$^{πλ.}$, τετάχθω ὁ α^{ος} ς α̅. ἔσται ἄρα ὁ β^{ος} καὶ ὁ γ^{ος} ς δ̅· οἱ τρεῖς ἄρα εἰσὶν ς ε̅, ἀλλὰ καὶ Μ̊ ρ̅· καὶ γίνεται ὁ ς, Μ̊ κ̅.

ἔσται ἄρα ὁ α^{ος} Μ̊ κ̅· ὁ δὲ β^{ος} καὶ ὁ γ^{ος} Μ̊ π̅, ὧν ὁ γ^{ος} Μ̊ κ̅ε̅, λοιπὸς ἄρα ὁ β^{ος} ἔσται Μ̊ ν̅ε̅. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κα.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ μέγιστος τοῦ μέσου ὑπερέχῃ τῷ τοῦ ἐλαχίστου δοθέντι μέρει, ὁ δὲ μέσος

---

1 ποιοῦσι *Ba.* 2 ἐστὶ om. B. 23 β^{ος} καὶ ὁ γ^{ος} Μ̊ π̅ ὧν ὁ om. *Ba.*

sed summa trium facit $3x - 15$ et $X_3 = 35 - x$; oportet iam et $3x - 15$ supra $35 - x$ esse 50; ita

$$85 - x = 3x - 15 \quad \text{et fit} \quad x = 25.$$

Ad positiones. Est $X_1 = x - 5$, erit 20, et similiter

$$X_2 = 15, \quad X_3 = 10, \quad X_4 = 25.]$$

XX.

Propositum numerum partiri in tres numeros ita 22
ut summa medii et extremorum utriusque ad extremum alterum rationem habeat datam.

Proponatur iam 100 partiri in tres numeros ita ut $X_1 + X_2$ ad X_3 sit 3^{plus}, et $X_2 + X_3$ ad X_1 sit 4^{plus}.

Ponatur $X_3 = x$, et quoniam $X_1 + X_2$ ad X_3 est 3^{plus}, ponatur $X_1 + X_2 = 3x$. Ergo summa trium $(X_1 + X_2 + X_3)$ est $4x$; ista aequantur 100 et fit $x = 25$.

Ad positiones. Est $X_3 = x$, erit 25.

$$X_1 + X_2 = 3x, \text{ erunt } 75.$$

Rursus quoniam $X_2 + X_3$ ad X_1 est 4^{plus}, ponatur $X_1 = x$; ergo erit $X_2 + X_3 = 4x$ et summa trium $(X_1 + X_2 + X_3) = 5x$, sed et est 100. Fit ergo $x = 20$.

Erit igitur

$$X_1 = 20 \quad \text{et} \quad X_2 + X_3 = 80,$$

quorum $X_3 = 25$; residuus ergo $X_2 = 55$ et proposito satisfaciunt.

XXI.

Invenire tres numeros tales ut maximus medium 23
superet data minimi fractione, medius minimum superet

τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχῃ τῷ τοῦ μεγίστου δοθέντι μέρει, ὁ δὲ ἐλάχιστος δοθέντι ἀριθμῷ τοῦ τοῦ μέσου δοθέντος μέρους.

Δεῖ δὴ τὸν μέσον τοῦ ἐλαχίστου τοσούτῳ μέρει τοῦ μέγιστου ὑπερέχειν, ὥστε τὸν ὁμώνυμον τοῦ τοιούτου μέρους ἐπὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου πρὸς τὸν ἐλάχιστον πολλαπλασιαζόμενον ποιεῖν ἐν αὐτῷ πλῆθος ἀριθμῶν πλεῖον ἢ ἐν τῷ μέσῳ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μέγιστον τοῦ μέσου ὑπερέχειν τῷ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ω} μέρει, τὸν δὲ μέσον τοῦ ἐλαχίστου τῷ τοῦ μεγίστου γ^{ω} μέρει, τὸν δὲ ἐλάχιστον ὑπερέχειν $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ τοῦ τοῦ μέσου $\gamma^{ου}$ μέρους.

Τετάχθω δὴ ὁ ἐλάσσων $\varsigma\,\bar{\alpha}$ καὶ ὧν ὑπερέχει τοῦ τοῦ μέσου $\gamma^{ου}$, $\mathring{M}\,\bar{\iota}$· ὁ ἄρα μέσος ἔσται $\varsigma\,\bar{\gamma}$, ἵνα ἔχῃ ὁ ἐλάχιστος τὸ $\gamma^{ον}$ τοῦ μέσου καὶ $\mathring{M}\,\bar{\iota}$.

ἢ καὶ οὕτως· τετάχθω ὁ μέσος $\varsigma\,\bar{\gamma}$· καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν ἐλάχιστον ὑπερέχειν τοῦ $\gamma^{ου}$ μέρους αὐτοῦ τοῦ μέσου, $\mathring{M}\,\bar{\iota}$, ἔσται $\varsigma\,\bar{\alpha}$ καὶ $\mathring{M}\,\bar{\iota}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν μέσον τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχειν τῷ τοῦ $\alpha^{ου}$ γ^{ω} μέρει· ἀλλ' ὁ μέσος τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχει $\varsigma\,\bar{\beta} \pitchfork \mathring{M}\,\bar{\iota}$· ταῦτα ἄρα $\gamma^{ον}$ μέρος ἐστὶ τοῦ μεγίστου· αὐτὸς ἄρα ὁ μέγιστος ἔσται $\varsigma\,\bar{\bar{\varsigma}} \pitchfork \mathring{M}\,\bar{\lambda}$. δεήσει ἄρα καὶ τὸν μέγιστον τοῦ μέσου ὑπερέχειν τῷ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ω} μέρει· ἀλλὰ ὁ μέγιστος τοῦ μέσου ὑπερέχει $\varsigma\,\bar{\gamma} \pitchfork \mathring{M}\,\bar{\lambda}$· ταῦτα ἄρα $\gamma^{ον}$ ἐστὶ μέρος τοῦ ἐλαχίστου· ὁ ἄρα ἐλάχιστος ἔσται $\varsigma\,\bar{\vartheta} \pitchfork \mathring{M}\,\bar{ϙ}$· ἀλλὰ καὶ $\varsigma\,\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ ηὑρέθη· καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}\,\angle'$.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν $\gamma^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\kappa\beta}\,\angle'$, ὁ δὲ μέσος $\mathring{M}\,\overline{\lambda\xi}\,\angle'$, ὁ δὲ μέγιστος $\mathring{M}\,\overline{\mu\varepsilon}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

10 μέρει om. *Ba*. τὸν δὲ μέσον . . . (11) μέρει om. B, τὸν δὲ μέσον τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχειν τῷ τοῦ μεγίστου τρίτῳ

data maximi fractione et minimus datum numerum data medii fractione.

Oportet medium superare minimum tali maximi fractione ut numerus huic fractioni cognominis, in differentiam medii ad minimum multiplicatus, faciat coefficientem x maiorem quam in medio.

Proponatur iam maximum (X) supra medium (ξ) esse minimi (X) $\frac{1}{3}$; ξ supra X esse $\frac{1}{3}X$, et X supra 10 esse $\frac{1}{3}\xi$.

Ponatur $X = x + 10$, quum totidem superet $\frac{1}{3}\xi$. Ergo erit $\xi = 3x$; ita enim X continet $\frac{1}{3}\xi$ et 10 unitates.

Vel sic: Ponatur $\xi = 3x$; quoniam volo X supra $\frac{1}{3}\xi$ esse 10, erit $X = x + 10$.

Restat ut ξ supra X sit $\frac{1}{3}X$, sed ξ supra X est $2x - 10$; istud igitur erit $\frac{1}{3}X$, erit ergo $X = 6x - 30$.

Oportet quoque X supra ξ esse $\frac{1}{3}X$, sed X supra ξ est $3x - 30$; istud igitur erit $\frac{1}{3}X$; erit ergo

$$X = 9x - 90.$$

Sed et inventus est $x + 10$; fit igitur $x = 12\frac{1}{2}$. Erit ergo

$$X = 22\tfrac{1}{2},\quad \xi = 37\tfrac{1}{2},\quad X = 45,$$

et proposito satisfaciunt.

suppl. *Ba*. 14 τοῦ om. *Ba*. 17 αὐτοῦ om. *Ba*. 27 εὑρέθη B. $\angle'$] καὶ ἥμισυ *Ba* (item 28). 28 ὁ δὲ μέσος $\mathring{M}\,\overline{\lambda\xi}\,\angle'$ supra lineam A 2ª manu.

[*Ἄλλως.*]

Εὑρεῖν κ. τ. ἑ.

Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον τοῦ μεγίστου μέρος τηλικοῦτον δίδοσθαι, ὥστε προστιθέμενον τῷ ἐλαχίστῳ, ποιεῖν τοὺς ἐν αὐτῷ ἀριθμοὺς ἐλάσσονας τῶν ἐξ ἀρχῆς λαμβανομένων τοῦ μέσου.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐλάσσων ς α̅ καὶ ὧν ὑπερέχει τοῦ τοῦ μέσου $\gamma^{ου}$ *μέρους, Μ̊ ι̅· ἔσται ἄρα ὁ μέσος ς γ̅, ἵνα ὑπερέχῃ ὁ ἐλάχιστος Μ̊ ι̅ τοῦ τοῦ μέσου* $\gamma^{ου}$ *μέρους. πάλιν ἐπεὶ θέλω τὸν μέγιστον τοῦ μέσου ὑπερέχειν τῷ τοῦ ἐλαχίστου* $\gamma^{ῳ}$ *μέρει, ἐὰν προσθῶ τῷ μέσῳ τὸ τοῦ ἐλαχίστου* $\gamma^{ου}$ *μέρος, ἕξω τὸν μέγιστον ς γ̅* $\gamma^{\times}$ *Μ̊ γ̅* $\gamma^{\times}$*. λοιπὸν δεῖ [καὶ] τὸν μέσον ἴσον εἶναι τῷ ἐλαχίστῳ καὶ τῷ τοῦ μεγίστου* $\gamma^{ῳ}$ *μέρει· ἀλλ' ὁ ἐλάχιστος μετὰ τοῦ* $\gamma^{ου}$ *μέρους τοῦ μεγίστου, ς εἰσιν β̅* $\vartheta^{\times}$ *καὶ Μ̊ ι̅α̅* $\vartheta^{\times}$*. ταῦτα ἴσα τοῖς τοῦ μέσου ς γ̅.*

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. ς ἄρα α̅ ⋀ $\vartheta^{\times}$ *ἴσος ἐστὶ Μ̊ ι̅α̅* $\vartheta^{\times}$*. πάντα* $\vartheta^{κις}$*. ς ἄρα η̅ ἴσοι Μ̊ ρ̅. καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ι̅β̅ ∟'. καὶ ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις τῇ ἐπάνω.*

κβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ διδῷ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

---

1 *Ἄλλως* om. A *Ba*. Quae sequitur secundam solutionem veteri scholiastae tribuo. 2 Propositionem problematis *κα* repetunt AB. 3 *τὸ*] *τὸν* B. *μέρους* B. 6 A (2^{a} m.) addit in margine: (*κείμενον*): *ἐπιτετάχθω πάλιν τὸν μέγιστον ὑπερέχειν τοῦ μέσου τῷ τοῦ ἐλαχίστου* $\gamma^{ῳ}$ *μέρει, τὸν δὲ μέσον τοῦ ἐλαχίστου τῷ τοῦ μεγίστου τρίτῳ μέρει, τὸν δὲ ἐλάχιστον ὑπερέχειν μονάδας ι̅ τοῦ* $\gamma^{ου}$ *μέρους τοῦ μέσου.* 8 *τοῦ* alterum om. B. 9 *ὑπερέχει* A. 11 *τὸ* om. B. 12 $\gamma^{\times}$] $\alpha^{\gamma-}$ *Ba*

[Aliter.

Invenire tres numeros etc. 24

Oportet datam maximi fractionem talem dari ut, addito minimo, faciat coefficientem x minorem quam in medio sumptus est ab initio.

Ponatur rursus $X = x + 10$, quum totidem superet $\frac{1}{3}\xi$. Erit igitur $\xi = 3x$, ut X supra 10 sit $\frac{1}{3}\xi$. Rursus quoniam volo X supra ξ esse $\frac{1}{3}X$, si ξ addo et $\frac{1}{3}X$, habebo

$$X = 3\tfrac{1}{3}x + 3\tfrac{1}{3}.$$

Restat ut

$$\xi = X + \tfrac{1}{3}X, \text{ sed } X + \tfrac{1}{3}X = 2\tfrac{1}{9}x + 11\tfrac{1}{9}.$$

Ista aequantur ξ hoc est $3x$.

A similibus similia. Ergo

$$\left(1 - \tfrac{1}{9}\right)x = 11\tfrac{1}{9}.$$

Omnia 9^{ies}. Ergo $8x = 100$ et fit $x = 12\frac{1}{2}$, eademque probatio quae supra.]

XXII.

Invenire tres numeros tales ut, unoquoque sequenti dante ipsius fractionem propositam, dantes accipientesque fiant aequales. 25

---

qui ubique sic notat fractiones aliquotas unitatis. 13 *καὶ* om. A. 17 ς *ἄρα α̅ ⋀* $\vartheta^{\times}$ *ἴσος*] *ἀριθμοῦ ἄρα* $\eta^{\vartheta-}$ *ἴσα Ba*. 18 *ἄρα* om. *Ba*. 19 *ἀπόδειξις* A, *δεῖξις* B. 23 *γένονται Ba*.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $α^{ον}$ τῷ $β^{ῳ}$ διδόναι ἑαυτοῦ τὸ $γ^{ον}$, τὸν δὲ $β^{ον}$ τῷ $γ^{ῳ}$ τὸ $δ^{ον}$, καὶ ἔτι τὸν $γ^{ον}$ τῷ $α^{ῳ}$ τὸ $ε^{ον}$, καὶ γίνεσθαι ἴσους μετὰ τὴν ἀντίδοσιν.

Τετάχθω ὁ $α^{ος}$, ϛ τινων $γ^{ον}$ ἐχόντων μέρος, ἐπεὶ $γ^{ον}$ δίδωσιν· ἔστω δὴ καὶ ϛ γ̅. ὁ δὲ $β^{ος}$, Μ̊ τινῶν $δ^{ον}$ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ $δ^{ον}$ δίδωσιν· ἔστω δὴ Μ̊ δ̅, καὶ μὴν δὴ ὁ $β^{ος}$ δοὺς καὶ λαβὼν γίνεται ϛ α̅ Μ̊ γ̅.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν $α^{ον}$ δόντα καὶ λαβόντα γίνεσθαι ϛ α̅ Μ̊ γ̅· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $γ^{ον}$, ϛ α̅, λαβὼν δὲ Μ̊ γ̅ ⋀ ϛ α̅, γίνεται ϛ α̅ Μ̊ γ̅. Μ̊ ἄρα γ̅ ⋀ ϛ α̅, $ε^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $γ^{ου}$· αὐτὸς ἄρα ἐστὶ Μ̊ ιε̅ ⋀ ϛ ε̅.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $γ^{ον}$, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $ε^{ον}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $β^{ου}$ τὸ $δ^{ον}$, Μ̊ α̅, γίνεσθαι ϛ α̅ Μ̊ γ̅· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $ε^{ον}$, Μ̊ γ̅ ⋀ ϛ α̅, λοιπός ἐστι Μ̊ ιβ̅ ⋀ ϛ δ̅· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $β^{ου}$ τὸ $δ^{ον}$, Μ̊ α̅, γίνεται Μ̊ ιγ̅ ⋀ ϛ δ̅. ταῦτα ἴσα ϛ α̅ Μ̊ γ̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ β̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ Μ̊ ϛ̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ Μ̊ δ̅, ὁ δὲ $γ^{ος}$ Μ̊ ε̅. καὶ φανερὰ τὰ τῆς προτάσεως.

---

3 γενέσθαι B. 5 δίδωσιν A *Ba*, δίδωσι B. καὶ om. B. 6 Μ̊ δ̅] A (2^a m.) addit in margine: (κείμενον): ὁ ἄρα δεύτερος δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $δ^{ον}$, Μ α̅, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $α^{ου}$ τὸ $γ^{ον}$, ϛ α̅, γίνεται ϛ α̅ Μ̊ γ̅· δεήσει ἄρα καὶ τὸν $α^{ον}$ δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $γ^{ον}$, ϛ α̅, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $γ^{ου}$ τὸ $ε^{ον}$, γίνεσθαι ϛ α̅ Μ̊ γ̅· ἀλλὰ δοὺς μὲν ϛ α̅, λοιποὺς ἔχει ϛ β̅. δεήσει ἄρα λαβόντα αὐτὸν τὸ τοῦ $γ^{ου}$ $ε^{ον}$ γίνεσθαι ϛ α̅ Μ̊ γ̅· Μ̊ ἄρα γ̅ ⋀ ϛ α̅ $ε^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $γ^{ου}$ (l. 11). 7 μὴν δὴ ὁ scripsi, μὲν δὴ (δὴ correctum ex δὲ) ὁ μὲν A, μένει ὁ B. γίνεται om. B. 8 καὶ prius om. *Ba*. 12 δόντα] δοθέντα *Ba*.

Proponatur iam X_1 dare ad X_2 ipsius $\frac{1}{3}$, X_2 dare ad X_3 ipsius $\frac{1}{4}$, et adhuc X_3 dare ad X_1 ipsius $\frac{1}{5}$, ita ut post mutuam donationem fiant aequales.

Ponatur X_1 esse x cum coefficiente trientem habente, quoniam dat $\frac{1}{3}$; sit iam $3x$.

Ponatur X_2, quoniam dat $\frac{1}{4}$, esse unitatum quantitatem cuius sit quadrans; sit iam 4.

Sed X_2 dans accipiensque fit $x + 3$. Restat ut X_1 dans accipiensque fiat $x + 3$. Sed dans ipsius $\frac{1}{3}$, hoc est x, accipiensque $3 - x$, fit $x + 3$. Ergo

$$3 - x = \frac{1}{5} X_3 \text{ et } X_3 = 15 - 5x.$$

Oportebit adhuc et X_3, dantem ipsius $\frac{1}{5}$, et accipientem $\frac{1}{4} X_2$, hoc est 1, fieri $x + 3$. Sed dans ipsius $\frac{1}{5}$, $3 - x$, remanet $12 - 4x$, accipiensque $\frac{1}{4} X_2$, hoc est 1, fit $13 - 4x$. Ista aequantur $x + 3$ et fit $x = 2$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 6, \quad X_2 = 4, \quad X_3 = 5,$$

et manifesta propositi solutio.

κγ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ δῷ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω τὸν μὲν $α^{ον}$ τῷ $β^{ῳ}$ διδόναι τὸ $γ^{ον}$, τὸν δὲ $β^{ον}$ τῷ $γ^{ῳ}$ τὸ $δ^{ον}$, τὸν δὲ $γ^{ον}$ τῷ $δ^{ῳ}$ τὸ $ε^{ον}$, καὶ ἔτι τὸν $δ^{ον}$ τῷ $α^{ῳ}$ τὸ $ϛ^{ον}$, καὶ γίνεσθαι ἴσους μετὰ τὴν ἀντίδοσιν.

Τετάχθω ὁ μὲν $α^{ος}$, ς τινων $γ^{ον}$ μέρος ἐχόντων, ἐπεὶ $γ^{ον}$ δίδωσιν· ἔστω ς $\overline{γ}$· ὁ δὲ $β^{ος}$, $\mathring{M}$ τινῶν $δ^{ον}$ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ $δ^{ον}$ δίδωσιν· ἔστω $\mathring{M}\,\overline{δ}$. ὁ ἄρα $β^{ος}$, δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $δ^{ον}$, $\mathring{M}\,\overline{α}$, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $α^{ου}$ τὸ $γ^{ον}$, ς $\overline{α}$, γίνεται ς $\overline{α}$ $\mathring{M}\,\overline{γ}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $α^{ον}$, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $γ^{ον}$, ς $\overline{α}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $δ^{ου}$ τὸ $ϛ^{ον}$, γίνεσθαι ς $\overline{α}$ $\mathring{M}\,\overline{γ}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ς $\overline{α}$, λοιποὺς ἔχει ς $\overline{β}$. δεήσει ἄρα λαβόντα αὐτὸν τοῦ $δ^{ου}$ τὸ $ϛ^{ον}$, γίνεσθαι ς $\overline{α}$ $\mathring{M}\,\overline{γ}$· $\mathring{M}$ ἄρα $\overline{γ}$ ⋔ ς $\overline{α}$, $ϛ^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $δ^{ου}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $δ^{ος}$ ἔσται $\mathring{M}\,\overline{ιη}$ ⋔ ς $\overline{ϛ}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν $δ^{ον}$, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $ϛ^{ον}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $γ^{ου}$ τὸ $ε^{ον}$, γίνεσθαι ς $\overline{α}$ $\mathring{M}\,\overline{γ}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $ϛ^{ον}$, $\mathring{M}\,\overline{γ}$ ⋔ ς $\overline{α}$, λοιπός ἐστι $\mathring{M}\,\overline{ιε}$ ⋔ ς $\overline{ε}$. δεήσει ἄρα αὐτὸν καὶ λαβόντα τὸ τοῦ $γ^{ου}$ $ε^{ον}$ γίνεσθαι ς $\overline{α}$ $\mathring{M}\,\overline{γ}$· ἀλλὰ ἐὰν λάβῃ ς $\overline{ϛ}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{ιβ}$, γίνεται ς $\overline{α}$ $\mathring{M}\,\overline{γ}$, ὥστε ς $\overline{ϛ}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{ιβ}$, $ε^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $γ^{ου}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ς $\overline{λ}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{ξ}$.

---

3 δῷ] διδῷ B. τὸ om. *Ba*. 7 γίνεται A (1^a m.), γενέσθαι B. 16/17 δεήσει ἄρα τὸ τοῦ τετάρτου ἕκτον λαβόντα αὐτὸν B. 17 τὸ om. A. 24 ἐὰν] ἂν *Ba*. 25 ὥστε] οἵτε *Ba*.

XXIII.

Invenire quatuor numeros tales ut, unoquoque sequenti dante ipsius fractionem propositam, dantes accipientesque fiant aequales. 26

Proponatur iam X_1 ad X_2 dare ipsius $\frac{1}{3}$, X_2 ad X_3 ipsius $\frac{1}{4}$, X_3 ad X_4 ipsius $\frac{1}{5}$, denique X_4 ad X_1 ipsius $\frac{1}{6}$, et ita post mutuam donationem fieri aequales.

Ponatur X_1 esse x cum coefficiente cuius sit triens, quoniam dat $\frac{1}{3}$, esto $3x$; et X_2 esse unitatum quantitatem cuius sit quadrans, quoniam dat $\frac{1}{4}$, esto 4.

Ergo X_2, dans ipsius $\frac{1}{4}$, hoc est 1, accipiensque $\frac{1}{3}X_1$, hoc est x, fit $x + 3$; oportebit et X_1, dantem ipsius $\frac{1}{3}$, hoc est x, accipientemque $\frac{1}{6}X_4$, fieri $x + 3$; sed dans x, reliquum habet $2x$; oportebit igitur istum, accipientem $\frac{1}{6}X_4$, fieri $x + 3$. Ergo

$$3 - x = \frac{1}{6}X_4 \quad \text{et} \quad X_4 = 18 - 6x.$$

Restat ut X_4, dans ipsius $\frac{1}{6}$ accipiensque $\frac{1}{5}X_3$, fiat $x + 3$; sed, dans ipsius $\frac{1}{6}$, $3 - x$, remanet $15 - 5x$; oportebit igitur istum, accipientem $\frac{1}{5}X_3$, fieri $x + 3$; sed accipiendo $6x - 12$, fit $x + 3$; ergo

$$6x - 12 = \frac{1}{5}X_3 \quad \text{et} \quad X_3 = 30x - 60.$$

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\gamma^{ον}$, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\delta^{ον}$, γίνεσθαι ⸓ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$, ⸓ $\bar{\varsigma}$ $\pitchfork$ $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$, λοιποὺς ἔχει ⸓ $\overline{\kappa\delta}$ $\pitchfork$ $\mathring{M}\,\overline{\mu\eta}$· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\delta^{ον}$, γίνεται ⸓ $\overline{\kappa\delta}$ $\pitchfork$ $\mathring{M}\,\overline{\mu\zeta}$. ταῦτα ἴσα ⸓ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$· καὶ γίνεται ὁ ⸓ $\bar{\nu}$ $\kappa\gamma^{ων}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\varrho\nu}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{϶\beta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\varrho\kappa}$, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ $\overline{\varrho\iota\delta}$· περιῃρήσθω τὸ μόριον· ἔσται δηλαδὴ ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\varrho\nu}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{϶\beta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\varrho\kappa}$, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ $\overline{\varrho\iota\delta}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λάβῃ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, καὶ γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\gamma^{ον}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\delta^{ον}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\varepsilon^{ον}$, καὶ γίνεσθαι ἴσους.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ⸓ $\bar{\alpha}$· οἱ δὲ λοιποὶ δύο, $\mathring{M}$ τινῶν τοῦ προχείρου ἕνεκεν $\gamma^{ον}$ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ $\gamma^{ον}$ διδόασιν· ἔστω $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$. οἱ ἄρα τρεῖς ἔσονται ⸓ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$, καὶ μένει ὁ $\alpha^{ος}$ λαβὼν παρὰ τῶν λοιπῶν δύο τὸ $\gamma^{ον}$, ⸓ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\beta^{ον}$ παρὰ τῶν ⟨λοιπῶν⟩ δύο ὡς ἑνὸς λαβόντα τὸ $\delta^{ον}$, γίνεσθαι ⸓ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$· πάντα $\delta^{κις}$·

1 ἑαυτοῦ τὸ] τὸ ἑαυτοῦ B. 7/8 Post quatuor numeratores εἰκοσιτρίτων suppl. *Ba*. Super hos denominatorem κγ addiderunt manus recentiores in A et B. 21/22 διδόασιν A *Ba*, διδόασι B. 22 ἔστωσαν B. 23 μένει] δὴ B. $\gamma^{ον}$] γίνεται add. B. 25 λοιπῶν addidi.

Oportebit et X_3, dantem ipsius $\frac{1}{5}$ et accipientem $\frac{1}{4}X_2$, fieri $x+3$; sed dans ipsius $\frac{1}{5}$, $6x-12$, reliquum habet $24x-48$, accipiensque $\frac{1}{4}X_2$, fit $24x-47$. Ista aequantur $x+3$ et fit $x=\frac{50}{23}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1=\frac{150}{23},\ X_2=\frac{92}{23},\ X_3=\frac{120}{23},\ X_4=\frac{114}{23}.$$

Tollatur denominator; erit nempe

$$X_1=150,\ \ X_2=92,\ \ X_3=120,\ \ X_4=114,$$

et proposito satisfaciunt.

XXIV.

Invenire tres numeros tales ut, unoquoque a summa 27
duorum reliquorum fractionem propositam accipiente, fiant omnes aequales.

Proponatur iam X_1 sumere $\frac{1}{3}(X_2+X_3)$; X_2 sumere $\frac{1}{4}(X_3+X_1)$; X_3 sumere $\frac{1}{5}(X_1+X_2)$, et ita X_1, X_2, X_3 fieri aequales.

Ponatur $X_1=x$ et X_2+X_3, facilitatis gratia, unitatum quantitatem esse cuius sit triens, quoniam haec summa dat ipsius $\frac{1}{3}$; sit 3.

Ergo summa trium erit $x+3$ et constat

$$X_1+\tfrac{1}{3}(X_2+X_3)=x+1.$$

Oportebit quoque $X_2+\frac{1}{4}(X_3+X_1)$ fieri $x+1$.

$\delta^{κις}$ ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ προσλαβὼν τοὺς δύο, τρίς ἐστιν ὁ $\beta^{ος}$ προσλαβὼν τοὺς τρεῖς· τρὶς ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ προσλαβὼν τοὺς τρεῖς γίνεται ϛ $\bar{δ}$ $\mathring{M}$ $\bar{δ}$· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τούτων ἀφέλω τοὺς τρεῖς, λοιποὶ ϛ $\bar{γ}$ $\mathring{M}$ $\bar{α}$ τρίς ἐστιν ὁ $\beta^{ος}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται ϛ $\bar{α}$ $\mathring{M}$ $\gamma^{\times}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαβόντα τὸ $\varepsilon^{ον}$, γίνεσθαι ϛ $\bar{α}$ $\mathring{M}$ $\bar{α}$· πάντα ὁμοίως $\varepsilon^{κις}$. καὶ συνάγεται διὰ τῶν ὁμοίων ὁ $\gamma^{ος}$ ϛ $\bar{α}$ $\mathring{M}$ ∠′.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἴσους γενέσθαι ϛ $\bar{α}$ $\mathring{M}$ $\bar{γ}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overline{ιγ}$ $\iota\beta^{ων}$· καὶ ἀφαιρουμένου τοῦ μορίου, ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\mathring{M}$ $\overline{ιγ}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}$ $\overline{ιζ}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\mathring{M}$ $\overline{ιθ}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κε.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαμβάνῃ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, καὶ γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\gamma^{ον}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς τὸ $\delta^{ον}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ὁμοίως τὸ $\varepsilon^{ον}$, τὸν δὲ $\delta^{ον}$ τὸ $ϛ^{ον}$, καὶ γίνεσθαι ἴσους.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ϛ $\bar{α}$· οἱ δὲ λοιποὶ τρεῖς $\mathring{M}$ τινῶν $\gamma^{ον}$ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ $\gamma^{ον}$ διδόασιν· ἔστωσαν $\mathring{M}$ $\bar{γ}$. ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαμβάνων τὸ $\gamma^{ον}$, γίνεται ϛ $\bar{α}$ $\mathring{M}$ $\bar{α}$.

1 ἐστι *Ba.* 10 $\overline{ιγ}$ om. A 1ª m. 15 λαμβάνει A. 19 δὲ om. *Ba.* 20 γίνεσθαι] γένωνται A, ubi ἴσους corr. in ἴσοι 2ª m. 24 $\gamma^{ον}$ . . . λαβόντα τὸ (p. 60, 2) om. A.

Omnia quater: $4\left[X_2 + \frac{1}{4}(X_3 + X_1)\right]$ est $3X_2 + (X_1 + X_2 + X_3)$; ergo $3X_2 + (X_1 + X_1 + X_2)$ fit $4x + 4$. Si utrimque aufero summam trium, linquitur

$$3x + 1 = 3X_2;\ \text{ergo}\ X_2 = x + \frac{1}{3}.$$

Oportebit igitur et $X_3 + \frac{1}{5}(X_1 + X_2)$ fieri $x + 1$. Omnia similiter 5^{ies}; eademque ratione concluditur

$$X_3 = x + \frac{1}{2}.$$

Restat ut summa trium fiat $x + 3$ et fit $x = \frac{13}{12}$. Sublato denominatore, erit

$$X_1 = 13,\quad X_2 = 17,\quad X_3 = 19,$$

et proposito satisfaciunt.

XXV.

Invenire quatuor numeros tales ut, unoquoque a 28
summa reliquorum trium fractionem accipiente propositam, fiant omnes aequales.

Proponatur iam: X_1 sumere $\frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4)$; X_2 sumere $\frac{1}{4}(X_3 + X_4 + X_1)$; X_3 sumere $\frac{1}{5}(X_4 + X_1 + X_2)$; X_4 sumere $\frac{1}{6}(X_1 + X_2 + X_3)$, et fieri omnes aequales.

Ponatur $X_1 = x$ et $(X_2 + X_3 + X_4)$, quae summa dat $\frac{1}{3}$, esse unitatum quantitatem cuius sit triens. Sit 3.

Ergo $X_1 + \frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4)$ fit $x + 1$. Opor-

δεήσει ἄρα καὶ τὸν β^ον παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαβόντα τὸ δ^ον, γίνεσθαι ς α̅ Μ̊ α̅. πάντα πάλιν ὁμοίως δ^κις· καὶ συνάγεται διὰ τῶν αὐτῶν, ὁ μὲν β^ος ς α̅ Μ̊ γ^χ, ὁ δὲ γ^ος ς α̅ Μ̊ ∟', ὁ δὲ δ^ος ς α̅ Μ̊ γ̅ ε^ων. λοιπόν ἐστι τοὺς τέσσαρας συντεθέντας ἴσους γίνεσθαι ς α̅ Μ̊ γ̅· καὶ συνάγεται ὁ ς Μ̊ μ̅ζ̅, ἐν μορίῳ μονάδος ϟ^ῳ.

ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ̊ μ̅ζ̅, ὁ δὲ β^ος Μ̊ ο̅ζ̅, ὁ δὲ γ^ος Μ̊ ϟ̅β̅, ὁ δὲ δ^ος Μ̊ ρ̅α̅. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κς.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσευρεῖν τινα ἀριθμόν, ὃς ἑκάτερον πολλαπλασιάσας ποιῇ ὃν μὲν τετράγωνον, ὃν δὲ πλευρὰν τοῦ τετραγώνου.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ ὅ τε σ̅ καὶ ὁ ε̅· καὶ ἔστω ὁ ζητούμενος ς α̅.

κἂν μὲν ἐπὶ τὰς σ̅ Μ̊ πολλαπλασιασθῇ, ποιεῖ ς σ̅, κἂν δὲ ἐπὶ τὰς Μ̊ ε̅, ποιεῖ ς ε̅. δεῖ δὴ τούτων τὸν μὲν εἶναι τετράγωνον, τὸν δὲ πλευρὰν αὐτοῦ. ἐὰν τοίνυν τοὺς ς ε̅ τετραγωνίσω, γίνονται Δ^Υ κ̅ε̅ ἴσαι ς σ̅. πάντα παρὰ ς· ς ἄρα κ̅ε̅ ἴσοι Μ̊ σ̅. καὶ γίνεται ὁ ς, Μ̊ η̅, καὶ ποιεῖ τὰ τῆς προτάσεως.

κζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τῶν εὑρισκομένων τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ

---

7 *μονάδος* om. *Ba.* Post ϟ^ῳ quaedam omissa desideres. 12 *ποιεῖ* AB, corr. *Ba.* 17 *τὰς ε̅ μονάδας* B. 19 *τοὺς ε̅ ἀριθμοὺς* B. 24 *ποιεῖ* A. 25 *τοῦ ἡμίσεος τοῦ*] ∟' *τοῦ*

tebit quoque $X_2 + \frac{1}{4}(X_3 + X_4 + X_1)$ fieri $x + 1$. Omnia rursus similiter quater et eadem ratione concludetur

$$X_2 = x + \frac{1}{3}, \quad X_3 = x + \frac{1}{2}, \quad X_4 = x + \frac{3}{5}.$$

Restat ut summa quatuor omnium fiat $x + 3$ et concluditur

$$x = \frac{47}{90}.$$

Erit

$$X_1 = 47, \quad X_2 = 77, \quad X_3 = 92, \quad X_4 = 101,$$

et proposito satisfaciunt.

XXVI.

Duobus datis numeris, invenire numerum qui 29
utrumque multiplicans, alterum faciat quadratum, alterum autem radicem huius quadrati.

Sint dati duo numeri 200 et 5 et quaesitus sit x. Si multiplicatur in 200, facit $200x$; si in 5, facit $5x$.

Horum oportet alterum esse quadratum, alterum radicem huius. Si igitur quadro $5x$, fit

$$25x^2 = 200x.$$

Omnia per x [dividantur]; ergo $25x = 200$ et fit $x = 8$ et proposito satisfacit.

XXVII.

Invenire duos numeros quorum summa et pro- 30
ductus faciant datos numeros.

Oportet inveniendorum dimidiae summae quadra-

---

supra lineam A, ubi posterior manus, deleto *συναμφοτέρου* (p. 62, 1), scripsit *συνθέματος*.

συναμφοτέρου τετράγωνον τοῦ ὑπ' αὐτῶν ὑπερέχειν τετραγώνῳ. ἔστι δὲ τοῦτο πλασματικόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ κ̄, τὸν δὲ πολλαπλασιασμὸν ποιεῖν Μ̊ ϟϛ̄.

Τετάχθω ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ϛ β̄. καὶ ἐπεὶ τὸ σύνθεμα αὐτῶν ἐστι Μ̊ κ̄, ἐὰν τοῦτο τέμω δίχα, ἔσται ἑκάτερος τῶν ἐκ τῆς διαιρέσεως, τοῦ ∠′ τοῦ συνθέματος, Μ̊ ῑ. κἂν τὸ ἥμισυ τῆς ὑπεροχῆς, τουτέστιν ϛ ᾱ, ἑνὶ μὲν τῶν ἐκ τῆς διαιρέσεως προσθῶ, τοῦ δὲ λοιποῦ ἀφέλω, μένει πάλιν τὸ σύνθεμα Μ̊ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ϛ β̄. τετάχθω οὖν ὁ μείζων ϛ ᾱ καὶ Μ̊ ῑ τῶν ἡμίσεων τοῦ συνθέματος· ὁ ἄρα ἐλάσσων ἔσται Μ̊ ῑ ⋔ ϛ ᾱ. καὶ μένει τὸ μὲν σύνθεμα Μ̊ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ϛ β̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ ϟϛ̄· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι Μ̊ ρ̄ ⋔ ΔΥ ᾱ· ταῦτα ἴσα Μ̊ ϟϛ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ β̄.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν μείζων Μ̊ ιβ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ η̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τοὺς δὶς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνους τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου αὐτῶν τετραγώνου ὑπερέχειν τετραγώνῳ. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πλασματικόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ κ̄, τὴν δὲ σύνθεσιν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ ση̄.

---

2 ἔστιν A. 7 τοῦ ∠′] ἤτοι τοῦ ἥμισυ A, ἤτοι τὸν ἥμισυ

tum superare productum quadrato. Hoc est formativum.

Proponatur iam summam horum facere 20 et productum facere 96.

Ponatur differentia horum esse $2x$. Quoniam eorundem summa est 20, eam si bifariam partior, erit utraque pars dimidia summa, nempe 10. Si nunc dimidiam differentiam, hoc est x, alteri parti addo, ab altera subtraho, constat rursus summa 20, cum differentia $2x$.

Ponatur igitur maior $= x + 10$ (plus dimidia summa), erit ergo minor $= 10 - x$ et constat summa 20, cum differentia 20.

Restat ut productus faciat 96, sed productus est $100 - x^2$. Ista aequantur 96 et fit $x = 2$.

Erit ergo maior $= 12$, minor $= 8$, et proposito satisfaciunt.

XXVIII.

Invenire duos numeros quorum summa ipsorum et 31
quadratorum summa faciant datos numeros.

Oportet duplam summam quadratorum quadrato aliquo superare quadratum a summa ipsorum. Est et hoc formativum.

Proponatur iam summam $(X + x)$ facere 20 et summam quadratorum $(X^2 + x^2)$ facere 208.

B, utrimque ἤτοι addito ex correctione. 8 τουτέστι *Ba*. 12 συνθέματος] συντεθέντος A. 21 ποιεῖ A*Ba*. 25 ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πλασματικόν seclusit *Ba*.

Τετάχθω δὴ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ϛ β̄. καὶ ἔστω ὁ μείζων ϛ ᾱ καὶ Μ̊ ῑ, τῶν ἡμίσεων πάλιν τοῦ συνθέματος, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ ῑ ⋔ ϛ ᾱ. καὶ μένει πάλιν τὸ μὲν σύνθεμα αὐτῶν Μ̊ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ϛ β̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ σ̄η̄· ἀλλὰ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖ Δ^Υ β̄ Μ̊ σ̄. ταῦτα ἴσα Μ̊ σ̄η̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ β̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν μείζων Μ̊ ι̅β̅, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ η̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κθ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ κ̄, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ π̄.

Τετάχθω ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ϛ β̄. ἔσται ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ϛ ᾱ Μ̊ ῑ, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ ῑ ⋔ ϛ ᾱ, καὶ μένει πάλιν τὸ μὲν σύνθεμα αὐτῶν Μ̊ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ϛ β̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ π̄· ἀλλ' ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ἐστὶν ϛ μ̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ π̄.

καὶ συνάγεται πάλιν ὁ μὲν μείζων Μ̊ ι̅β̅, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ η̄. καὶ πάλιν ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

---

1 ἡ] ἡ μὲν B. 13 *ποιεῖ Ba.*

Ponatur differentia esse $2x$, et sit $X = x + 10$ (nempe rursus plus dimidia summa) et $X = 10 - x$. Constat rursus

$$X + X = 20, \quad X - X = 2x.$$

Restat ut $X^2 + X^2$ faciat 208, sed $X^2 + X^2$ facit $2x^2 + 200$. Ista aequantur 208 et fit $x = 2$.

Ad positiones. Erit

$$X = 12 \quad \text{et} \quad X = 8,$$

et proposito satisfaciunt.

XXIX.

Invenire duos numeros quorum summa ipsorum et 32
quadratorum differentia faciant datos numeros.

Proponatur iam summam $(X + X)$ facere 20 et differentiam quadratorum $(X^2 - X^2)$ facere 80.

Ponatur differentia esse $2x$. Erit similiter

$$X = x + 10, \quad X = 10 - x,$$

et constat rursus

$$X + x = 20, \quad X - X = 2x.$$

Restat ut $X^2 - X^2$ faciat 80, sed $X^2 - X^2$ est $40x$. Ista aequantur 80 et concluditur rursus $X = 12$, $X = 8$, et rursus problema solvunt.

λ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τὸν τετράκις ὑπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ποιεῖν τετράγωνον. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πλασματικόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι Μ̊ δ̄, τὸν δὲ πολλαπλασιασμὸν Μ̊ ϟϛ̄.

Τετάχθω τὸ σύνθεμα αὐτῶν ς β̄· ἔχομεν δὲ καὶ τὴν ὑπεροχὴν Μ̊ δ̄. ἔσται ὁμοίως ὁ μείζων ς ᾱ Μ̊ β̄, ὁ δὲ ἐλάσσων ς ᾱ ⋔ Μ̊ β̄, καὶ μένει τὸ μὲν σύνθεμα αὐτῶν ς β̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ Μ̊ δ̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν πολλαπλασιασμὸν αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ ϟϛ̄· ἀλλ' ὁ πολλαπλασιασμὸς αὐτῶν ἐστι Δ^{Y} ᾱ ⋔ Μ̊ δ̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ ϟϛ̄.

καὶ γίνεται πάλιν ὁ μὲν μείζων Μ̊ ιβ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ η̄. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λα.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντας δεδομένον, ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὴν δὲ σύνθεσιν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων συναμφοτέρου εἶναι $\varepsilon^{\pi\lambda.}$

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς γ̄. λοιπόν ἐστι τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ⟨συναμφοτέρου εἶναι $\varepsilon^{\pi\lambda.}$· ἀλλὰ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων⟩ ποιεῖ Δ^{Y} ῑ, τὸ δὲ αὐτῶν σύνθεμα ς δ̄· ὥστε Δ^{Y} ῑ $\varepsilon^{\pi\lambda.}$ εἰσιν ς δ̄.

3 ποιεῖ A*Ba*. 5 ἔστιν A. 27 συναμφοτέρου . . .

XXX.

Invenire duos numeros quorum differentia et productus faciant datos numeros. 33

Oportet quadruplum producti plus quadrato a differentia facere quadratum. Est et hoc formativum.

Proponatur iam differentiam esse 4, productum 96.

Ponatur summa esse $2x$; habemus et differentiam 4; similiter erit maior $= x + 2$ et minor $= x - 2$, et constat horum summa $= 2x$ et differentia $= 4$.

Restat ut productus faciat 96, sed productus est $x^2 - 4$. Ista aequantur 96 et fit rursus maior $= 12$, minor 8, et problema solvunt.

XXXI.

Invenire duos numeros inter se datam habentes rationem et quorum summa quadratorum ab ipsis ad summam ipsorum rationem habeat datam. 34

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3plum et summam ($X^2 + X^2$) summae ($X + X$) esse 5plam.

Ponatur $X = x$, ergo erit $X = 3x$.

Restat ut

$$X^2 + X^2 = 5(X + X);$$

sed $X^2 + X^2$ facit $10x^2$ et $X + X = 4x$. Ita $10x^2$ est 5plum $(4x)$.

τετραγώνων (28) om. AB, suppl. *Ba*. 28 ποιεῖν AB, corr. *Ba*.

ς ἄρα κ̅ ἴσοι εἰσὶ Δ^Υ ι̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ β̅.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ β̅, ὁ δὲ μείζων Μ̊ ς̅. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

λβ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι γ^πλ., τὸ δὲ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι ι^πλ..

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς α̅, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς γ̅. λοιπὸν θέλω τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι ι^πλ.· ἀλλὰ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖ Δ^Υ ι̅, ἡ δὲ ὑπεροχὴ αὐτῶν ς β̅. Δ^Υ ἄρα ι̅ ι^πλ. εἰσιν ς β̅.

καὶ πάντα παρὰ ς. ς ἄρα ι̅ ἴσοι εἰσὶ Μ̊ κ̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ β̅.

καὶ ἔσται πάλιν ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ β̅, ὁ δὲ μείζων Μ̊ ς̅. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

λγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος

---

1 *εἰσὶ* om. *Ba*. 8 *ἐλάττονος* B. 10 *δεκαπλάσιον* AB, *δεκαπλασίονα* *Ba* (item 13). 15 *δεκαπλασίων* A, *δεκαπλάσιοι* B. ς β̅] B pergit: *ἀλλὰ καὶ ἀριθμοὶ κ̅ δεκαπλάσιοί εἰσιν ἀριθμῶν δύο* et *Ba* supplet ultra: *ἀριθμοὶ ἄρα κ̅ ἴσοι εἰσὶ δυνάμεσι ι̅.* 16 *εἰσὶ* om. B. 18 *μὲν* om. *Ba*. 21 *τῷ*

Ergo

$$20x = 10x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit

$$X = 2, \quad X = 6,$$

et proposito satisfaciunt.

XXXII.

Invenire duos numeros in data ratione, quorum summa quadratorum ad differentiam ipsorum rationem habeat datam. 35

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum}, et summam ($X^2 + X^2$) differentiae ($X - X$) esse 10^{plam}.

Ponatur $X = x$, ergo $X = 3x$.

Reliquum volo ($X^2 + X^2$) esse 10^{plam} ($X - X$). Sed $X^2 + \underline{X}^2$ facit $10x^2$ et $X - \overline{X}$ est $2x$.

Ergo

$$10x^2 = 10\,(2x).$$

Omnia per x.

$$10x = 20 \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit rursus

$$X = 2, \quad X = 6,$$

et proposito satisfaciunt.

XXXIII.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum differentia quadratorum ad summam ipsorum rationem habeat datam. 36

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse

---

om. B. 22 *ἡ* om. *Ba*. 23 *ἀμφότερον* *Ba*. 24 *μὲν* om. B. *ἐλάττονος* *Ba*.

εἶναι $\gamma^{\pi\lambda}$, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων συναμφοτέρου εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ϛ $\bar{\gamma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων συναμφοτέρου εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda}$· ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\eta}$, συναμφότερος δὲ ϛ $\bar{\delta}$. Δ^{Y} ἄρα $\bar{\eta}$ $\varsigma^{\pi\lambda}$ εἰσιν ϛ $\bar{\delta}$· ϛ ἄρα $\overline{\kappa\delta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\eta}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$.

⟨καὶ ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$, ὁ δὲ μείζων $\mathring{M}\,\bar{\vartheta}$.⟩ καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λδ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda}$, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota\beta^{\pi\lambda}$.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐλάσσων ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ϛ $\bar{\gamma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota\beta^{\pi\lambda}$· ἀλλὰ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ἐστὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\eta}$· αὐταὶ ἄρα $\iota\beta^{\pi\lambda}$ εἰσιν ϛ $\bar{\beta}$.

ϛ ἄρα $\overline{\kappa\delta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\eta}$· καὶ γίνεται πάλιν ὁ ϛ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

[Πόρισμα.] Ὁμοίως δὲ διὰ τῶν αὐτῶν εὑρεθήσονται

καὶ ἀριθμοὶ δύο πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντες δε-

---

7 εἰσι prius et εἰσὶν posterius *Ba*. 9 καὶ ἔσται .... $\mathring{M}\,\bar{\vartheta}$ suppl. *Ba*. 25 Πόρισμα B, om. A *Ba*.

3^{plum} et differentiam $(X^2 - X^2)$ summae $(X + X)$ esse 6^{plam}.

Ponatur $X = x$; erit ergo $X = 3x$. Restat ut $(X^2 - X^2)$ sit 6^{pla} $(X + X)$. Sed

$$X^2 - X^2 = 8x^2 \quad \text{et} \quad X - X = 4x.$$

Ergo

$$8x^2 = 6\,(4x),$$

ergo

$$24x = 8x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 3.$$

Erit

$$X = 3, \quad X = 9,$$

et problema solvunt.

XXXIV.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 37
differentia quadratorum ad differentiam ipsorum rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum}, et differentiam $X^2 - X^2$ differentiae $X - X$ esse 12^{plam}.

Ponatur rursus $X = x$, erit ergo $X = 3x$. Restat ut $(X^2 - X^2)$ sit 12^{pla} $(X - X)$; sed $X^2 - X^2 = 8x^2$: ista ergo sunt $12\,(2x)$.

Ergo

$$24x = 8x^2 \quad \text{et fit rursus} \quad x = 3,$$

et probatio evidens.

[Corollarium.] Similiter invenientur eadem ratione:

et duo numeri inter se rationem habentes datam, δομένον, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχειν δεδομένον,

καὶ πάλιν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντες δεδομένον, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχειν δεδομένον.

λε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος πρὸς τὸν μείζονα λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τοῦ μείζονος εἶναι $ς^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\gamma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τοῦ μείζονος εἶναι $ς^{\pi\lambda.}$· ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονός ἐστι $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$· Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ $ς^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς $\bar{\gamma}$.

ς ἄρα $\overline{\iota\eta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}\,\overline{\iota\eta}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\mathring{M}\,\overline{\iota\eta}$, ὁ δὲ μείζων $\mathring{M}\,\overline{\nu\delta}$. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος πρὸς αὐτὸν τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος $ς^{\pi\lambda.}$.

---

1 ὑπ' αὐτῶν] ἀπ' αὐτῶν A (item 4). 10 ἐλάττ. B (item 14, 23). 11 εἶναι om. *Ba*. 14 et 15 εἶναι τοῦ μείζονος *Ba*. 17 εἰσὶ om. B. 24 δὴ om. B. μὲν om. B.

quorum productus ad summam rationem habeat datam;

et rursus duo numeri inter se rationem habentes datam quorum productus ad differentiam rationem habeat datam.

XXXV.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum minoris quadratus ad maiorem rationem habeat datam. 38

Proponatur iam maiorem (X) minoris $(\overline{X})$ esse 3^{plum}, et $\overline{X}^{\text{qu.}}$ ad X esse 6^{plum}.

Ponatur rursus $\underline{X} = x$, erit ergo $X = 3x$. Restat ut $\overline{X}^{\text{qu.}}$ ad X sit 6^{plus}; sed $\overline{X}^{\text{qu.}} = x^2$, ergo $x^2 = 6\,(3x)$. Ergo

$$18x = x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 18.$$

Erit

$$\overline{X} = 18, \quad X = 54,$$

et problema solvunt.

XXXVI.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum minoris quadratus ad minorem ipsum rationem habeat datam. 39

Proponatur iam maiorem (X) minoris $(\overline{X})$ esse 3^{plum}, et $\overline{X}^{\text{qu.}}$ ad ipsum $\overline{X}$ esse 6^{plum}.

Ἔσται ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς γ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων ς ᾱ, καὶ μένει ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος γ$^{\pi\lambda.}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος εἶναι ϛ$^{\pi\lambda.}$· Δ^{Y} ἄρα ᾱ ϛ$^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς ᾱ.

ς ἄρα ϛ̄ ἴσοι Δ^{Y} ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ϛ̄.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ ϛ̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ ιη̄. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι γ$^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον συναμφοτέρου εἶναι β$^{\pi\lambda.}$.

Ἔσται πάλιν ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς γ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων ς ᾱ. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον συναμφοτέρου εἶναι β$^{\pi\lambda.}$· ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνός ἐστι Δ^{Y} ᾱ, συναμφότερος δὲ ς δ̄. Δ^{Y} ἄρα ᾱ β$^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς δ̄.

ς ἄρα η̄ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} ᾱ· ⟨καὶ⟩ γίνεται ὁ ς Μ̊ η̄.

καὶ ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ η̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ κδ̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

λη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

1 ἔστω *Ba.* 2 ἐλάττ. *Ba.* 3 τοῦ prius om. *Ba.* 6 ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ ϛ in mg. A 2ª m., ubi pro ἐλάσσων signum scriptum est; unde dittographia ἐλάσσων ἔχων in V'. ἐλάτ-

Erit similiter

$$X = 3x, \quad X = x,$$

et constat X ad X esse 3^{plum}; restat ut $X^{qu.}$ ad X sit 6^{plus}.

Ergo x^2 ad x est 6^{plus}; ergo

$$6x = x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 6.$$

Erit ergo

$$X = 6, \quad X = 18,$$

et problema solvunt.

XXXVII.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 40 minoris quadratus ad summam amborum rationem habeat datam.

Proponatur maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum} et $X^{qu.}$ summae $X + X$ esse 2^{plum}.

Erit rursus similiter

$$X = 3x, \quad X = x.$$

Restat ut $X^{qu.}$ ad $X + X$ sit 2^{plus}, sed

$$X^{qu.} = x^2, \quad X + X = 4x.$$

Ergo

$$x^2 = 2\,(4x), \text{ ergo } 8x = x^2 \text{ et fit } x = 8.$$

Et erit

$$X = 8, \quad X = 24$$

et proposito satisfaciunt.

XXXVIII.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 41 minoris quadratus ad differentiam amborum rationem habeat datam.

των B. 10 ὁ om. *Ba.* 15 ἔστω B. 19 ἐστὶ *Ba.* 20 εἰσὶ om. B. καὶ suppl. *Ba.*

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν $ϛ^{\pi\lambda.}$.

Ἔσται πάλιν ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς $\bar{\gamma}$, ὁ δὲ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $ϛ^{\pi\lambda.}$· Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ $ϛ^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς $\bar{\beta}$.

ς ἄρα $\overline{\iota\beta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα ς ἔσται $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν ἐλάσσων $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$, ὁ δὲ μείζων $\mathring{M}\,\overline{\lambda ϛ}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

[*Πόρισμα.*] Ὁμοίως δὲ διὰ τῶν αὐτῶν εὑρεθήσονται

ἀριθμοὶ δύο ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος τετράγωνος πρὸς τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ δεδομένον,

καὶ πάλιν δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος πρὸς αὐτὸν τὸν μείζονα λόγον ἔχῃ δεδομένον,

καὶ ὁμοίως δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον,

καὶ ἔτι δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος τετράγωνος πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

λθ.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσευρεῖν ἕτερον ἀριθμὸν ὅπως τῶν τριῶν ἐκκειμένων σὺν δύο συντεθέντες καὶ

---

1 ἐλάττ. B, ἐλάσσ. A *Ba*. 4 ἔστω *Ba*. 5 καὶ om. A. 7 ἐστὶ *Ba*. 11 *Πόρισμα* om. A *Ba*.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum}, et $X^{\text{qu.}}$ ad $X - X$ esse 6^{plum}.

Erit rursus similiter

$$X = 3x, \quad X = x;$$

restat ut $X^{\text{qu.}}$ ad $X - X$ sit 6^{plus}. Ergo

$$x^2 = 6\,(2x), \text{ ergo } 12x = x^2, \text{ eritque } x = 12.$$

Erit

$$X = 12, \; X = 36,$$

et proposito satisfaciunt.

[Corollarium.] Similiter invenientur eadem ratione:

duo numeri in ratione data, quorum maioris quadratus ad minorem rationem habeat datam;

duo rursus numeri in ratione data, quorum maioris quadratus ad maiorem ipsum rationem habeat datam;

et similiter duo numeri in ratione data, quorum maioris quadratus ad summam amborum rationem habeat datam;

et adhuc duo numeri in ratione data quorum maioris quadratus ad differentiam amborum rationem habeat datam.

XXXIX.

Duobus datis numeris invenire alium numerum 42
talem ut ex his tribus binorum quorumque summae

ἐπὶ τὸν λοιπὸν πολλαπλασιασθέντες ποιῶσι τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ ὅ τε γ̄ καὶ ὁ ε̄, καὶ δέον ἔστω προσευρεῖν ἕτερον ἀριθμὸν ὅπως σὺν δύο συντεθέντες καὶ ἐπὶ τὸν λοιπὸν πολλαπλασιασθέντες, ποιῶσι τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ς ᾱ. καὶ ἐὰν μὲν συντεθῇ μετὰ M̊ ε̄, γίνεται ς ᾱ M̊ ε̄· ἐὰν δὲ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ τὸν λοιπόν, τουτέστι τὸν γ̄, γίνονται ς γ̄ M̊ ι̅ε̅. πάλιν ἐὰν ς ᾱ συντεθῇ μετὰ M̊ γ̄, γίνεται ς ᾱ M̊ γ̄· ἐὰν δὲ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ M̊ ε̄, γίνεται ς ε̄ M̊ ι̅ε̅. καὶ ἔτι ἐὰν M̊ ε̄ συντεθῶσι μετὰ M̊ γ̄, καὶ αἱ γινόμεναι M̊ η̄ πολλαπλασιασθῶσιν ἐπὶ ς ᾱ, γίνονται ς η̄.

Ὅτι μὲν οὖν οὐδέποτε ἔσται μέγιστος ὁ τῶν ς γ̄ M̊ ι̅ε̅, φανερόν· μείζων γὰρ αὐτοῦ ἐστιν ὁ τῶν ς ε̄ M̊ ι̅ε̅· ὁ ἄρα ς γ̄ M̊ ι̅ε̅ ἤτοι μέσος ἐστὶν ἢ ἐλάσσων· ὁ δὲ τῶν ς ε̄ M̊ ι̅ε̅ ἤτοι μέγιστός ἐστιν ἢ μέσος· ὁ δὲ τῶν ς η̄ καὶ μέγιστος καὶ μέσος καὶ ἐλάχιστος δύναται τυγχάνειν, τῷ ἄδηλον εἶναι τὴν τοῦ ς ὑπόστασιν.

Τετάχθω οὖν πρῶτον μέγιστος μὲν ὁ τῶν ς ε̄ καὶ M̊ ι̅ε̅, ἐλάχιστος δὲ ὁ τῶν ς γ̄ M̊ ι̅ε̅, μέσος δὲ δηλονότι ὁ τῶν ς η̄.

Ἐὰν δὲ ὦσιν ἀριθμοὶ τρεῖς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστος συντεθέντες διπλάσιοί εἰσι τοῦ μέσου· καὶ ἔστιν ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστος ς η̄ M̊ λ̄· ταῦτα ἴσα ς ι̅ς̅. καὶ γίνεται ὁ ς ι̅ε̅$^{\delta}$.

τοσούτου ἔσται ὁ ζητούμενος καὶ ποιῶν τὰ τῆς προτάσεως.

in reliquum multiplicatae faciant tres numeros in aequali differentia.

Sint duo dati numeri 3 et 5 et oporteat invenire alium numerum ita ut binorum quorumque summae in reliquum multiplicatae faciant tres numeros in aequali differentia.

Sit quaesitus $= x$. Si additur 5, fit $x + 5$, quod si multiplicatur in reliquum, hoc est 3, fit $3x + 15$.

Rursus si x additur 3, fit $x + 3$, quod si multiplicatur in 5, fit $5x + 15$.

Denique si 5 additur 3 et summa 8 multiplicatur in x, fit $8x$.

Maximum quidem nunquam fore $3x + 15$, manifestum est; maior enim illo est $5x + 15$; erit ergo $3x + 15$ vel medius vel minimus, et $5x + 15$ erit vel maximus vel medius; $8x$ autem et maximus et medius et minimus esse potest, quum incertus sit valor x.

Ponatur primum maximus $= 5x + 15$, minimus $= 3x + 15$, medius videlicet $= 8x$.

Si sint tres numeri in aequali differentia, maximi et minimi summa dupla est medii; sed summa maximi et minimi est $8x + 30$; ista aequantur $16x$ et fit $x = \frac{15}{4}$; tanti erit quaesitus qui proposito satisfaciet.

---

11 M̊ prius] τὸν λοιπὸν τουτέστι τὸν in suppl. *Ba*. γίνονται B. 12 ἐὰν] ἂν A. συντεθῶσιν A. 13 πολλαπλασιασθῶσαν *Ba*. 15 ἔστι *Ba*. 20 καὶ om. B. 26 ι̅ε̅$^{\delta}$ A 1a m., γ̄ καὶ τριῶν δ$^{\omega\nu}$ A 2a m., δεκάπεντε τετάρτων μονάδος B. 27 τοσούτων *Ba* (item p. 80, 8).

Ἀλλὰ δὴ ἔστω μέγιστος μὲν ὁ τῶν ϛ ε̅ Μ̊ ι̅ε̅, μέσος δὲ ὁ τῶν ϛ γ̅ Μ̊ ι̅ε̅, ἐλάχιστος δὲ ὁ τῶν ϛ η̅.

Ἐὰν δὲ ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ᾧ ὑπερέχει ὁ μέγιστος τὸν μέσον, τούτῳ ὑπερέχει ὁ μέσος τὸν ἐλάχιστον· ὑπερέχει δὲ ὁ μὲν μέγιστος τὸν μέσον, ϛ β̅· ὁ δὲ μέσος τὸν ἐλάχιστον, Μ̊ ι̅ε̅ ⋔ ϛ ε̅.

Μ̊ ἄρα ι̅ε̅ ⋔ ϛ ε̅ ἴσαι εἰσὶν ϛ β̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ ι̅ε̅ ζ^x.

τοσούτου ἔσται ὁ ζητούμενος καὶ ποιῶν τὸ πρόβλημα.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω μέγιστος μὲν ὁ τῶν ϛ η̅, μέσος δὲ ὁ τῶν ϛ ε̅ Μ̊ ι̅ε̅, ἐλάχιστος δὲ ὁ τῶν ϛ γ̅ Μ̊ ι̅ε̅.

Ἐπεὶ οὖν πάλιν ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστος διπλάσιοί εἰσι τοῦ μέσου, ἀλλὰ ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστός εἰσιν ϛ ι̅α̅ Μ̊ ι̅ε̅, ταῦτα διπλάσιά εἰσι τῶν τοῦ μέσου· ὁ δὲ μέσος ἐστὶν ϛ ε̅ Μ̊ ι̅ε̅.

ϛ ἄρα ι̅ Μ̊ λ̅ ἴσοι εἰσὶν ϛ ι̅α̅ Μ̊ ι̅ε̅· ἔσται ἄρα ὁ ζητούμενος Μ̊ ι̅ε̅, καὶ ποιεῖ τὰ τῆς προτάσεως.

---

7 ι̅ε̅ ζ^x] μ̊ β̅ ἑβδόμου A 2ª m. (prior script. non legitur), ι̅ε̅ ἑβδόμων B. 12 ὁ post. om. B. 13 ὁ post. om. A. 14 τῶν om. B.

Sed iam sit maximus $= 5x + 15$, medius autem $= 3x + 15$, et minimus $= 8x$.

Si sint tres numeri in aequali differentia, excessus maximi supra medium est aequalis excessui medii supra minimum. Sed excessus maximi supra medium est $2x$; medii supra minimum, $15 - 5x$. Ergo

$$15 - 5x = 2x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{15}{7};$$

tanti erit quaesitus qui problema solvet.

Sed iam sit maximus $= 8x$, medius $= 5x + 15$, minimus $= 3x + 15$.

Quoniam rursus maximi et minimi summa est dupla medii, quum maximi et minimi summa sit $11x + 15$, ista dupla sunt medii; medius autem est $5x + 15$. Ergo

$$10x + 30 = 11x + 15,$$

erit ergo quaesitus $= 15$ et proposito satisfacit.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Β.

α.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ σύνθεσις αὐτῶν πρὸς τὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν σύνθεσιν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν σύνθεσιν αὐτῶν τῆς τῶν ἀπ' αὐτῶν συνθέσεως εἶναι μέρος ι^ον.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων ϛ α̅, ὁ δὲ μείζων ϛ β̅· γίνεται ἡ μὲν σύνθεσις αὐτῶν ϛ γ̅, ἡ δὲ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων Δ^{Y} ε̅· δεήσει ἄρα ϛ γ̅ μέρος ι^ον εἶναι Δ^{Y} ε̅.

ϛ ἄρα λ̅ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} ε̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}$ ς̅.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν ἐλάσσων $\mathring{M}$ ς̅, ὁ δὲ μείζων $\mathring{M}$ ιβ̅, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

β.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς τὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχὴν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

1/2 Titulum om. *Ba*, *ἀριθμητικῶν* om. A. *δεύτερον* B. 7 *συνθέσεος Ba*. 10 B add. *καὶ* ante *δεήσει*. *μέρος ι^ον*] Γ ῑ A, *δέκατον μέρος* B. 12 *εἰσὶ* om. B.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER SECUNDUS.

I*.[1])

Invenire duos numeros tales ut ipsorum summa ad summam quadratorum ab ipsis rationem habeat datam. 1

Proponatur iam ipsorum summam summae quadratorum esse $\frac{1}{10}$.

Ponatur minor $= x$, maior $= 2x$; ipsorum summa fit $3x$, et quadratorum ab ipsis summa, $5x^2$. Oportebit igitur $3x$ esse $\frac{1}{10} \times 5x^2$. Ergo

$$30x = 5x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 6.$$

Erit minor $= 6$, maior $= 12$, et problema solvunt.

II*.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum differentia ad differentiam quadratorum ab ipsis rationem habeat datam. 2

---

1) Problemata I—VII, quae asterisco notavi, haud genuina esse, sed ex antiquo ad primum librum commentario in textum secundi libri defluxisse censeo.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τῆς τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχῆς εἶναι μέρος ϛ^ον.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς α̅, ὁ δὲ μείζων ς β̅· καὶ γίνεται ἡ μὲν ὑπεροχὴ αὐτῶν ς α̅, ἡ δὲ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχὴ Δ^Υ γ̅. δεήσει ἄρα ς α̅, ϛ^ον μέρος εἶναι Δ^Υ γ̅.

ς ἄρα ϛ̅ ἴσοι Δ^Υ γ̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ β̅.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ β̅, ὁ δὲ μείζων Μ̊ δ̅, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

γ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πρὸς συναμφότερον ἢ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ πρότερον τὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ συναμφοτέρου εἶναι ϛ^πλ.

Τετάχθωσαν οἱ ζητούμενοι ς α̅ καὶ ς β̅· δύνανται δὲ οὗτοι προβάλλεσθαι καὶ ἐν λόγῳ δοθέντι.

Ἔσται ἄρα ὁ μὲν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν Δ^Υ β̅, ὁ δὲ συναμφότερος ς γ̅· δεήσει ἄρα Δ^Υ β̅ ϛ^πλ εἶναι ς γ̅.

ς ἄρα ι̅η̅ ἴσοι εἰσὶν Δ^Υ β̅· πάντα παρὰ ς.

Μ̊ ἄρα ι̅η̅ ἴσαι εἰσὶν ς β̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ θ̅.

ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ̊ θ̅, ὁ δὲ β^ος Μ̊ ι̅η̅· καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

Ἐὰν δὲ ἐπιταχθῇ τὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς ὑπεροχῆς εἶναι ϛ^πλ, ἔσται πάλιν ὁ μὲν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ Δ^Υ β̅, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ς α̅.

ς πάλιν ϛ̅ ἴσοι Δ^Υ β̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ γ̅.

---

18 ὁ μὲν] A add. 2ª m. supra lineam: ἐκ τοῦ συναμφοτέρου αὐτῶν ἀριθμῶν τριῶν, ὁ δὲ; 1ª manus omiserat ὁ δὲ

Proponatur iam ipsorum differentiam differentiae quadratorum esse $\frac{1}{6}$.

Ponatur minor $= x$, maior $= 2x$; ipsorum differentia fit x, et quadratorum ab ipsis differentia, $3x^2$. Oportebit igitur x esse $\frac{1}{6} \times 3x^2$. Ergo

$$6x = 3x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit minor $= 2$, maior $= 4$, et problema solvunt.

III*.

Invenire duos numeros quorum productus ad summam vel ad differentiam rationem habeat datam. 3

(a) Proponatur iam primo loco productum esse 6^plum summae.

Ponantur quaesiti x et $2x$; possunt autem proponi quoque in data ratione.

Erit productus $2x^2$, summa $3x$; oportebit igitur $2x^2$ esse 6^plum $3x$. Ergo

$$18x = 2x^2;$$

omnia per x; ergo

$$18 = 2x \quad \text{et fit} \quad x = 9.$$

Erit primus $= 9$, secundus $= 18$, et problema solvunt.

(b) Si proponatur vero productum esse 6^plum differentiae, erit rursus productus $2x^2$, differentia x, et rursus

$$6x = 2x^2, \quad \text{unde fit} \quad x = 3.$$

---

(19) .... ς β̅ (22), quae 3ª scripsit in margine. 19 ἑξαπλασίους AB. 21 δυσὶ δυνάμεσι A. πάντα .... ς β (22) om. B. 21 παρὰ τὸν ς V. 22 δυσὶν ἀριθμοῖς A, ἀριθμοῖς δυσί V. 28 πάλιν om. B.

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\gamma}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{ϛ}$, καὶ ποιοῦσι πάλιν τὸ πρόβλημα.

δ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $ι^{πλ.}$.

Τετάχθω πάλιν ὃς μὲν ς $\bar{α}$, ὃς δὲ ς $\bar{β}$.

Ἔσται ἄρα ὁ μὲν συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων, $\Delta^{Y}\,\bar{ε}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ αὐτῶν ς $\bar{α}$· δεήσει ἄρα $\Delta^{Y}\,\bar{ε}$ $ι^{πλ.}$ εἶναι ς $\bar{α}$.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{ε}$ ἴσαι εἰσὶν ς $\bar{ι}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\,\bar{β}$.

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{β}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{δ}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων συναμφοτέρου εἶναι $ϛ^{πλ.}$.

Καὶ πάλιν τετάχθωσαν οἱ ζητούμενοι, ὃς μὲν ς $\bar{α}$, ὃς δὲ ς $\bar{β}$, καὶ γίνεται ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων, $\Delta^{Y}\,\bar{γ}$, συναμφότερος δὲ ς $\bar{γ}$· [δεήσει ἄρα $\Delta^{Y}\,\bar{γ}$ $ϛ^{πλ.}$ εἶναι ς $\bar{γ}$].

Δ^{Y} ἄρα $\bar{γ}$ ἴσαι εἰσὶν ς $\overline{ιη}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\,\bar{ϛ}$.
καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

---

8 αὐτῶν om. *Ba*. εἶναι om. A. 9 ὃς μὲν] πρῶτος μὲν *Ba*, ὃς δὲ] ὁ δὲ δεύτερος *Ba*. 24 δεήσει ... ς $\bar{γ}$ (25) om. A.

Erit primus $= 3$, secundus $= 6$, et problema solvunt.

IV*.

Invenire duos numeros tales ut summa quadratorum ab ipsis ad differentiam ipsorum rationem habeat datam. 4

Proponatur iam summam quadratorum ab ipsis esse 10^{plam} differentiae ipsorum.

Ponatur rursus alter $= x$, alter $= 2x$.

Erit summa quadratorum ab ipsis $5x^2$, differentia ipsorum x; oportebit igitur $5x^2$ esse 10^{plum} x. Ergo

$$5x^2 = 10x \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit primus $= 2$, secundus $= 4$, et problema solvunt.

V*.

Invenire duos numeros tales ut differentia quadratorum ab ipsis ad summam ipsorum rationem habeat datam. 5

Proponatur iam differentiam quadratorum ab ipsis esse 6^{plam} summae ipsorum.

Et rursus ponantur quaesitorum alter x, alter $2x$.

Differentia quadratorum ab ipsis fit $3x^2$, summa ipsorum $3x$; [oportebit igitur $3x^2$ esse 6^{plum} $3x$.] Ergo

$$3x^2 = 18x \quad \text{et fit} \quad x = 6,$$

et probatio evidens.

ϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν ὑπεροχῇ δοθείσῃ, ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ὑπερέχῃ δοθέντι ἀριθμῷ.

Δεῖ δὴ τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τετράγωνον ἐλάσσονα εἶναι συναμφοτέρου αὐτοῦ τε τοῦ τῆς ὑπεροχῆς καὶ τοῦ διδομένου τῶν ἀπ' αὐτῶν πρὸς τὴν αὐτῶν ὑπεροχήν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι M̊ β̄, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ὑπερέχειν M̊ κ̄.

Τετάχθω δὴ ὁ ἐλάσσων ς ᾱ· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς ᾱ M̊ β̄· καὶ μένει ἡ μὲν ὑπεροχὴ αὐτῶν M̊ β̄, ἡ δὲ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχὴ ς δ̄ M̊ δ̄· δεήσει ἄρα ς δ̄ M̊ δ̄ ὑπερέχειν M̊ β̄, M̊ κ̄. ὥστε ς δ̄ M̊ δ̄ ἴσοι εἰσὶ M̊ κβ̄· καὶ γίνεται ὁ ς M̊ δ̄ ∠'.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων M̊ δ̄ ∠', ὁ δὲ μείζων M̊ ϛ̄ ∠', καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν δοθέντι ἀριθμῷ μείζων ᾖ ἢ ἐν λόγῳ.

Ἐπιτετάχθω τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, καὶ ἔτι ὑπερέχειν M̊ ῑ.

Δεῖ δὴ τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τετράγωνον ἐλάσσονα εἶναι συναμφοτέρου τοῦ τε $\gamma^{\pi\lambda.}$ τῆς ὑπεροχῆς καὶ τῶν δοθεισῶν M̊ ῑ.

VI*.

Invenire duos numeros quorum differentia data sit 6
et differentia quadratorum ab ipsis differentiam ipsorum superet dato numero.

Oportet nempe quadratum a differentia ipsorum esse minorem summa eiusdem differentiae et dati inter differentias quadratorum et ipsorum.

Proponatur iam differentiam ipsorum esse 2 et differentia quadratorum ab ipsis differentiam ipsorum superet 20 unitatibus.

Ponatur minor $= x$; maior igitur erit $= x + 2$, et constat differentiam ipsorum $= 2$, differentiam quadratorum ab ipsis $= 4x + 4$. Oportebit igitur $4x + 4$ superare 2 unitatibus 20; itaque

$$4x + 4 = 22 \quad \text{et fit} \quad x = 4\tfrac{1}{2}.$$

Erit minor $= 4\frac{1}{2}$, maior $= 6\frac{1}{2}$, et proposita faciunt.

VII*.

Invenire duos numeros tales ut differentia quadra- 7
torum ab ipsis ad differentiam ipsorum dato numero maior sit quam in ratione.

Proponatur differentiam quadratorum ab ipsis esse 3^{plam} differentiae ipsorum et adhuc superare 10.

Oportet nempe quadratum a differentia ipsorum esse minorem summa 3^{pli} differentiae et dati 10.

---

16 et 17 ∠'] καὶ ἥμισυ *Ba*. 17 M̊ alter. om. B. 21 ἀριθμῷ om. A 1ª m. 22 ἢ ἐν λόγῳ] καὶ ἐν λόγῳ δοθέντι *Ba*. 23 Τετάχθω AB.

Τετάχθω ἡ μὲν ὑπεροχὴ αὐτῶν M̊ β̄, ὁ δὲ ἐλάσσων ϛ ᾱ· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ϛ ᾱ M̊ β̄· δεήσει ἄρα ϛ δ̄ M̊ δ̄ $\gamma^{\pi\lambda}$ εἶναι M̊ β̄ καὶ ἔτι ὑπερέχειν M̊ ῑ. τρὶς ἄρα M̊ β̄ μετὰ M̊ ῑ ἴσαι εἰσὶν ϛ δ̄ M̊ δ̄· ἀλλὰ τρὶς M̊ β̄ μετὰ M̊ ῑ γίνονται M̊ ῑϛ̄· ταῦτα ἴσα ϛ δ̄ M̊ δ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ γ̄.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων ἀριθμὸς M̊ γ̄, ὁ δὲ μείζων M̊ ε̄, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

η.

Τὸν ἐπιταχθέντα τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ῑϛ̄ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.

Καὶ τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ Δ^{Y} ᾱ, ὁ ἄρα ἕτερος ἔσται M̊ ῑϛ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ· δεήσει ἄρα M̊ ῑϛ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ ἴσας εἶναι $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ $\varsigma^{\tilde{\omega}\nu}$ ὅσων δήποτε ⋔ τοσούτων M ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν ῑϛ̄ M̊ πλευρά· ἔστω ϛ β̄ ⋔ M̊ δ̄. αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{o\varsigma}$ ἔσται Δ^{Y} δ̄ M̊ ῑϛ̄ ⋔ ϛ ῑϛ̄· ταῦτα ἴσα M̊ ῑϛ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια.

Δ^{Y} ἄρα ε̄ ἴσαι ϛ ῑϛ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ ῑϛ̄ πέμπτων.

ἔσται ὁ μὲν $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\nu\varsigma}}$, ὁ δὲ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\mu\delta}}$, καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\upsilon}}$, ἤτοι M̊ ῑϛ̄, καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

---

4 ἀλλὰ ... M̊ δ̄ (5) om. *Ba*. 6 ἀριθμὸς om. *Ba*. 12 ὁ ἄρα ... Δ^{Y} ᾱ (13) om. B. 14/15 τοσαύτας A. 15 M̊ ῑϛ̄ A 1ª m. 20 et 21 Denominatores hic, ut ubique infra, nisi contrarium adnotatum fuerit, om. A 1ª m., post numeratores (non supra lineam) add. 2ª m.; εἰκοστοπέμπτων scripsit B post σ̄ν̄ϛ̄ et ρ̄μ̄δ̄, εἰκοστόπεμπτα post ῡ. 21 ἤτοι add. A 2ª m.

Ponatur differentia ipsorum esse 2 et minor $= x$; ergo maior erit $= x + 2$. Oportebit igitur $4x + 4$ esse 3plum 2 et adhuc superare 10. Ergo

$$3 \times 2 + 10 = 4x + 4.$$

Sed

$$3 \times 2 + 10 = 16.$$

Ista aequantur $4x + 4$ et fit $x = 3$.

Erit minor numerus $= 3$, maior $= 5$, et problema solvunt.

VIII.

Propositum quadratum partiri in duos quadratos. 8

Proponatur iam 16 partiri in duos quadratos.

Ponatur primus $= x^2$, alter erit igitur $16 - x^2$, et oportebit esse

$$16 - x^2 = \square.$$

Quadratum formo a quotlibet x minus tot unitatibus quot est radix 16. Esto a $2x - 4$, cuius quadratus erit

$$4x^2 + 16 - 16x.$$

Ista aequantur

$$16 - x^2.$$

Utrimque addantur negata et a similibus similia. Ergo

$$5x^2 = 16x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{16}{5}.$$

Erit alter $\frac{256}{25}$, alter $\frac{144}{25}$, quorum summa facit $\frac{400}{25} = 16$, et uterque quadratus est.

Ἄλλως.

Ἔστω δὴ πάλιν τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.

Τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ $\alpha^{ου}$ πλευρὰ ς $\bar{\alpha}$, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου $ς^{\tilde{\omega}\nu}$ ὅσων δήποτε ⋀ $\mathring{M}$ ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ διαιρουμένου πλευρά· ἔστω δὴ ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\mathring{M}\,\bar{\delta}$.

ἔσονται ἄρα οἱ $\square^{οι}$, ὃς μὲν $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$, ὃς δὲ $\Delta^{Y}\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$ ⋀ ς $\overline{\iota\varsigma}$. βούλομαι τοὺς δύο λοιπὸν συντεθέντας ἴσους εἶναι $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\varepsilon}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$ ⋀ ς $\overline{\iota\varsigma}$ ἴσαι εἰσὶ $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$.

ἔσται ἡ μὲν τοῦ $\alpha^{ου}$ $\pi^{\lambda.}$ $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\nu\varsigma}}$·

ἡ δὲ τοῦ $\beta^{ου}$ $\pi^{\lambda.}$ $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\mu\delta}}$· καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

θ.

Τὸν δοθέντα ἀριθμόν, ὃς σύγκειται ἐκ δύο τετραγώνων, μεταδιελεῖν εἰς δύο ἑτέρους τετραγώνους.

Ἔστω τὸν $\overline{\iota\gamma}$, συγκείμενον ἔκ τε τοῦ $\bar{\delta}$ καὶ $\bar{\vartheta}$ τετραγώνων, μεταδιελεῖν εἰς ἑτέρους δύο τετραγώνους.

Εἰλήφθωσαν τῶν προειρημένων τετραγώνων αἱ $\pi^{\lambda.}$, $\mathring{M}\,\bar{\beta}$, $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$, καὶ τετάχθωσαν αἱ τῶν ἐπιζητουμένων τετραγώνων $\pi^{\lambda.}$, ἡ μὲν ς $\bar{\alpha}\,\mathring{M}\,\bar{\beta}$, ἡ δὲ ς ὅσων δήποτε ⋀ $\mathring{M}$ ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ λοιποῦ πλευρά. ἔστω ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$· καὶ γίνονται οἱ τετράγωνοι, ὃς μὲν $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}\,\mathring{M}\,\bar{\delta}$, ὃς δὲ $\Delta^{Y}\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\,\bar{\vartheta}$ ⋀ ς $\overline{\iota\beta}$.

---

11 $\overline{\iota\varsigma}$ πέμπτων A 2ª m. B (item 12). 12 $\pi^{\lambda.}$ = πλευρὰ] πλάσις AB, corr. *Ba* (item 22, p. 94, 4). $\overline{\sigma\nu\varsigma}$ εἰκοστοπέμπτων A 2ª m. B. 13 $\overline{\iota\beta}$ πέμπτων A 2ª m., $\overline{\iota\beta}$ ε′ B. $\overline{\rho\mu\delta}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$ A 2ª m, $\overline{\rho\mu\delta}$ $\kappa\varepsilon^{\tilde{\omega}\nu}$ B.

Aliter.

Proponatur rursus 16 quadratum partiri in duos quadratos. 9

Ponatur rursus radix primi esse x, et radix alterius esse quotcumque x minus tot unitatibus quot est radix partiendi. Esto $2x - 4$.

Erunt igitur quadratorum alter quidem x^2, alter vero $4x^2 + 16 - 16x$. Reliquum volo horum summam aequalem esse 16. Ergo

$$5x^2 + 16 - 16x = 16 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{16}{5}.$$

Erit

$$\text{radix primi } \frac{16}{5}, \text{ et ipse } \frac{256}{25};$$

$$\text{radix secundi } \frac{12}{5}, \text{ et ipse } \frac{144}{25},$$

et probatio evidens.

IX.

Datum numerum, qui sit summa duorum quadratorum, partiri in alios duos quadratos. 10

Sit 13, summa quadratorum 4 et 9, partienda in alios duos quadratos.

Sumantur praedictorum quadratorum radices, 2 et 3, et ponantur quaesitorum quadratorum radices, altera $x + 2$, altera quotcumque x minus tot unitatibus quot est reliqui praedicti radix [3]; esto $2x - 3$. Fiunt quadrati alter $x^2 + 4x + 4$, alter

$$4x^2 + 9 - 12x.$$

λοιπόν ἐστι τοὺς δύο συντεθέντας ποιεῖν Μ ιγ̅. ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσιν $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$ Μ̊ ιγ̅ ⋀ ς η̅· ταῦτα ἴσα Μ̊ ιγ̅· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\overline{\eta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔταξα τὴν τοῦ $\alpha^{ου}$ $\pi^{λ}$., ς ᾱ Μ̊ β̅· ἔσται $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\eta}}$·

τὴν δὲ τοῦ $\beta^{ου}$ $\pi^{λ}$. ς β̅ ⋀ Μ̊ γ̅· ἔσται ἑνός. αὐτοὶ δὲ οἱ $\square^{οι}$ ἔσονται, ὃς μὲν $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\tau\kappa\delta}}$, ὃς δὲ ἑνός. καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\tau\kappa\varepsilon}}$, ἃ συνάγει τὰς ἐπιταχθείσας Μ̊ ιγ̅.

ι.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς τετραγώνους ἐν ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι Μ̊ ξ̅.

Τετάχθω οὗ μὲν ἡ πλευρὰ ς ᾱ, οὗ δὲ ς ᾱ καὶ Μ̊ ὅσων δήποτε θέλεις, μόνον ἵνα μὴ ὁ ἀπὸ τῶν Μ̊ $\square^{ος}$ ὑπεράρῃ τὴν ὑπεροχὴν τὴν δοθεῖσαν, [μήτε μὴν ἴσος ᾖ]· οὕτω γὰρ ἑνὸς εἴδους ἑνὶ [εἴδει] ἴσου καταλειπομένου, συσταθήσεται τὸ πρόβλημα.

ἔστω ς ᾱ Μ̊ γ̅· αὐτοὶ ἄρα οἱ τετράγωνοι ἔσονται, Δ^{Y} ᾱ καὶ Δ^{Y} ᾱ ς ς̅ Μ̊ θ̅· ἡ δὲ ὑπεροχὴ αὐτῶν, ς ς̅ Μ̊ θ̅· ταῦτα ἴσα Μ̊ ξ̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ η̅ ∠'.

---

2 ποιοῦσι B. 3 sq. $\eta^{\varepsilon'}$ A 2ª m. et B, qui abhinc eo fere modo fractiones designant (contrarium tantum adnotabitur). Similiter leguntur (6) $ἑνὸς^{\varepsilon'}$ et (7) $ἑνὸς^{\kappa\varepsilon'}$, quam scripturam haud genuinam puto. *Ba* dat $\bar{\eta}\,\bar{\varepsilon}$ et similia sed (6) ἑνὸς πέμπτον, (7) ἑνὸς εἰκοστοπέμπτον. 14 οὗ δὲ] ἡ πλευρὰ add. B. 15 θέλεις om. B. 16/17 μήτε μὴν ἴσος ᾖ supra lineam A 2ª m., om. B. 17 εἴδει om. A. 21 ∠'] καὶ

Linquitur amborum summam facere 13, sed facit amborum summa:

$$5x^2 + 13 - 8x.$$

Ista aequantur 13 et fit $x = \frac{8}{5}$.

Ad positiones. Statui

radicem primi $= x + 2$, erit $\frac{18}{5}$;

radicem secundi $= 2x - 3$, erit $\frac{1}{5}$.

Quadrati autem erunt, alter $\frac{324}{25}$, alter $\frac{1}{25}$. Amborum summa facit $\frac{325}{25} = 13$, proposito numero.

X.

Invenire duos numeros quadratos in differentia data.

Proponatur iam horum differentiam esse 60.

Ponatur alterius radix esse x, alterius radix x plus quotlibet unitatibus, dummodo harum quadratus non superet datam differentiam [neque isti aequalis sit]; ita enim, una specie uni speciei relicta aequali, expedietur problema. Sit $x + 3$.

Erunt quadrati, alter x^2, alter $x^2 + 6x + 9$, et horum differentia: $6x + 9$. Ista aequentur 60, fit $x = 8\frac{1}{2}$.

ἥμισυ *Ba*, qui signum illud nunquam accepit; similia adnotare supersedeo.

ἔσται ἡ μὲν τοῦ $\alpha^{ου}$ πλευρὰ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\eta}\,\llcorner'$, ἡ δὲ τοῦ $\beta^{ου}$ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\alpha}\,\llcorner'$· αὐτοὶ δὲ οἱ $\square^{οι}$ ἔσονται ὃς μὲν $\overset{\circ}{M}\,\overline{o\beta}\,\delta^{\times}$, ὃς δὲ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\varrho\lambda\beta}\,\delta^{\times}$, καὶ φανερὰ τὰ τῆς προτάσεως.

ια.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τετράγωνον.

Ἔστω δὴ τῷ $\overline{\beta}$ καὶ τῷ $\overline{\gamma}$ καὶ ἔστω ὁ προστιθέμενος ς $\overline{\alpha}$. ἔσται ἄρα ὁ μὲν ς $\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\beta}$, ὁ δὲ ς $\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\gamma}$, ἴσ. $\square$· καὶ τοῦτο τὸ εἶδος καλεῖται διπλοισότης· ἰσοῦται δὲ τὸν τρόπον τοῦτον. ἰδὼν τὴν ὑπεροχήν, ζήτει δύο ἀριθμοὺς ἵνα τὸ ὑπ' αὐτῶν ποιῇ τὴν ὑπεροχήν· εἰσὶ δὲ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\delta}$ καὶ $\overset{\circ}{M}^{ος}\,\delta^{\times}$. τούτων ἤτοι τῆς ὑπεροχῆς τὸ $\llcorner'$ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον ἐστὶ τῷ ἐλάσσονι, ἢ τῆς συνθέσεως τὸ $\llcorner'$ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον τῷ μείζονι.

ἀλλὰ τῆς ὑπεροχῆς τὸ $\llcorner'$ ἐφ' ἑαυτό ἐστι $\overset{\xi\delta}{\overline{\sigma\kappa\varepsilon}}$· ταῦτα ἴσα ς $\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\xi\delta}{\overline{ϟ\zeta}}$.

τῆς δὲ συνθέσεως τὸ $\llcorner'$ ἐφ' ἑαυτό ἐστι $\overset{\xi\delta}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$· ταῦτα ἴσα τῷ μείζονι, τουτέστιν ς $\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\gamma}$, καὶ γίνεται ὁ ς πάλιν $\overset{\xi\delta}{\overline{ϟ\zeta}}$.

ἔσται ἄρα ὁ προστιθέμενος $\overset{\xi\delta}{\overline{ϟ\zeta}}$, καὶ φανερὰ τὰ τῆς προτάσεως.

---

1 ἔσται ἡ μὲν τοῦ A, ἔσται ἡ τοῦ B, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ *Ba*. 2 et 3 καὶ ante $\delta^{\times}$ bis addit A 2ª m. $\delta^{\times}$] $\alpha.^{\delta\sim}$ *Ba* et similia infra quae utpote nimis falsa haud adnotare pergam. 3 $\overset{\circ}{M}$ om. *Ba* 7 δὴ om. *Ba*. 9 ἴσω$\overset{οι}{ς}$ $\square^{οι}$ A, ἴσοι $\square^{οις}$

Erit radix primi $8\frac{1}{2}$, secundi $11\frac{1}{2}$. Quadrati ipsi erunt $72\frac{1}{4}$ et $132\frac{1}{4}$, et manifesta propositio.

XI.

Duobus datis numeris addere eundem numerum et utrumque facere quadratum. 12

Sint dati 2 et 3 et addendus x.

Erunt igitur $x + 2$ et $x + 3$ quadratis aequandi. Quae species vocatur **dupla aequatio** et hoc modo tractatur.

Differentiam considerans, quaere duos numeros quorum productus faciat hanc differentiam. Tales sunt 4 et $\frac{1}{4}$. Horum vel dimidia differentia in seipsam aequatur minori, vel dimidia summa in seipsam aequatur maiori.

Sed dimidia differentia in seipsam multiplicata est $\frac{225}{64}$.

Ista aequantur $x + 2$ et fit $x = \frac{97}{64}$.

Item dimidia summa in seipsam multiplicata est $\frac{289}{64}$; ista aequantur maiori, hoc est $x + 3$, et fit rursus $x = \frac{97}{64}$.

Erit igitur addendus $= \frac{97}{64}$, et manifesta propositio.

B. 11 ποιεῖ *Ba*. 13 et 14 ἴσον] ἴσα A. 16 Denominatorem om. B (item 20). 18 τουτέστι *Ba*.

Ἵνα δὲ μὴ εἰς διπλὴν ἰσότητα ἐμπέσῃ, δεικτέον οὕτως·

Τῷ β̄ καὶ τῷ γ̄ προσευρεῖν τινα ἀριθμόν, ὃς ἑκατέρῳ προστεθεὶς ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$· ζητῶ πρότερόν τινα ἀριθμόν, ὃς προσλαβὼν Μ̊ β̄ ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$, ἢ καὶ τίς ἀριθμὸς προσλαβὼν Μ̊ γ̄ ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$. ἀφ' οἵου δ' ἂν $\square^{\text{ου}}$ ἀφέλω τὰς Μ̊, οὗτος ἔσται ὁ ζητούμενος· ἔστω δὴ ἐπὶ τῶν Μ̊ β̄, καὶ ἀφῃρήσθωσαν ἀπὸ Δ^{Υ} ᾱ· λοιπὸν ἔσται Δ^{Υ} ᾱ ⋔ Μ̊ β̄, καὶ δῆλον ὡς, ἐὰν προσλάβῃ Μ̊ β̄, ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$· λοιπόν ἐστι καὶ γ̄ Μ̊ αὐτὸν προσλαβόντα ποιεῖν $\square^{\text{ον}}$· ἀλλ' ἐὰν προσλάβῃ Μ̊ γ̄, γίνεται Δ^{Υ} ᾱ Μ̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα $\square^{\text{ῳ}}$.

πλάσσω τὸν $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ ς ᾱ ⋔ Μ̊ τοσούτων ὥστε τὴν τῆς Δ^{Υ} ὑπόστασιν ὑπερβάλλειν αὐτὰς τὰς προεκτεθειμένας τῆς λείψεως $\text{Μ̊}^{\text{ας}}$, οἷον ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος τὰς Μ̊ β̄· οὕτως γὰρ ἂν πάλιν ἐν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν ἓν εἶδος ἑνὶ ἴσον καταλειφθήσεται. ἔστω δὴ ἀπὸ ς ᾱ ⋔ Μ̊ δ̄· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ $\square^{\text{ος}}$, Δ^{Υ} ᾱ Μ̊ ιϛ̄ ⋔ ς η̄. ταῦτα ἴσα Δ^{Υ} ᾱ Μ̊ ᾱ.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ ς η̄ ἴσοι Μ̊ ιε̄, καὶ γίνεται ὁ ς $\frac{\eta}{\overline{\iota\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ προστιθέμενος $\frac{\xi\delta}{\overline{ϟ\zeta}}$.

ιβ.

Ἀπὸ δύο δοθέντων ἀριθμῶν ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.

---

10 λοιπόν .... $\square^{\text{ον}}$ (11) om. *Ba.* καὶ ex corr. A, ἀριθμῶν deleto. 13 τοσαύτας A (1ª m.). 16 ἂν πάλιν om. B. 17 ἔστω δὴ] ἔστι δὲ A, ἔστω B. 24 δύο om. B (1ª m.), supplet post δοθέντων *Ba.*

Ut autem duplam aequationem vitemus, sic demonstrandum est:

Numeris 2 et 3 datis, invenire numerum qui utrique additus faciat quadratum.

Quaero prius numerum qui accipiens 2 faciat quadratum, vel qui accipiens 3 faciat quadratum. A quocumque quadrato subtraham unitates, residuus erit quaesitus. Sumantur iam 2 unitates et subtrahantur ab x^2. Remanet $x^2 - 2$ et patet, si addas 2, fieri quadratum.

Restat ut addendo 3 fiat quadratus; sed si addas 3, fit $x^2 + 1$. Ista aequentur quadrato.

Formo quadratum ab x minus unitatibus ita sumptis ut valor x^2 superet unitates antea positas in negatione, nempe in praesenti 2 unitates; ita enim rursus in utraque parte una species uni aequalis remanebit. Esto ab $x - 4$. Quadratus ipse erit

$$x^2 + 16 - 8x, \quad \text{quae aequentur} \quad x^2 + 1.$$

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus similia. Remanent

$$8x = 15 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{15}{8}.$$

Ad positiones. Erit addendus $\frac{97}{64}$.

XII.

A duobus datis numeris subtrahere eundem numerum et utrumque residuum facere quadratum. 13

Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ θ̄ καὶ τοῦ κ̄ᾱ ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.

Οἷον δ' ἂν τετράγωνον ἀφέλω ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν, τάσσω τὸν λοιπόν· οὗτος γὰρ ἀφαιρούμενος καταλείπει τὸν τετράγωνον· ἔστω οὖν ὁ ἀπὸ τῶν M̊ θ̄ ἀφαιρούμενος τετράγωνος, Δ^{Y} ᾱ· λοιπὸν M̊ θ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ.

δεήσει ἄρα καὶ ἀπὸ M̊ κ̄ᾱ ἀφελεῖν M̊ θ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ καὶ ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλ' ἐὰν ἀπὸ M̊ κ̄ᾱ ἀφέλω M̊ θ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ, λοιπὸν Δ^{Y} ᾱ M̊ ῑβ̄· ταῦτα ἴσα $\square^{φ}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ ϛ ᾱ ⋔ M̊ τοσούτων ὥστε τὸν ἀπ' αὐτῶν τετράγωνον πλείονας ποιεῖν τῶν M̊ ῑβ̄· οὕτω γὰρ πάλιν ἐν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν ἓν εἶδος ἑνὶ ἴσον καταλειφθήσεται· ἔστω δὴ M̊ δ̄· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{ος}$ ἔσται Δ^{Y} ᾱ M̊ ῑϛ̄ ⋔ ϛ η̄· ταῦτα ἴσα Δ^{Y} ᾱ M̊ ῑβ̄.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ ϛ η̄ ἴσοι M̊ δ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\eta}{\overline{\delta}}$.

αἱ μὲν θ̄ M̊ συνάγουσιν ο̄β̄ $\eta^{α}$, τουτέστι $\overset{\xi\delta}{\overline{\varphi o \varsigma}}$· ἡ δὲ λεῖψις τῆς Δ^{Y} ᾱ ἀφαιρεῖ ἀπ' αὐτῶν $\overset{\xi\delta}{\overline{\iota\varsigma}}$, καὶ ποιεῖ τὰ τῆς προτάσεως.

ιγ.

Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν δύο δοθέντας ἀριθμοὺς καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.

⟨Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν τὸν ϛ̄ καὶ τὸν ζ̄, καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.⟩

1 ἐτετάχθω *Ba.* 5 λοιπόν] λείψει τούτου add. *Ba.* 6 τὸν om. B. 7 λοιπὸν] λοιπαὶ ἄρα B. 11 τοσούτων om. A

Proponatur iam a 9 et 21 subtrahere eundem numerum et utrumque residuum facere quadratum.

Quemcumque quadratum subtraham ab utroque, residuum sumam [pro quaesito]; is enim subtractus relinquit quadratum. Esto igitur a 9 subtractus quadratus x^2; residuus erit $9 - x^2$.

Oportebit ergo et a 21 subtrahere $9 - x^2$ et facere quadratum; sed si a 21 subtraho $9 - x^2$, remanet $x^2 + 12$; ista aequentur □.

Formo □ ab x minus unitatibus ita sumptis ut ipsarum quadratus maior sit quam 12; sic enim in utraque parte rursus remanebit una species uni aequalis. Sint 4 unitates.

□ erit $x^2 + 16 - 8x$, quae aequentur $x^2 + 12$.

A similibus similia; remanent

$$8x = 4 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{4}{8}.$$

At $9 = \frac{72}{8} = \frac{576}{64}$. Subtrahendo x^2, hoc ut $\frac{16}{64}$, residuus proposito satisfacit.

XIII.

Ab eodem numero subtrahere duos datos numeros et utrumque residuum facere quadratum. 14

⟨Proponatur iam ab eodem numero subtrahere 6 et 7 et utrumque residuum facere quadratum.⟩

(1^{a} m.). 13 ἐν om. B. 16 ἴσοι om. A. 18 ο̄β̄ ἤ A ο͡β ή B, ο͡β ἤ *Ba.* 19 τῆς om. *Ba.* 24 Ἐπιτετάχθω .... τετράγωνον (26) suppl. *Ba.*

Τετάχθω ὁ ζητούμενος ϛ α̅· καὶ ἐὰν μὲν ἀπὸ τούτου ἀφέλω Μ̊ ϛ̅, λοιπὸς ϛ α̅ ⋀ Μ̊ ϛ̅ ἴσος □, ἐὰν δὲ Μ̊ ζ̅, λοιπὸς ϛ α̅ ⋀ Μ̊ ζ̅ ἴσος □· καὶ πάλιν ἐπὶ τούτου ὁμοίως ἐστὶν ἡ διπλοισότης.

Ἐπειδήπερ ἡ ὑπεροχή, Μ̊ οὖσα α̅, περιέχεται ὑπὸ Μ̊ β̅ καὶ Μ̊ ∟΄, καὶ συνάγεται ὁ ϛ $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$, καὶ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Ἵνα δὲ μὴ εἰς διπλὴν ἴσωσιν ἐξέρχηται, ζητητέον οὕτως· ζητῶ πρότερον ἀπὸ τίνος ἀριθμοῦ, ἐὰν ἀφέλω Μ̊ ϛ̅, ποιεῖ □ον. ᾧ δ' ἂν □ῳ δηλονότι προσθῶ τὰς Μ̊ ϛ̅, ἐκεῖνος ἔσται ὁ ζητούμενος. ἔστω δὴ Δ^Υ α̅· ἔσται ἄρα ὁ ζητούμενος Δ^Υ α̅ Μ̊ ϛ̅· καὶ δῆλον ὡς ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλω Μ̊ ϛ̅, ὁ λοιπὸς ἔσται □ος. δεήσει ἄρα καὶ Μ̊ ζ̅ ἀφελεῖν ἀπὸ τῆς Δ^Υ α̅ Μ̊ ϛ̅ καὶ ποιεῖν □ον.

Δ^Υ ἄρα α̅ ⋀ Μ̊ α̅ ἴσ. □ῳ.

πλάσσω τὸν □ον ἀπὸ ϛ α̅ ⋀ Μ̊ β̅. αὐτὸς ἄρα ὁ □ος ἔσται Δ^Υ α̅ Μ̊ δ̅ ⋀ ϛ δ̅· ταῦτα ἴσα Δ^Υ α̅ ⋀ Μ̊ α̅. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\delta}{\overline{\varepsilon}}$.

ἔσται ὁ ζητούμενος $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$, καὶ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

ιδ.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον, ὃς προσλαβὼν ἑκάτερον τῶν διῃρημένων, ποιεῖ τετράγωνον.

---

2 et 3 λοιπὸς] $\overset{\lambda\varepsilon\acute{\iota}\pi\varepsilon\tau\alpha\iota}{\underset{\varsigma}{\wedge}}$ (sic) A. 3 ζ̅ om. A (1a m.). ἴσος □ om. B. ὁμοίως ἐπὶ τούτου B. 4 ἐστὶ *Ba*. 5 περιέρχεται *Ba*. 6 Denominatorem hic 1a m. supra numeratorem habet A (item 18 et 19). 15 ἴσος A, ἴσα B.

Ponatur quaesitus $= x$; si ab eo subtraho 6, linquitur $x - 6 = \square$ et si subtraho 7, linquitur

$$x - 7 = \square.$$

Rursus hic est dupla aequatio, sicut antea. Quoniam differentia $1 = 2 \times \frac{1}{2}$, concluditur $x = \frac{121}{16}$, et problema solvit.

Ut autem dupla aequatio vitetur, ita quaerendum: Quaero prius a quo numero si subtraho 6, remanet quadratus. Cuicumque autem quadrato addam 6, summa erit quaesitus. Sit iam quadratus x^2; ergo quaesitus erit $x^2 + 6$, et patet, si ab eo subtraho 6, remanere quadratum.

Oportebit igitur et subtrahendo 7 ab $x^2 + 6$, facere quadratum. Ergo

$$x^2 - 1 = \square.$$

Formo $\square$ ab $x - 2$. Erit

$$\square = x^2 + 4 - 4x,$$

quae aequentur

$$x^2 - 1 \text{ et fit } x = \frac{5}{4}.$$

Erit quaesitus $\frac{121}{16}$ et problema solvit.

XIV.

Datum numerum partiri in duos numeros et invenire quadratum qui utrique parti additus, faciat quadratum.

Ἔστω τὸν κ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς.

Ἔκθου δύο ἀριθμοὺς ὥστε τοὺς ἀπ' αὐτῶν □ους ἐλάσσονας εἶναι Μ̊ κ̄· ἔστω δὴ ὁ β̄ καὶ ὁ γ̄· καὶ προστεθέντος ἑκατέρῳ ϛ ᾱ, ἔσονται οἱ ἀπὸ τούτων □οι, ὃς μὲν Δ^Υ ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ δ̄, ὃς δὲ Δ^Υ ᾱ ϛ ϛ̄ Μ̊ θ̄.

ἐὰν ἄρα ἀπὸ ἑκατέρου ἀφέλω τὴν Δ^Υ, τουτέστι τὸν □ον, ἕξομεν τοὺς ἐπιζητουμένους, οἳ προσλαμβάνοντες δηλονότι □ον, ποιοῦσι □ον. ἀλλ' ἐὰν ἀφέλω Δ^Υ ᾱ, λοιποὶ ἔσονται, ὁ μὲν ϛ δ̄ Μ̊ δ̄, ὁ δὲ ϛ ϛ̄ Μ̊ θ̄. δεήσει ἄρα τὴν σύνθεσιν αὐτῶν, τουτέστιν ϛ ῑ Μ̊ ιγ̄, ἴσους εἶναι Μ̊ κ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ ζ̄^ι· ἔσται ὁ μὲν ξη̄^ι, ὁ δὲ ρλβ̄^ι, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ιε.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον, ὃς λιπὼν ἑκάτερον ποιεῖ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω πάλιν τὸν κ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς. καὶ τετάχθω ὁ ζητούμενος □ος ἀπὸ πλ. ϛ ᾱ καὶ Μ̊ τοσούτων ὥστε τὸν ἀπ' αὐτῶν μὴ ὑπερβάλλειν τὸν κ̄. ἔστω δὴ ϛ ᾱ Μ̊ β̄. ὁ ἄρα □ος ἔσται Δ^Υ ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ δ̄· καὶ δῆλον ὡς λιπὼν ϛ δ̄ Μ̊ δ̄, καταλείπει □ον· καὶ ὁμοίως λιπὼν ϛ β̄ Μ γ̄, καταλείπει □ον, Δ^Υ ᾱ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ.

τάσσω οὖν διὰ ταῦτα τὸν μὲν αον ϛ δ̄ Μ̊ δ̄, τὸν δὲ βον ϛ β̄ Μ̊ γ̄, τὸν δὲ ζητούμενον Δ^Υ ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ δ̄, καὶ

---

7 ἕξομαι *Ba*. 11 Μ̊ κ̄] ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια add. V. Denomin. habet A (1a m.?). 14 Τὸν *Ba*, om. B et A (1a m.). 15 λιπὼν] λοιπὸν (λιπὼν) *Ba*. 17 εἰς δύο ἀριθμούς om. A (1a m.). 21 et 22 λιπὼν] Λ A, λοιπῶν *Ba*.

Sit 20 in duos numeros partiendus.

Sume duos numeros tales ut summa quadratorum ab ipsis minor sit quam 20; sint 2 et 3; utrique addendo x, quadrati summarum erunt

$$\text{alter } x^2 + 4x + 4, \quad \text{alter } x^2 + 6x + 9.$$

Si ab utroque subtraho x^2, hoc est quadratum, habebimus quaesitos qui nempe additi quadrato quadratum facient. Sed si subtraho x^2, residui erunt

$$4x + 4 \quad \text{et} \quad 6x + 9.$$

Oportebit igitur amborum summam, hoc est

$$10x + 13, \text{ aequari } 20, \text{ et fit } x = \frac{7}{10}.$$

Erunt partes quaesitae $\frac{68}{10}$ et $\frac{132}{10}$, et propositis satisfaciunt.

XV.

Datum numerum partiri in duos numeros et invenire quadratum qui minus utroque faciat quadratum. 16

Proponatur rursus partiri 20 in duos numeros [X_1 et X_2].

Ponatur quadratus quaesitus a radice x plus unitatibus ita sumptis ut ipsarum quadratus haud superet 20. Esto $x + 2$. Quadratus igitur erit

$$x^2 + 4x + 4.$$

Patet eum, si subtrahitur $4x + 4$, linquere quadratum; similiter si subtrahitur $2x + 3$, linquitur quadratus $x^2 + 2x + 1$. Quare pono

$$X_1 = 4x + 4, \quad X_2 = 2x + 3,$$

et quaesitum $= x^2 + 4x + 4$, qui minus utroque facit quadratum.

λιπὼν ἑκάτερον, ποιεῖ □^{ον}. λοιπὸν δεῖ τοὺς δύο ἴσους εἶναι τῷ διαιρουμένῳ· ἀλλ᾿ οἱ δύο ποιοῦσιν ϛ ϛ̅ Μ̊ ζ̅· ταῦτα ἴσα Μ̊ κ̅.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\frac{ϛ}{\overline{ιγ}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\frac{ϛ}{\overline{οϛ}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\frac{ϛ}{\overline{μδ}}$, ὁ δὲ □^{ος} $\frac{λϛ}{\overline{χκε}}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ιϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν μετὰ τοῦ ἐπιταχθέντος τετραγώνου ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι γ$^{πλ.}$, ἑκάτερον δ᾿ αὐτῶν μετὰ Μ̊ θ̅ ποιεῖν τετράγωνον. Ἀφ᾿ οὗ δ᾿ ἂν □^{ου} ἀπὸ πλήθους ϛ^{ῶν} καὶ Μ̊ ⟨γ̅⟩ ἀφέλω Μ̊ θ̅, οὗτος ἔσται εἷς τῶν ζητουμένων. ἔστω οὖν ὁ ἐλάσσων Δ^{Υ} α̅ ϛ ϛ̅, ὁ ἄρα μείζων ἔσται Δ^{Υ} γ̅ ϛ ιη̅.

δεήσει ἄρα καὶ τοῦτον, προσλαβόντα Μ̊ θ̅, ποιεῖν □^{ον}. ἀλλὰ προσλαβόντα Μ̊ θ̅, γίνονται Δ^{Υ} γ̅ ϛ ιη̅ Μ̊ θ̅· ταῦτα ἴσα □^{ῳ}.

πλάσσω τὸν □^{ον} ἀπὸ ϛ β̅ ⋀ Μ̊ γ̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ λ̅.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ ͵απ̅, ὁ δὲ μείζων ͵γσμ̅, καὶ ποιοῦσι μετὰ Μ̊ θ̅ τὰ τῆς προτάσεως.

---

1 ⋀ ἑκάτερον A, ἑκατέρου A (2^{a} m.), λείψει ἑκατέρου B. 5 Denom. λϛ A 1^{a} m.? 10 ποιεῖ *Ba.* 13 γ̅ suppl. *Ba.* 16 θ̅ μονάδας B, non *Ba.* 17 προσλαβόντα Μ̊ θ̅ om. *Ba.* 19 Μ̊ γ̅] A addit in marg. (3^{a} m.) *κείμενον: αὐτὸς ἄρα ὁ τετράγωνος ἔσται δυνάμεων τεσσάρων Μ̊ θ̅ ⋀ ϛ ιβ̅· ταῦτα ἴσα δυνάμεσι τρίσιν ϛ^{οις} ιη μονάσιν θ̅. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις*

Reliquum oportet summam $X_1 + X_2$ aequari partito. Sed ista summa facit $6x + 7$; aequetur 20.

A similibus similia, et fit $x = \frac{13}{6}$.

Erit

$$X_1 = \frac{76}{6}, \quad X_2 = \frac{44}{6},$$

et quadratus $= \frac{625}{36}$, et proposita faciunt.

XVI.

Invenire duos numeros in ratione data, ita ut uterque proposito quadrato additus faciat quadratum. 17

Proponatur iam maiorem minoris esse 3^{plum} et utrumque addito 9 facere quadratum.

A quocumque quadrato, cuius radix sit multiplex $x + 3$, subtraham 9, residuus erit unus quaesitorum. Sit igitur minor $= x^2 + 6x$; ergo erit

$$\text{maior} = 3x^2 + 18x.$$

Oportebit et hunc, addito 9, facere quadratum. Sed, addito 9, fit

$$3x^2 + 18x + 9 = \square.$$

Formo $\square$ a $2x + 3$, et fit $x = 30$.

Erit minor $= 1080$, maior 3240; addendo 9, proposita faciunt.

καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ἴσων ἴσα· λοιπὴ ἄρα δύναμις μία ἴση ἐστὶν ἀριθμοῖς λ̅.

ιζ.

[Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ δῷ μέρος τὸ ἐπιταχθὲν καὶ ἔτι δοθέντα ἀριθμόν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν α^ον τῷ β^ῳ διδόναι τὸ ε^ον καὶ ἔτι Μ̊ ϛ̅· τὸν δὲ β^ον τῷ γ^ῳ τὸ ϛ^ον καὶ Μ̊ ζ̅, τὸν δὲ γ^ον τῷ α^ῳ τὸ ζ^ον καὶ Μ̊ η̅.

Τετάχθω ὁ μὲν α^ος ϛ ε̅, ὁ δὲ β^ος ὁμοίως ϛ ϛ̅. καὶ μένει ὁ β^ος λαβὼν μὲν παρὰ τοῦ α^ου ϛ α̅ Μ̊ ϛ̅, ϛ ζ̅ Μ̊ ϛ̅· δοὺς δὲ τῷ γ^ῳ τὸ ϛ^ον, ϛ α̅, καὶ Μ̊ ζ̅, γί. ϛ ϛ̅ ⋔ Μ̊ α̅.

ἀλλὰ δοὺς μὲν ὁ α^ος τὸ ἑαυτοῦ ε^ον καὶ ἔτι Μ̊ ϛ̅, γί. ϛ δ̅ ⋔ Μ̊ ϛ̅. δεήσει ἄρα καὶ λαβόντα αὐτὸν παρὰ τοῦ γ^ου τὸ ζ^ον καὶ Μ̊ η̅, γίνεσθαι ϛ ϛ̅ ⋔ Μ̊ α̅· ἀλλ' ἐὰν ϛ δ̅ ⋔ Μ̊ ϛ̅ προσλάβωσιν ϛ β̅ Μ̊ ε̅, γίνονται ϛ ϛ̅ ⋔ Μ̊ α̅· ϛ ἄρα β̅ καὶ Μ̊ ε̅ μέρος ζ^ον εἰσι τοῦ γ^ου καὶ ἔτι Μ̊ η̅. ἐὰν ἄρα ἀπὸ ϛ β̅ Μ̊ ε̅, ἀφέλω Μ̊ η̅, λοιπὸν ϛ β̅ ⋔ Μ̊ γ̅ ζ^ον μέρος εἰσὶ τοῦ γ^ου· αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛ ιδ̅ ⋔ Μ̊ κα̅.

λοιπὸν ἄρα δεήσει καὶ τοῦτον λαβόντα μὲν παρὰ τοῦ μέσου τὸ ϛ^ον καὶ Μ̊ ζ̅, δόντα δὲ τὸ ζ^ον καὶ Μ̊ η̅, γίνεσθαι ϛ ϛ̅ ⋔ Μ̊ α̅· ἀλλὰ δοὺς μὲν τὸ ζ^ον καὶ Μ̊ η̅,

---

3 διδῶ B. 9 παρὰ μὲν τοῦ α^ου λαβὼν B. 10 γί.] γίνονται AB (item p. 110, 2), sed (12) γίνεται. Μ̊ α.] Ba proprio Marte addit: λοιπόν ἐστι καὶ τοὺς λοιποὺς δόντας καὶ λαβόντας γίνεσθαι ϛ ϛ̅ λείψει μονάδος μιᾶς. 12 ⋔ post Μ̊ ϛ B, corr. *Ba.* 13 ἀλλὰ B, corr. *Ba.* 15 καὶ prius om. *Ba.* 16 λοιποὶ *Ba.* 18 παρὰ μὲν B.

XVII.[1])

[Invenire tres numeros tales ut, unoquoque sequenti dante ipsius fractionem propositam et adhuc datum numerum, dantes accipientesque fiant aequales. 18

Proponatur iam X_1 dare ad X_2 ipsius $\frac{1}{5}$ et adhuc 6, X_2 ad X_3 ipsius $\frac{1}{6}$ et 7, X_3 ad X_1 ipsius $\frac{1}{7}$ et 8.

Ponatur $X_1 = 5x$ et similiter $X_2 = 6x$. Constat X_2, si ab X_1 accipit $x + 6$, fieri $7x + 6$, et si ad X_3 dat ipsius $\frac{1}{6}$ (hoc est x) et 7, fieri $6x - 1$.

Sed X_1 dans ipsius $\frac{1}{5}$ et 6, fit $4x - 6$. Oportebit igitur et illum, ab X_3 accipientem huius $\frac{1}{7}$ et 8, fieri $6x - 1$.

Sed si $4x - 6$ additur $2x + 5$, fit $6x - 1$. Ergo

$$2x + 5 = \frac{1}{7} X_3 + 8.$$

Si a $2x + 5$ subtraho 8, residuus

$$2x - 3 = \frac{1}{7} X_3;$$

ergo ipse

$$X_3 = 14x - 21.$$

Reliquum oportebit illum quoque, ab X_2 accipientem huius $\frac{1}{6}$ et 7, dantemque ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, fieri $6x - 1$.

---

1) Problemata XVII et XVIII haud genuina esse, sed ex antiquo ad primum librum commentario huc defluxisse censeo. Cf. problemata XXII et XXIII primi libri.

λοιπός ἐστιν ϛ ι̅β̅ ⋔ Μ̊ κ̅ϛ̅, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ μέσου τὸ ζ^{ον} καὶ Μ̊ ζ̅, γί. ϛ ι̅γ̅ ⋔ Μ̊ ι̅θ̅· ταῦτα ἴσα ϛ ϛ̅ ⋔ Μ̊ α̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\zeta}{\overline{\iota\eta}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\zeta}{\overline{ϟ}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\zeta}{\overline{\rho\eta}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{\zeta}{\overline{\rho\varepsilon}}$, καὶ οὗτοι ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.]

ιη.

[Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς ἀριθμοὺς τρεῖς, ὅπως ἕκαστος τῶν ἐκ τῆς διαιρέσεως τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ δῷ μέρος τὸ ἐπιταχθὲν καὶ ἔτι δοθέντα ἀριθμόν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν π̅ διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ α^{ος} τῷ β^{ῳ} διδῷ τὸ ε^{ον} καὶ ἔτι Μ̊ ϛ̅, ὁ δὲ β^{ος} τῷ γ^{ῳ} τὸ ϛ^{ον} καὶ Μ̊ ζ̅, ὁ δὲ γ^{ος} τῷ α^{ῳ} τὸ ζ^{ον} καὶ Μ̊ η̅, ἵνα μετὰ τὴν ἀντίδοσιν γένωνται ἴσοι ....]

⟨Ἄλλως τὸ ιζ^{ον}.⟩

[Τετάχθω ὁ α^{ος} ϛ ε̅ καὶ ὁ β^{ος} Μ̊ ι̅β̅, καὶ μένει ὁ β^{ος} λαβὼν μὲν παρὰ τοῦ α^{ου} τὸ ε^{ον}, ϛ α̅, καὶ Μ̊ ϛ̅, γινόμενος ϛ α̅ Μ̊ ι̅η̅· δοὺς δὲ τῷ γ^{ῳ} τὸ ϛ^{ον} καὶ ἔτι Μ̊ ζ̅, γίνεται ϛ α̅ Μ̊ θ̅· λοιπόν ἐστι καὶ τοὺς λοιποὺς δόντας καὶ λαβόντας γίνεσθαι ϛ α̅ Μ̊ θ̅.

1 ἐστι *Ba*. 3 et 4 Denomin. habet A (1ª m.). 8 ἑαυτοῦ scripsi, αὐτοῦ A*Ba*, αὑτοῦ B. 9 διδῷ B. 15 Defectum solutionis indicavi et ἄλλως τὸ ιζ^{ον} addidi. 17 παρὰ μὲν B.

Sed dans ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, remanet $12x - 26$, et ab X_2 accipiens huius $\frac{1}{6}$ et 7, fit $13x - 19$.

Ista aequentur $6x - 1$, fit $x = \frac{18}{7}$.

Erit

$$X_1 = \frac{90}{7}, \quad X_2 = \frac{108}{7}, \quad X_3 = \frac{105}{7},$$

et hi proposita faciunt.]

XVIII.

[Datum numerum partiri in numeros tres, ita ut, 19
unoquoque ex partitione sequenti dante ipsius fractionem propositam et adhuc datum numerum, dantes accipientesque fiant aequales.

Proponatur iam 80 partiri in tres numeros (X_1, X_2, X_3), ita ut X_1 ad X_2 det ipsius $\frac{1}{5}$ et 6, X_2 ad X_3 ipsius $\frac{1}{6}$ et 7, X_3 ad X_1 ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, et post mutuam donationem fiant aequales.][1])

⟨Altera solutio problematis XVII.⟩

[Ponatur $X_1 = 5x$ et $X_2 = 12$. Constat X_2, si ab X_1 accipit huius $\frac{1}{5}$, hoc est x, et 6, fieri $x + 18$, et si ad X_3 dat ipsius $\frac{1}{6}$ et 7, fieri $x + 9$.

Restat ut reliqui dantes accipientesque fiant $x + 9$.

1) Problematis sic propositi solutio vel a vetere scholiasta nunquam scripta fuit, vel a librario archetypi codicis oscitanter neglecta est.

ἀλλὰ δοὺς μὲν ὁ $α^{ος}$ ἑαυτοῦ τὸ $ε^{ον}$ καὶ M̊ ϛ̅ λοιπός ἐστιν ς δ̅ ⋔ M̊ ϛ̅. δεήσει ἄρα αὐτὸν καὶ λαβόντα τὸ $ζ^{ον}$ τοῦ $γ^{ου}$ καὶ M̊ η̅, γίνεσθαι ς α̅ M̊ ϑ̅· ἀλλ' ἐὰν λάβῃ M̊ ι̅ε̅ ⋔ ς γ̅, γίνεται ς α̅ M̊ ϑ̅. M̊ ἄρα ι̅ε̅ ⋔ ς γ̅, $ζ^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $γ^{ου}$ καὶ ἔτι M̊ η̅. ἐὰν ἄρα ἀπὸ M̊ ι̅ε̅ ⋔ ς γ̅ ἀφέλωμεν M̊ η̅, ἕξομεν τὸ τοῦ $γ^{ου}$ $ζ^{ον}$, M̊ ζ̅ ⋔ ς γ̅· αὐτὸς ἄρα ἔσται M̊ μ̅ϑ̅ ⋔ ς κ̅α̅.

λοιπόν ἐστι καὶ τοῦτον λαβόντα μὲν παρὰ τοῦ μέσου τὸ $ϛ^{ον}$ καὶ M̊ ζ̅, δόντα δὲ τῷ $α^{ῳ}$ τὸ $ζ^{ον}$ καὶ M̊ η̅, γίνεσθαι ς α̅ καὶ M̊ ϑ̅. ἀλλὰ δοὺς καὶ λαβὼν γί. M̊ μ̅γ̅ ⋔ ς ι̅η̅· ταῦτα ἴσα ς α̅ M̊ ϑ̅. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{ιϑ}{\overline{λδ}}$.

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\overset{ιϑ}{\overline{ρο}}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overset{ιϑ}{\overline{σκη}}$, ὁ δὲ $γ^{ος}$ $\overset{ιϑ}{\overline{σιζ}}$.]

ιϑ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν τῆς ὑπεροχῆς εἶναι $γ^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων $Δ^{Υ}$ α̅, ὁ δὲ μέσος $Δ^{Υ}$ α̅ ς β̅ M̊ α̅, ἀπὸ $π^{λ.}$ δηλονότι ς α̅ M̊ α̅· ὁ ἄρα μέγιστος ἔσται $Δ^{Υ}$ α̅ ς η̅ M̊ δ̅.

δεήσει ἄρα καὶ $Δ^{Υ}$ α̅ ς η̅ M̊ δ̅ ἴσ. εἶναι $□^{ῳ}$.

πλάσσω τὸν $□^{ον}$ ἀπὸ ς ⟨α̅⟩, ἵνα ἔχω τὴν $Δ^{Υ}$, καὶ

2 ἐστι *Ba*. καὶ αὐτὸν B. 3 ἀλλ'] καὶ *Ba*. 10 γίνεσθαι] γίνεται A. καὶ prius om. *Ba*. γί.] γίνονται A, γίνεται B. 11 et 12 Denomin. habet A 1ª m. 21 ἴσους A, ἴσα B. 22 α̅ om. AB, ἑνὸς suppl. *Ba*.

Sed X_1, dans ipsius $\frac{1}{5}$ et 6, remanet $4x - 6$. Oportebit igitur et illum, ab X_3 accipientem huius $\frac{1}{7}$ et 8, fieri $x + 9$.

Sed si accipit $15 - 3x$, fit $x + 9$. Ergo

$$15 - 3x = \frac{1}{7} X_3 + 8.$$

Si a $15 - 3x$ subtrahimus 8, habebimus

$$\frac{1}{7} X_3 = 7 - 3x,$$

et ipse

$$X_3 = 49 - 21x.$$

Restat ut ille quoque, accipiens ab X_2 huius $\frac{1}{6}$ et 7, dansque ad X_1 ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, fiat $x + 9$. Sed dans accipiensque fit

$$43 - 18x = x + 9, \text{ et fit } x = \frac{34}{19}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{170}{19}, \quad X_2 = \frac{228}{19}, \quad X_3 = \frac{217}{19}.]$$

XIX.

Invenire tres quadratos tales ut differentia maximi et medii ad differentiam medii et minimi rationem habeat datam.

Proponatur iam differentiam differentiae esse 3^{plam}.

Ponatur minimus $= x^2$, medius $= x^2 + 2x + 1$ (nempe a radice $x + 1$); erit igitur maximus =

$$x^2 + 8x + 4.$$

Oportebit igitur $x^2 + 8x + 4 = \square$.

Formo $\square$ ab x (ut habeam x^2) plus unitatibus ἔτι M̊ τοσούτων ὥστε τὰ λοιπὰ ἐν τῷ □$^{\omega}$ γινόμενα εἴδη τῶν ϛ καὶ τῶν M̊ μὴ ὑπερβάλλειν κατὰ τὸ πλῆθος τοὺς ϛ η̅ καὶ M̊ δ̅ ἑκάτερα, ἀλλὰ τὸ μὲν ἐλλείπειν, τὸ δὲ πλεονάζειν. ἔστω δὴ M̊ γ̅· αὐτὸς ἄρα ὁ □$^{o\varsigma}$ ἔσται Δ^{Y} α̅ ϛ ϛ̅ M̊ θ̅· ταῦτα ἴσα Δ^{Y} α̅ ϛ η̅ M̊ δ̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ β̅ 𐅵.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μέγιστος M̊ λ̅ δ$^{\times}$, ὁ δὲ ἐλάχιστος M̊ ϛ̅ δ$^{\times}$, ὁ δὲ μέσος M̊ ιβ̅ δ$^{\times}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, προσλαβὼν τὸν λοιπόν, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ α$^{o\varsigma}$ ϛ α̅, ὁ δὲ β$^{o\varsigma}$ M̊ α̅ ϛ β̅, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ α^{ov} □$^{o\varsigma}$, προσλαβὼν τὸν β^{ov}, ποιῇ □^{ov}. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ β^{ov} □^{ov}, προσλαβόντα τὸν α^{ov}, ποιεῖν □^{ov}· ἀλλ᾽ ὁ ἀπὸ τοῦ β^{ov} □$^{o\varsigma}$, προσλαβὼν τὸν α^{ov}, ποιεῖ Δ^{Y} δ̅ ϛ ε̅ M̊ α̅· ταῦτα ἴσα □$^{\omega}$.

πλάσσω τὸν □^{ov} ἀπὸ ϛ β̅ ⋔ M̊ β̅· αὐτὸς ἄρα ἔσται Δ^{Y} δ̅ M̊ δ̅ ⋔ ϛ η̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\iota\gamma}{\gamma}$.

ἔσται ὁ μὲν α$^{o\varsigma}$ $\overset{\iota\gamma}{\gamma}$, ὁ δὲ β$^{o\varsigma}$ $\overset{\iota\gamma}{\iota\vartheta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κα.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, λείψει τοῦ λοιποῦ, ποιῇ τετράγωνον.

3 ἀλλὰ τὸ] ἀλλ᾽ ὃ *Ba*. 4 δὴ scripsi, δὲ AB. 11 τοῦ om. *Ba*. 12 ποιεῖ A*Ba* (item 15). 14 ἵν᾽ ἀπὸ *Ba*. 17 □^{ov} . . . . . ποιεῖ (18) om. A. 20 ιγ̅ γ̅ B. In hoc problemate et in sequentibus κα, κβ, A habet denominatores 1ª manu. 25 ποιεῖ A*Ba*.

ita sumptis ut aliarum specierum in quadrato reperiendarum, nempe x et unitatum, coefficientes non superent ambo eos qui sunt in $8x + 4$, sed alter superetur, alter superet. Esto 3. Erit ergo

$$\square = x^2 + 6x + 9 : \text{aequetur } x^2 + 8x + 4;$$

$$\text{fit } x = 2\tfrac{1}{2}.$$

Ad positiones. Erit maximus $= 30\frac{1}{4}$, minimus $= 6\frac{1}{4}$, medius $= 12\frac{1}{4}$, et problema solvunt.

XX.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, alteri numero additus, faciat quadratum. 21

Ponatur $X_1 = x$, et $X_2 = 1 + 2x$, ut $X_1^2 + X_2$ faciat quadratum. Restat ut quoque $X_2^2 + X_1$ faciat quadratum; sed $X_2^2 + X_1$ facit:

$$4x^2 + 5x + 1 = \square.$$

Formo $\square$ a $2x - 2$; erit ipse

$$\square = 4x^2 + 4 - 8x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{3}{13}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{3}{13}, \quad X_2 = \frac{19}{13},$$

et problema solvunt.

XXI.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, altero numero subtracto, faciat quadratum. 22

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ϛ α̅ καὶ $\mathring{M}$ ὅσων δήποτε· ἔστω δὴ $\mathring{M}$ α̅· ὁ δὲ μείζων τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $□^{ου}$ παρὰ $Δ^{Y}$ α̅, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $□^{ος}$ ⋔ τοῦ μείζονος ποιῇ $□^{ον}$.

καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $□^{ος}$ ἐστιν $Δ^{Y}$ α̅ ϛ β̅ $\mathring{M}$ α̅, ὁ ἄρα μείζων ἔσται τῶν μετὰ τὴν $Δ^{Y}$, ϛ β̅ $\mathring{M}$ α̅. καὶ μένει ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $□^{ος}$, ⋔ τοῦ μείζονος, ποιῶν $□^{ον}$. δεῖ δὲ καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μείζονος, $Δ^{Y}$ δ̅ ϛ δ̅ $\mathring{M}$ α̅, ⋔ τοῦ ἐλάσσονος, ποιεῖν $□^{ον}$· ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος $□^{ος}$, ⋔ τοῦ ἐλάσσονος, ποιεῖ $Δ^{Y}$ δ̅ ϛ γ̅· ταῦτα ἴσα $□^{ῳ}$.

πλάσσω τὸν $□^{ον}$ ἀπὸ ϛ γ̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{ε}{\bar{γ}}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{ε}{\bar{η}}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{ε}{\overline{ια}}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κβ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, προσλαβὼν συναμφότερον, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων ϛ α̅, ὁ δὲ μείζων ϛ α̅ $\mathring{M}$ α̅, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $□^{ος}$, τουτέστι $Δ^{Y}$ α̅, προσλαβοῦσα συναμφότερον, τουτέστιν ϛ β̅ $\mathring{M}$ α̅, ποιῇ $□^{ον}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μείζονος $□^{ον}$ προσλαβόντα συναμφότερον ποιεῖν $□^{ον}$· ἀλλ' ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ μείζονος $□^{ος}$ προσλαβὼν συναμφότερον γίνεται $Δ^{Y}$ α̅ ϛ δ̅ $\mathring{M}$ β̅· ταῦτα ἴσ. $□^{ῳ}$.

3 ἵν' ὁ *Ba.* τοῦ prius om. A (1^a m.) *Ba.* τὸν μείζονα A 1^a m. (item 8) et τὸν ἐλάττονα (9 et 10). 5 ἔστι B. 7 ἐλάττονος B (item 9). 8 δὲ scripsi, δὴ AB. 9/10 ἀλλ' ὁ .... ἐλάσσονος] ἀλλὰ *Ba.* 12 πλάττω B. 17 ποιεῖ A*Ba.* 21 ποιεῖ *Ba* (item p. 118, 10). 23 μὲν om. B. 25 ταῦτα ἴσα B, ἴσος A (1^a m.), ταῦτα ἴσω [ἰσῶ?] A (2^a m.).

Ponatur minor esse x plus quotlibet unitatibus esto 1; maior vero ponatur aequalis minoris quadrato minus x^2, ut minoris quadratus, minus maiore, faciat □.

Et quoniam minoris quadratus est $x^2 + 2x + 1$ maior erit quod sequitur x^2, hoc est $2x + 1$, et constat minoris quadratum minus maiore facere □. Oportet et maioris quadratum, $4x^2 + 4x + 1$, minus minore, facere □; sed maioris quadratus minus minore facit

$$4x^2 + 3x = □.$$

Formo □ a $3x$, et fit $x = \frac{3}{5}$.

Erit minor $= \frac{8}{5}$, maior $= \frac{11}{5}$, et proposita faciunt.

XXII.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, plus amborum summa, faciat quadratum. 23

Ponatur minor $= x$, maior $= x + 1$, ut minoris quadratus, hoc est x^2, plus amborum summa, hoc est $2x + 1$, faciat □.

Restat ut maioris quadratus, plus amborum summa, faciat □; sed maioris quadratus, plus amborum summa, facit

$$x^2 + 4x + 2 = □.$$

πλάσσω τὸν $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ $ϛ\,\bar{\alpha} ⋔ \mathring{M}\,\bar{\beta}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{\text{ος}}$ ἔσται $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}\,\mathring{M}\,\bar{\delta} ⋔ ϛ\,\bar{\delta}$, καὶ γίνεται ὁ $ϛ\ \overset{\eta}{\bar{\beta}}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\eta}{\bar{\beta}}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\eta}{\bar{\iota}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος λείψει συναμφοτέρου ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων $ϛ\,\bar{\alpha}$, ὁ δὲ μείζων $ϛ\,\bar{\alpha}\,\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, ἵνα ὁμοίως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος $\square^{\text{ος}}$ λείψει συναμφοτέρου, ποιῇ $\square^{\text{ον}}$.

Δεήσει ἄρα καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $\square^{\text{ον}}$ λείψει συναμφοτέρου ποιεῖν $\square^{\text{ον}}$· ἔσται ἄρα $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha} ⋔ ϛ\,\bar{\beta}\,\mathring{M}\,\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ π^{λ} $ϛ\,\bar{\alpha} ⋔ \mathring{M}\,\bar{\gamma}$.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}\,\mathring{M}\,\bar{\vartheta} ⋔ ϛ\,\bar{ϛ}$ ἴσαι εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha} ⋔ ϛ\,\bar{\beta}\,\mathring{M}\,\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ $ϛ\ \mathring{M}\,\bar{\beta}\,∠'$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\mathring{M}\,\bar{\beta}\,∠'$, ὁ δὲ μείζων $\mathring{M}\,\bar{\gamma}\,∠'$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κδ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συναμφοτέρου προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$, ἐάν τε προσλάβῃ $\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$, ἐάν τε $\Delta^{Y}\,\bar{\eta}$, ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$, τάσσω τῶν ἐπιζητουμένων ἀριθμῶν, τὸν μὲν $\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$, τὸν δὲ $\Delta^{Y}\,\bar{\eta}$, τὸν δὲ ἀπὸ συναμφοτέρου $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$, καὶ μένει ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου προσλαβὼν ἑκά-

7 ποιεῖ A *Ba*. 9 ὁ om. A. 9/10 λείψας συναμφοτέρους A (1^{a} m.); item 11/12. 12 $\square^{\text{ον}}$· ἔσται ἄρα om. A (1^{a} m.).

Formo □ a $x - 2$; erit

$$\square = x^2 + 4 - 4x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{2}{8}.$$

Erit minor $= \frac{2}{8}$, maior $= \frac{10}{8}$, et problema solvunt.

XXIII.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, minus amborum summa, faciat quadratum. 24

Ponatur minor $= x$ et maior $= x + 1$, ut similiter maioris quadratus, minus amborum summa, faciat □.

Oportebit igitur et minoris quadratum, minus amborum summa, facere □; erit ergo

$$x^2 - 2x - 1 = \square.$$

Formo □ a radice $x - 3$. Ergo

$$x^2 + 9 - 6x = x^2 - 2x - 1 \quad \text{et fit} \quad x = 2\tfrac{1}{2}.$$

Erit minor $= 2\frac{1}{2}$, maior $= 3\frac{1}{2}$, et problema solvunt.

XXIV.

Invenire duos numeros tales ut summae quadratus, plus utroque, faciat quadratum. 25

Quoniam x^2, sive addatur $3x^2$, sive $8x^2$, facit □, quaesitorum numerorum alterum pono esse $3x^2$, alterum $8x^2$, et summae quadratum esse x^2. Constat summae quadratum, plus utroque, facere □.

$\square^{\text{ον}}$] $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$ A (2^{a} m.) B, τετράγωνον *Ba*. 17 $\mathring{M}$ prius om. AB, suppl. *Ba*. 21 ποιεῖ *Ba*. 22 προσλάβει *Ba*.

τερον ποιῶν □^{ον}. καὶ ἐπεὶ συναμφότερός ἐστι $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\alpha}$, ὁ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου ἔσται $\Delta^{Y}\Delta\,\overline{\rho\kappa\alpha}$· ἀλλ' ἔστιν καὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$.

$\Delta^{Y}\Delta$ ἄρα $\overline{\rho\kappa\alpha}$ ἴσαι $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$.

ὥστε καὶ π$^{λ.}$ τῇ π$^{λ.}$ ἴσῃ· ϛ ἄρα $\bar{\alpha}$ ἴσος $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\alpha}$.

καὶ πάντα παρὰ ϛ· ϛ ἄρα $\overline{\iota\alpha}$ ἴσοι $\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ ια$^{\times}$ $\overset{\circ}{M}{}^{ος}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\bar{\gamma}$ ρκα^{ων}, ὁ δὲ ἕτερος $\bar{\eta}$, ὁ δὲ ἀπὸ συναμφοτέρου $\overline{\rho\kappa\alpha}\,\overset{Y}{M}\alpha$. ͵δχμα^{ων}, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου λείψει ἑκατέρου ποιῇ τετράγωνον.

Λαμβάνω πρῶτόν τινα □^{ον}, ἀφ' οὗ ἀφελὼν δύο τινὰς ἀριθμούς, καταλείπω □^{ον}· ἔστω δὴ ὁ $\overline{\iota\varsigma}$. αὐτὸς γὰρ ἐάν τε λείψῃ $\overset{\circ}{M}\,\iota\beta$, γίνεται □^{ος}, ἐάν τε πάλιν $\overset{\circ}{M}\,\bar{\zeta}$, γίνεται □^{ος}.

τάσσω οὖν πάλιν αὐτοὺς ἐν Δ^{Y}, καὶ τὸν μὲν $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\beta}$, τὸν δὲ $\Delta^{Y}\,\bar{\zeta}$, τὸν δὲ ἀπὸ συναμφοτέρου $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\varsigma}$, καὶ μένει ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου, ⋔ ἑκατέρου, ποιῶν □^{ον}.

δεήσει λοιπὸν τὸν ἀπὸ συναμφοτέρου ἴσον γίνεσθαι $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\varsigma}$, ὥστε καὶ τὴν π$^{λ.}$ τῇ π$^{λ.}$, τουτέστιν $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\vartheta}$ ἴσας ϛ $\bar{\delta}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\frac{\iota\vartheta}{\bar{\delta}}$.

---

2 ἔστι B. 4 ἴσαι] ἴση B. 5 ὥστε ... $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\alpha}$ om. A (1ª m.). 6 καὶ .... $\overset{\circ}{M}{}^{ος}$ (7)] $\overline{\iota\alpha}$ tantum B, καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς α^{ια} suppl. *Ba.* 7 ια$^{\times}$ $\overset{\circ}{M}{}^{ος}$ A (2ª m.), prior scriptura discerni nequit. 8 $\bar{\gamma}$ ρκα A (1ª m.), $\bar{\gamma}$ ἑκαστοστοεικοστοπρώτου A (2ª m.), γ$^{ρκα'}$ B. 9 η$^{ρκα'}$ B et 2ª m. A. $\overline{\rho\kappa\alpha}$ μυριοστοτετρακισχιλιοστοεξακοστοτεσσαρακοστοπρώτου A (2ª m.; prior scriptura legi nequit), $\overline{\rho\kappa\alpha}$ $\ddot{\alpha}$ ͵δχμα B, ρκα$^{͵δχμα}$ *Ba.* 15 δὴ scripsi, δὲ AB. 16 λείψει B, corr. *Ba.* 20 ἑκάτερον A (1ª m.). 22 τουτέστι B.

Et quoniam amborum summa est $11x^2$, summae quadratus erit $121x^4$; sed est quoque x^2. Ergo

$$121x^4 = x^2.$$

At radix radici aequalis est; ergo

$$x = 11x^2.$$

Omnia per x; ergo

$$11x = 1 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{11}.$$

Ad positiones. Erit alter $\frac{3}{121}$, alter $\frac{8}{121}$, summae quadratus $\frac{121}{14641}$, et problema solvunt.

XXV.

Invenire duos numeros tales ut summae quadratus, 26
minus utroque, faciat quadratum.

Primo loco sumo quadratum, a quo, subtrahendo duos quosdam numeros, remaneat quadratus. Esto 16; nam si ab eo subtraho 12, fit □, et rursus si 7, fit etiam □.

Pono rursus numeros [quaesitos, ut terminos] in x^2, alterum $12x^2$, alterum $7x^2$, summae quadratum $16x^2$. Constat summae quadratum, minus utroque, facere □.

Reliquum oportebit summae quadratum fieri $16x^2$; sed radix radici aequalis est, hoc est

$$19x^2 = 4x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{4}{19}.$$

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\tau\xi\alpha}{\overline{\rho\text{ϟ}\beta}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\tau\xi\alpha}{\overline{\rho\iota\beta}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον, τῶν δὲ τετραγώνων αἱ πλευραὶ συντεθεῖσαι ποιῶσι τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ ποιεῖν τὸν ϛ̄.

Ἐπεὶ οὖν, ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὧν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονός ἐστι τετραπλασίων παρὰ μονάδα, ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ποιεῖ τετράγωνον, τάσσω τὸν μὲν ἐλάσσονα ϛ ᾱ, τὸν δὲ μείζονα ϛ δ̄ ⋔ M̊ ᾱ, καὶ συμβαίνει ὁμοίως τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα τὸν ἐλάσσονα ποιεῖν □^{ον}.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα τὸν μείζονα, τουτέστιν ϛ δ̄ ⋔ M̊ ᾱ, ποιεῖν □^{ον}, οὗ ἡ πλευρά ἐστι M̊ ϛ̄ ⋔ τῶν τῆς πλευρᾶς τοῦ ἐλάσσονος ϛ β̄, ἵνα, κατὰ τὸ πρόβλημα, συντεθεῖσαι τῶν δύο αἱ πλευραὶ ποιῶσι M̊ ϛ̄. ἀλλ' ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν μείζονα ποιεῖ Δ^{Υ} δ̄ ϛ γ̄ ⋔ M̊ ᾱ, ὁ δὲ ἀπὸ M̊ ϛ̄ ⋔ ϛ β̄, Δ^{Υ} δ̄ M̊ λϛ̄ ⋔ ϛ κδ̄. ταῦτα ἴσα ἀλλήλοις· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\kappa\zeta}{\overline{\lambda\zeta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔταξα τὸν ἐλάσσονα ϛ ᾱ, ἔσται $\overline{\lambda\zeta}$, τὸν δὲ μείζονα ϛ δ̄ ⋔ M̊ ᾱ, ἔσται $\overline{\rho\kappa\alpha}$, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

11 ἐλάττονα B (item 14). 13 ὁμοίως om. *Ba*. 15 λοιπόν ἐστι καὶ] δεήσει ἄρα καὶ ὁμοίως *Ba*. 17 ἐστι] ἡ *Ba*. ϛ β̄] ἀριθμὸν μ̄ A (2^a m.; prior scriptura legi nequit), ἀριθμῶν B. 18 κατὰ] μετὰ *Ba*. 24 Denominatorem κζ (bis) suppl. *Ba*.

Erit primus $\frac{192}{361}$, secundus $\frac{112}{361}$, et problema solvunt.

XXVI.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus plus utroque faciat quadratum, et summa radicum quadratorum faciat propositum numerum. 27

Proponatur iam facere 6.

Quoniam, si sint duo numeri quorum maior minoris sit 4^{plus} minus unitate, horum productus plus minore facit quadratum, pono minorem $= x$, maiorem $= 4x - 1$, et similiter evenit horum productum plus minore facere □.

Restat et productum plus maiore, hoc est plus $4x - 1$, facere quadratum, cuius radix est $6 - 2x$ (ex radice minoris)[1], ut secundum problema, summa radicum amborum quadratorum faciat 6.

Sed productus plus maiore facit $4x^2 + 3x - 1$, et quadratus a $6 - 2x$ est $4x^2 + 36 - 24x$. Ista inter se aequantur et fit $x = \frac{37}{27}$.

Ad positiones. Statui minorem $= x$, erit $\frac{37}{27}$, maiorem $= 4x - 1$, erit $\frac{121}{27}$, et constat propositum.

1) Minoris quadrati $4x^2$, quem facit productus $x\,(4x - 1)$ plus minore numero x.

κζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει ἑκατέρου ποιῇ τετράγωνον, τῶν δὲ τετραγώνων αἱ πλευραὶ συντεθεῖσαι ποιῶσι τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ε̄.

Καὶ ἐπεί, ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὧν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονός ἐστι τετραπλασίων καὶ μονὰς μία, ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ ἐλάσσονος ποιεῖ τετράγωνον, τάσσω τὸν μὲν μείζονα ς δ̄ Μ̊ ᾱ, τὸν δὲ ἐλάσσονα ς ᾱ, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ ἐλάσσονος ποιεῖ τετράγωνον.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ μείζονος ποιεῖν τετράγωνον· ὧν αἱ πλευραὶ συνάγουσι τὰς ἐπιταχθείσας Μ̊ ε̄. ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ μείζονος γίνεται Δ^Υ δ̄ ⋔ ς γ̄ Μ̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα □^ῳ τῷ ἀπὸ π^λ Μ̊ ε̄ ⋔ ς β̄, καὶ γίνεται ὁ ς $\frac{\iota\zeta}{\overline{\kappa\varsigma}}$.

ἔσται ὁ ⟨μὲν⟩ ἐλάσσων $\overline{\kappa\varsigma}$, ὁ δὲ μείζων $\overline{\rho\kappa\alpha}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον.

Ἐὰν οὖν τάξω ἕνα τῶν τετραγώνων Δ^Υ ᾱ, τὸν δὲ ἕτερον τετράγωνον Μ̊^α, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν τετράγωνος Δ^Υ· δεήσει ἄρα τοῦτον, προσλαβόντα ἑκάτερον, ποιεῖν □^ον· ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ ζητῆσαι τίς τετράγωνος, προσλαβὼν Μ̊^α, ποιεῖ □^ον.

2/3 ⋔ ἑκάτερον ποιεῖ A. 7 ἐλάττ. *Ba* (item 9 et 10). 8 ἐλάττονὸς B. 10 τετράγωνον] *Ba* add.: δυνάμεις δ̄ οὗ ἡ πλευρὰ ς β̄. 12 ὧν αἱ πλευραὶ συνάγουσι] καὶ τῶν τετραγώνων

XXVII.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus minus utroque faciat quadratum, et summa radicum quadratorum faciat datum numerum. 28

Proponatur iam 5.

Quoniam, si sint duo numeri quorum maior sit minoris 4^plus plus unitate, horum productus minus minore facit quadratum, pono maiorem $= 4x + 1$ et minorem $= x$; sic productus minus minore facit □.

Restat ut productus minus maiore faciat □, et summa radicum det propositum 5. Sed productus minus maiore fit $4x^2 - 3x - 1$. Ista aequantur □ a radice $5 - 2x$, et fit $x = \frac{26}{17}$.

Erit minor $= \frac{26}{17}$, maior $= \frac{121}{17}$, et proposita faciunt.

XXVIII.

Invenire duos numeros quadratos tales ut ipsorum productus plus utroque faciat quadratum. 29

Si pono alterum quadratum $= x^2$, alterum $= 1$, productus erit quadratus x^2, quem oportebit utroque addito facere □. Deductum est igitur ad quaerendum quis quadratus, plus unitate, facit □.

πλευρὰς συνάγειν *Ba*. 16 μὲν addidi. Denominatorem ιζ suppl. *Ba*. 20 ποιεῖ *Ba*. 21 τετράγωνον om. *Ba*. Δ^Υ] ᾱ add. *Ba*.

Τετάχθω ὁ τετράγωνος ὃν θέλω εἶναι ὑπ' αὐτῶν, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

Ἐὰν ἄρα οὗτος προσλάβῃ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· τοῦτον δεήσει ἴσον εἶναι $\square^{\varphi}$· πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ π^{λ} ϛ $\bar{\alpha}$ ⋀ $\mathring{M}\bar{\beta}$. οὗτος ἴσος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\delta}{\bar{\gamma}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\bar{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega v}$, ὁ δὲ $\overline{\iota\varsigma}$· καὶ συμβαίνει τὸν ὑπ' αὐτῶν, προσλαβόντα τὴν $\mathring{M}^{\alpha}$, ποιεῖν $\square^{ov}$.

Δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν, προσλαβόντα τὸν β^{ov}, ποιεῖν $\square^{ov}$, καὶ ἐπεὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστιν $\bar{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega v}$, ὑποκείσθω νῦν ἐν Δ^{Y}, τουτέστι $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}\,\mathring{M}\bar{\vartheta}$, πάντων $\iota\varsigma^{\pi\lambda}$· Δ^{Y} ἄρα $\bar{\vartheta}\,\mathring{M}\bar{\vartheta}$ ἴσ. $\square^{\varphi}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ π^{λ} ϛ γ ⋀ $\mathring{M}\bar{\delta}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{o\varsigma}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$ ⋀ ϛ $\overline{\kappa\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\kappa\delta}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\varphi o\varsigma}{\overline{\tau\kappa\delta}}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overset{\varphi o\varsigma}{\overline{\mu\vartheta}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κθ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει ἑκατέρου ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐὰν μὲν τάξω τὸν α^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, τὸν δὲ ἕτερον $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· δεήσει ἄρα καὶ αὐτὸν ⋀ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ov}$, καὶ ἔστιν ἡ Δ^{Y} $\square^{o\varsigma}$· ἀπῆκται ἄρα εἰς τὸ ζητῆσαι τίς τετράγωνος ⋀ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖ $\square^{ov}$· ἔστι

5 $\mathring{M}\bar{\alpha}$ om. *Ba.* 6 $\bar{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega v}$] $\bar{\vartheta}$ A, *ἐννέα ιϛ'* B. $\overline{\iota\varsigma}^{\iota\varsigma}$ B (2ª m., ut videtur). 10 $\Delta^{Y}\vartheta^{\iota\varsigma}\,\mathring{M}\vartheta^{\iota\varsigma}$ *Ba.* 10/11 *πάντων* $\iota\varsigma^{\pi\lambda}$ scripsi, *πάντων ἑκκαιδεκάκις* A, *πάντα ἑκκαιδεκάκις* B (*Ba* add. *καὶ* ante *πάντα*). 11 *ἴσοι* A, *ἴσαι* B. 19 *ἐὰν τάξω τὸν μὲν* B. 20/21 *καὶ αὐτὸν* ⋀] *καὶ λείψει αὐτὸν* A, *αὐτὸν καὶ λείψει* B, *αὐτῶν λείψει Ba.*

Ponatur quadratus quem volo esse productum, $= x^2$. Si additur unitas, fit $x^2 + 1$, quod oportebit esse $\square$. Formo $\square$ a radice $x - 2$ et eum aequo $x^2 + 1$; fit $x = \frac{3}{4}$. Alter [factorum] erit $\frac{9}{16}$, alter $\frac{16}{16}$, et evenit horum productum plus unitate, facere $\square$.

Oportebit igitur et productum, plus altero, facere $\square$. Sed quoniam productus est $\frac{9}{16}$, nunc supponantur [termini] in x^2, hoc est $9x^2 + 9$, omnibus 16[les] sumptis.[1]) Ergo

$$9x^2 + 9 = \square.$$

Formo $\square$ a radice $3x - 4$; erit

$$\square = 9x^2 + 16 - 24x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{24}.$$

Erit primus $\frac{324}{576}$, secundus $\frac{49}{576}$, et problema solvunt.

XXIX.

Invenire duos numeros quadratos tales ut ipsorum productus minus utroque faciat quadratum.

Si alterum pono x^2, alterum 1, productus erit x^2 et hunc, subtracto 1, oportebit facere quadratum. Sed x^2 est quadratus; deductum est igitur ad quaerendum quis quadratus, minus unitate, facit quadratum; talis

1) Hoc est: ponatur primus quadratus quaesitus $= \frac{9}{16}$, secundus $= x^2$. Productus plus primo erit $\frac{9}{16}x^2 + \frac{9}{16}$; ista aequanda sunt quadrato; ergo, multiplicando in 16, remanet quadratus.

δὲ τετράγωνος ὁ $\overset{ις}{\overline{κε}}$· οὗτος γάρ, ⋔ τῶν τῆς Μ̊ $\overset{ις}{\overline{ις}}$, ποιεῖ τὸν □^{ον} $\overset{ις}{\overline{θ}}$.

Τάσσω οὖν τὸν μὲν $Δ^Y\overline{α}$, τὸν δὲ $\overset{ις}{\overline{κε}}$, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν, ⋔ $Δ^Y\overline{α}$, ποιεῖ □^{ον}· δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν, ⋔ Μ̊ $\overset{ις}{\overline{κε}}$, ἴσον εἶναι □^{ῳ}· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν, ⋔ Μ̊ $\overset{ις}{\overline{κε}}$, γί. $Δ^Y$ $\overset{ις}{\overline{κε}}$ ⋔ Μ̊ $\overset{ις}{\overline{κε}}$· ταῦτα ἴσα □^{ῳ}· πάντα ις^{κις} ⟨καὶ τὸ κε^{ον}⟩.

πλάσσω τὸν □^{ον} ἀπὸ ς $\overline{α}$ ⋔ Μ̊ $\overline{δ}$. αὐτὸς ἄρα ἔσται $Δ^Y\overline{α}$ Μ̊ $\overline{ις}$ ⋔ ς $\overline{η}$ ἴσ. $Δ^Y\overline{α}$ ⋔ Μ̊ $\overline{α}$ καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{η}{\overline{ιζ}}$. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{ξδ}{\overline{σπθ}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{ξδ}{\overline{ρ}}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τοῦ προβλήματος.

λ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λίπῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ πάντων δύο ἀριθμῶν οἱ ἀπ' αὐτῶν συντεθέντες, ἐάν τε προσλάβωσι τὸν δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε λίπωσι, ποιοῦσι □^{ον}, ἐκτίθεμεν δύο ἀριθμούς, τόν τε $\overline{β}$ καὶ τὸν $\overline{γ}$.

Καὶ δῆλον ὡς ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν □^{ων}, μετὰ τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν, συνάγουσα Μ̊ $\overline{κε}$, ποιεῖ □^{ον}, καὶ πάλιν ἀπὸ τῆς συνθέσεως τῶν ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρουμένου τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν, γίνεται □^{ος} ἡ Μ̊· τάσσω οὖν τὸν ὑπ' αὐτῶν $Δ^Y\overline{ιγ}$.

---

1 ὁ om. A. 2 τὸν post □^{ον} B. $\overset{ις}{\overline{θ}}$] ἀπὸ π^{λ} Γ $\overset{δ}{θ}$ A ex corr., unde $\overset{δ}{θ}$ V. 3, 5 et 6 Denomin. om. B, suppl. *Ba*. 3 ὁ

est quadratus $\frac{25}{16}$; is enim, minus $\frac{16}{16}$ sive unitate, facit quadratum $\frac{9}{16}$.

Pono igitur alterum x^2, alterum $\frac{25}{16}$; horum productus, minus x^2, facit quadratum. Oportebit igitur et productum, minus $\frac{25}{16}$, facere quadratum. Sed productus, minus $\frac{25}{16}$, fit $\frac{25}{16}x^2 - \frac{25}{16}$. Ista aequentur □. Omnia 16^{ies} ⟨et omnium $\frac{1}{25}$⟩.

Formo □ a $x - 4$; erit □

$$x^2 + 16 - 8x = x^2 - 1, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{17}{8}.$$

Erit primus $\frac{289}{64}$, secundus $\frac{100}{64}$, et problema solvunt.

XXX.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus, plus minusve amborum summa, faciat quadratum. 31

Omnium binorum numerorum summa quadratorum, sive plus sive minus producto bis, facit quadratum. Expono igitur duos numeros 2 et 3; patet summam quadratorum, plus producto bis, facere 25, hoc est quadratum, et rursus summam quadratorum, minus producto bis, facere quadratum 1.

Productum igitur pono $13x^2$ et alter [factorum]

---

om. *Ba*. 6 γίνονται A, γίνεται B. 7 καὶ τὸ κε^{ον} addidi. Lacunam indicavit *Ba* et supplementum proposuit in commentario: καὶ παρὰ τὸν $\overline{κε}$. γίνεται $Δ^Y\overline{α}$ λείψει μονάδος $\overline{α}$ ἴση τετραγώνῳ. 9 ἴσος $Δ^Y\overline{κε}$ ⋔ Μ̊ $\overline{κε}$ AB, corr. *Ba* in commentario. 14 λείπῃ B. 17 λείπωσι B. 18 τε om. B. 20 συνάγουσα ποιεῖ τετράγωνον μονάδας $\overline{κε}$ *Ba*. 22 γίνεται] καταλείπεται B.

Τετάχθω οὖν ὃς μὲν ς $\overline{\alpha}$, ὃς δὲ ς $\overline{\iota\gamma}$, καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\gamma}$. Δ^{Y} ἄρα $\overline{\iota\gamma}$, ἐάν τε προσλάβωσι $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\beta}$, ἐάν τε λίπωσι, ποιοῦσι □^{ov}. δεήσει ἄρα $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\beta}$ ἴσας εἶναι συναμφοτέρῳ· ἀλλὰ συναμφότερός ἐστιν ς $\overline{\iota\delta}$. Δ^{Y} ἄρα $\overline{\iota\beta}$ ἴσαι εἰσὶν ς $\overline{\iota\delta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\delta}}$, τουτέστιν $\overset{\varsigma}{\overline{\zeta}}$.

ἔστιν οὖν ὁ μὲν α^{ος} ς $\overline{\alpha}$, ἔσται $\overset{\varsigma}{\overline{\zeta}}$, ὁ δὲ β^{ος} ς $\overline{\iota\gamma}$, ἔσται $\overset{\varsigma}{\overline{\text{ϟ}\alpha}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λα.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ οὖν, ἐὰν ὦσιν δύο ἀριθμοὶ ὧν ὁ ἕτερος τοῦ ἑτέρου ἐστὶν διπλασίων, οἱ ἀπ' αὐτῶν συντεθέντες, ἐάν τε λείψωσι τὸν δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβωσι, ποιοῦσι □^{ov}, ἐκτίθεμεν τὸν $\overline{\delta}$ καὶ τὸν $\overline{\beta}$.

Τετάχθωσαν οὖν ἐν Δ^{Y}, καὶ ἔστιν ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\,\overline{\kappa}$, ὁ δὲ συναμφότερος $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\varsigma}$· ἔστω ὁ μὲν ς $\overline{\beta}$, ὁ δὲ ς $\overline{\iota}$, συναμφότερος δὲ ς $\overline{\iota\beta}$, ἀλλὰ καὶ $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\varsigma}$.

Δ^{Y} ἄρα $\overline{\iota\varsigma}$ ἴσαι ς $\overline{\iota\beta}$· ⟨καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\iota\beta}}$⟩, τουτέστι $\overset{\delta}{\overline{\gamma}}$.

1 ὃς μὲν .. ὃς δὲ] ὁ μὲν ... ὁ δὲ *Ba*. 3 λείπωσι B, Λ' A. 6 τουτέστι B. 12 ποιεῖ A. 13 ὦσι B. 14 ἐστὶ B. διπλασίων] *Ba* addit: καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν δὶς τετράγωνός ἐστι καί. 15 λείπωσι B. ὑπ'] ἀπ' *Ba*. 16 $\overline{\beta}$] *Ba* addit: καὶ δῆλον ὡς ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ποιεῖ τετράγωνον τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν $\overline{\kappa}$, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$, ἐάν τε λείπῃ, ποιεῖ τετράγωνον τόν τε $\overline{\lambda\varsigma}$ καὶ τὸν $\overline{\delta}$. 17 ἔστω *Ba*.

sit $= x$, alter $= 13x$, quorum productus est $13x^2$. Habemus

$$13x^2 \pm 12x^2 = \square.$$

Oportebit igitur $12x^2$ esse summam; sed est summa $14x$. Ergo

$$12x^2 = 14x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}.$$

Est primus $= x$, erit $\frac{7}{6}$; secundus $= 13x$, erit $\frac{91}{6}$, et problema solvunt.

XXXI.

Invenire duos numeros quorum summa sit quadratus et productus plus minusve summa faciat quadratum. 32

Quoniam, si sint duo numeri quorum alter alterius sit 2$^{\text{plus}}$, summa quadratorum sive primus sive plus producto bis, facit □, expono 4 et 2.[1])

Ponantur [termini] in x^2; est productus $= 20x^2$ et summa $= 16x^2$. Sit alter [factorum] $2x$, alter $10x$, summa $12x$; sed est quoque $16x^2$. Ergo

$$16x^2 = 12x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}.$$

1) Omnino $x_1^2 + x_2^2 \pm 2x_1x_2 = \square$. Sed si $x_1 = 2x_2$, insuper $2x_1x_2 = \square$, quam consequentiam, quum ad solutionem propositi necessaria sit, num silentio praeterire potuerit Diophantus, utpote per se manifestam, dubitandum est.

Quoad reliquum, quaesitorum X_1 et X_2 statuit $X_1X_2 = (x_1^2 + x_2^2)x^2$ et $X_1 + X_2 = 2x_1x_2x^2$; sic $X_1 + X_2 = \square$ et $X_1X_2 \pm (X_1 + X_2) = \square$.

17/18 ὁ μὲν ἀπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\,\overline{\eta}$, οἱ δὲ ἀπὸ συναμφότεροι $\Delta^{Y}\,\overline{\kappa}$ A ex corr. 2^{a} m. $\Delta^{Y}\,\overline{\eta}$ et $\Delta^{Y}\,\overline{\kappa}$ similiter B ex corr.; numeros veros restituit *Ba*. 18 ἔστω] *Ba* add. δὲ. 20 καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ιβ$^{\iota\varsigma}$ suppl. *Ba*.

ἔσται ὁ μὲν α^ος ϛ̅, ὁ δὲ β^ος λ̅, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος προσλαβὼν τὸν ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν α^ος ς ᾱ, καὶ ἐπεί, ἐὰν ᾖ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ διπλασίων καὶ μονάδι μείζων, ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος, προσλαβὼν τὸν μείζονα, ποιεῖ τετράγωνον, τετάχθω ὁ β^ος τοῦ α^ου διπλασίων καὶ μονάδι μείζων, καὶ ἔσται δηλονότι ς β̄ Μ̊ ᾱ, καὶ ἔτι ὁ γ^ος τούτου διπλασίων καὶ μονάδι μείζων καὶ ἔσται ς δ̄ Μ̊ γ̄. καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ τοῦ α^ου □^ον προσλαβόντα τὸν β^ον, γίνεσθαι □^ον, Δ^Υ ᾱ ς β̄ Μ̊ ᾱ, καὶ ὁμοίως τὸν ἀπὸ τοῦ β^ου προσλαβόντα τὸν γ^ον, ποιεῖν □^ον, Δ^Υ δ̄ ς η̄ Μ̊ δ̄.

Δεήσει ἄρα καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γ^ου □^ον, προσλαβόντα τὸν α^ον, ποιεῖν □^ον. ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ γ^ου, προσλαβὼν τὸν α^ον, ποιεῖ Δ^Υ ι̅ϛ̅ ς κ̅ε̅ Μ̊ θ̄. ταῦτα ἴσα □^ῳ.

πλάσσω τὸν □^ον ἀπὸ π^λ. ς δ̄ ⋔ Μ̊ δ̄· αὐτὸς ἄρα ἔσται Δ^Υ ι̅ϛ̅ Μ̊ ι̅ϛ̅ ⋔ ς λ̅β̅, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\nu\xi}{\overline{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^ος ζ̄, ὁ δὲ β^ος ο̅α̅, ὁ δὲ γ^ος ρ̅ϟ̅θ̅, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λγ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος λείψει τοῦ ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεί, ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ διπλασίων παρὰ μονάδα, ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος, λείψει τοῦ

---

1 ϛ̅ δ' et λ̅ δ' B, ϛ̅^δ' et λ̅^δ' *Ba.* 5 ποιεῖ AB, corr. *Ba.* 9 τετράγωνων *Ba.* 20 Denominatores νζ notat B. 24 λείψει] ubique in hoc problemate A (1ª m.) scripsit ⋔ et postea accusativum pro genitivo.

Erit primus $\frac{6}{4}$, secundus $\frac{30}{4}$, et problema solvunt.

XXXII.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque quadratus, plus sequente numero, faciat quadratum. 33

Ponatur $X_1 = x$. Si numerus est numeri 2^{plus} plus unitate, minoris quadratus, plus maiore, facit □. Ponatur igitur $X_2 = 2X_1 + 1$; erit scilicet $2x + 1$; et adhuc $X_3 = 2X_2 + 1$; erit $4x + 3$.

Evenit

$$X_1^2 + X_2 \text{ fieri } \square = x^2 + 2x + 1,$$

et similiter

$$X_2^2 + X_3 \text{ fieri } \square = 4x^2 + 8x + 4.$$

Oportebit et $X_3^2 + X_1$ facere □; sed

$$X_3^2 + X_1 \text{ facit } 16x^2 + 25x + 9.$$

Ista aequentur □, quem formo a radice $4x - 4$; erit ipse

$$\square = 16x^2 + 16 - 32x, \text{ et fit } x = \frac{7}{57}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{7}{57}, \quad X_2 = \frac{71}{57}, \quad X_3 = \frac{199}{57},$$

et problema solvunt.

XXXIII.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque quadratus, minus sequente numero, faciat quadratum. 34

Si numerus est numeri 2^{plus} minus unitate, minoris quadratus, minus maiore, facit quadratum.

μείζονος, ποιεῖ □ον, τάσσω τὸν μὲν αον ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ, τὸν δὲ βον ὁμοίως ϛ β̄ Μ̊ ᾱ, τὸν δὲ γον ϛ δ̄ Μ̊ ᾱ, καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ τοῦ αου τετράγωνον, ⋀ τοῦ βου, ποιεῖν □ον, καὶ ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ βου, ⋀ τοῦ γου, ποιεῖν □ον.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γου, ⋀ τοῦ αου, ποιεῖν □ον. ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ γου □ος, ⋀ τοῦ αου, ποιεῖ ΔΥ ῑϛ̄ ϛ ζ̄· ταῦτα ἴσα □ῳ.

πλάσσω τὸν □ον ἀπὸ ϛ ε̄· ΔΥ ἄρα κ̄ε̄ ἴσαι ΔΥ ῑϛ̄ ϛ ζ̄, καὶ γί. ὁ ϛ $\frac{\vartheta}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν αος ῑϛ̄, ὁ δὲ βος κ̄γ̄, ὁ δὲ γος λ̄ζ̄, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

λδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν, προσλαβὼν τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεί, ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, καὶ λάβωμεν καθ' ὃν μετρεῖται, καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος, τοῦ μετροῦντος καὶ καθ' ὃν μετρεῖ, ἀφέλωμεν τὸν ἐλάσσονα, ὁ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ λοιποῦ □ος, προσλαβὼν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ποιεῖ □ον, τάσσω τὸν μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἀπὸ ΔΥ τινῶν ἐχουσῶν μετροῦντας τρεῖς· ἔστω δὴ ὁ ι̅β̅. μετρεῖ γὰρ αὐτὸν Μ̊ ᾱ κατὰ τὸν ι̅β̅, καὶ Μ̊ β̄ κατὰ τὸν ϛ̄, καὶ Μ̊ γ̄ κατὰ τὸν δ̄. καὶ ἐὰν ἀφέλω τὸν μετροῦντα ἀπὸ τοῦ καθ' ὃν μετρεῖ, καὶ τῶν λοιπῶν λάβω τὰ ἡμίση, τάσσω τοὺς τρεῖς, τὸν μὲν αον Μ̊ ε̄ ∠', τὸν δὲ βον Μ̊ β̄, τὸν δὲ γον Μ̊ ∠',

10 Denominatores ϑ notat B. 16 μετρεῖται A. 17 μετρῆται *Ba.* 19 ἐλάττονα B. 22 δὴ] δὲ AB. ὁ om. B. 25 ἥμισυ *Ba.*

Pono igitur $X_1 = x + 1$ et similiter[1])

$$X_2 = 2x + 1 \quad \text{et} \quad X_3 = 4x + 1.$$

Evenit $X_1^2 - X_2$ facere □ et $X_2^2 - X_3$ facere □. Restat ut $X_3^2 - X_1$ faciat □. Sed

$$X_3^2 - X_1 \text{ facit } 16x^2 + 7x.$$

Ista aequentur □ quem formo a $5x$; ergo

$$25x^2 = 16x^2 + 7x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{9}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{16}{9}, \quad X_2 = \frac{23}{9}, \quad X_3 = \frac{37}{9},$$

et constat propositum.

XXXIV.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque quadratus, plus summa trium, faciat quadratum.

Si numerus per quemdam numerum dividatur et quotientem sumamus et a maiore ex divisore et quotiente minorem subtrahamus, dimidii residui quadratus plus numero ab initio proposito, facit quadratum.

Pono igitur summam trium esse x^2 cum coefficiente tres divisores habente. Sit nempe 12. Nam divisores habet 1 cum quotiente 12, 2 cum quotiente 6, 3 cum quotiente 4.

Si divisorem unumquemque a quotiente subtraho, et residuorum dimidium sumo, ponam

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 2, \quad X_3 = \frac{1}{2}.$$

1) Nempe $X_2 = 2X_1 - 1$ et $X_3 = 2X_2 - 1$. Cf. problema XXXII.

καὶ δῆλον ὡς ὁ ἀπὸ ἑκάστου τούτων □^{ος}, προσλαβὼν τὸν $\overline{\iota\beta}$, ποιεῖ □^{ον}, ὃν μὲν $\overline{\iota\beta}$ δ$^{\times}$, ὃν δὲ $\overline{\iota\digamma}$, ὃν δὲ $\overline{\mu\beta}$ δ$^{\times}$.

τάσσω οὖν αὐτοὺς ἐν ς, τὸν μὲν α^{ον} ς $\overline{\varepsilon}$ ∟′, τὸν δὲ β^{ον} ς $\overline{\beta}$, τὸν δὲ γ^{ον} ς ∟′· δεῖ δὲ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἴσον εἶναι $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$. ἀλλ' ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ς εἰσιν $\overline{\eta}$.

ς ἄρα $\overline{\eta}$ ἴσοι $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\overline{\delta}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overline{\kappa\beta}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overline{\eta}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overline{\beta}$, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

λε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος, λιπὼν τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Τάσσω ὁμοίως ἀριθμόν τινα ὃς μετροῦντας ἔχει τρεῖς· ἔστω πάλιν τὸν $\overline{\iota\beta}$· καὶ προσθεὶς τὸν μετροῦντα τῷ καθ' ὃν μετρεῖ, καὶ ἥμισυ λαβών, τάσσω τοὺς τρεῖς ἀριθμούς, τὸν μὲν ς $\overline{\digamma}$ ∟′, τὸν δὲ ς $\overline{\delta}$, τὸν δὲ ς $\overline{\gamma}$ ∟′· καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ ἑκάστου □^{ον}, λιπόντα τὸν $\overline{\iota\beta}$, ποιεῖν □^{ον}.

λοιπὸν δεῖ τοὺς τρεῖς εἶναι ἴσους $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$. ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ς $\overline{\iota\delta}$.

ς ἄρα $\overline{\iota\delta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\overline{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overline{\mu\varepsilon}$ ∟′, ὁ δὲ β^{ος} $\overline{\kappa\eta}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overline{\kappa\delta}$ ∟′, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

1 ὁ om. B et A (1^{a} m.). 2 $\overline{\iota\beta}$ καὶ δ$^{\times}$ B. 7 $\overset{\varsigma}{\overline{\delta}}$ A (1^{a} m.), $\overline{\eta}^{\iota\beta'}$ ἤτοι $\overline{\delta}^{\varsigma'}$ B. 8 Denominatores ς notat B. 12 λιπὼν] λοιπὸν *Ba*. 19 τὸν $\overline{\iota\beta}$] δυνάμεις $\overline{\iota\beta}$ *Ba*. 20 ἀλλ' οἱ τρεῖς . . . . . $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$ (22) om. *Ba*. 23 Denominatores ς notat B.

Patet horum uniuscuiusque quadratum, plus 12, facere □, X_1 nempe $12\frac{1}{4}$, X_2 16 et X_3 $42\frac{1}{4}$.

Illos igitur pono in x:

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}x,\quad X_2 = 2x,\quad X_3 = \tfrac{1}{2}x,$$

et oportet summam trium facere $12x^2$. Sed summa trium est $8x$; ergo

$$8x = 12x^2,\quad \text{et fit}\quad x = \frac{4}{6}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{22}{6},\quad X_2 = \frac{8}{6},\quad X_3 = \frac{2}{6},$$

et constat propositum.

XXXV.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque quadratus, minus summa trium, faciat quadratum. 36

Sumo similiter quemdam numerum tres divisores habentem. Sit rursus 12. Addens divisorem quotienti et summam dimidiam sumens, pono tres numeros

$$X_1 = 6\tfrac{1}{2}x,\quad X_2 = 4x,\quad X_3 = 3\tfrac{1}{2}x,$$

et evenit uniuscuiusque quadratum, minus $12x^2$, facere quadratum.

Restat ut summa trium fiat $12x^2$; sed summa trium est $14x$. Ergo

$$14x = 12x^2,\quad \text{et fit}\quad x = \frac{7}{6}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{45\frac{1}{2}}{6},\quad X_2 = \frac{28}{6},\quad X_3 = \frac{24\frac{1}{2}}{6},$$

et proposita faciunt.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Γ.

α.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος λειφθεὶς ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐκτίθου δύο □^{ους}, *τὸν μὲν ἀπὸ* ϛ $\bar{\alpha}$, *τὸν δὲ ἀπὸ* ϛ $\bar{\beta}$, *καὶ γίνονται οἱ ἀπ' αὐτῶν* □^{οι}, $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$.

Τάσσω τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$, *καὶ τῶν ἐπιζητουμένων ἀριθμῶν, τὸν μὲν α*^{ον} ϛ $\bar{\alpha}$, *τὸν δὲ β*^{ον} ϛ $\bar{\beta}$, *καὶ ἔστι δύο τῶν ἐπιταγμάτων λελυμένα· καὶ ἐπεὶ ἔχομεν τὸν* $\bar{\varepsilon}$ *διαιρούμενον εἰς δύο* □^{ους}, *τήν τε μονάδα καὶ τὴν τετράδα, ἔστω μεταδιελεῖν αὐτόν, ὡς προδέδεικται, εἰς ἑτέρους δύο* □^{ους}, *εἴς τε* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\delta}}$ *καὶ* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$. *τάσσω νῦν τὸν γ*^{ον} *τῆς πλευρᾶς ἑνὸς τούτων· ἔστω* $\overset{\varepsilon}{\overline{\beta}}$ ϛ· *καὶ μένει πάλιν ὁ ἀπ' αὐτοῦ λειφθεὶς ἀπὸ συναμφοτέρου ποιῶν* □^{ον} *τὸν* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$. *δεήσει τοὺς τρεῖς*

1/2 Titulum om. *Ba*; A (2^a m.) dat: *ἀρχὴ τοῦ γ' βιβλίου διοφάντου ἀλεξανδρέως*. 5 *ληφθεὶς* AB (item 16). 13 *μετὰ τὸ διελεῖν* *Ba*. 14, 16 et 17 Denominatores om. AB, suppl. *Ba*.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER TERTIUS.

I.[1])

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque quadratus a summa trium subtractus [residuum] faciat quadratum. 1

Expone duos quadratos a radicibus x et $2x$; fit horum quadratorum summa $5x^2$.

Pono summam $(X_1 + X_2 + X_3) = 5x^2$ et quaesitorum numerorum

$$X_1 = x \quad \text{et} \quad X_2 = 2x.$$

Duobus conditionibus satisfactum est et quum 5 habemus in duos quadratos partitum, scilicet 4 et 1, sit idem partiendus, ut supra monstratum est[2]), in alios duos quadratos: erunt $\frac{4}{25}$ et $\frac{121}{25}$.

Nunc pro X_3 sumo radicem unius horum [ut coefficientem x]; sit $\frac{2}{5}x$. Constat rursus huius quadratum, a summa amborum subtractum, relinquere $\square = \frac{121}{25}$.

---

1) Problemata I, II, III, IV tertii libri, quum ultimis XXXIV et XXXV secundi simillima sint, ex antiquo commentario in textum irrepsisse suspicor.

2) Cf. II, IX.

λοιπὸν ἴσους εἶναι $\Delta^{Y}\overline{\varepsilon}$· ἀλλ' οἱ τρεῖς εἰσιν ς $\overline{\gamma}$ καὶ $\overset{\varepsilon}{\overline{\beta}}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\frac{\varrho\kappa\varepsilon}{\pi\varepsilon}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\pi\varepsilon}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\varrho o}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\lambda\delta}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

β.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν τετράγωνος, προσλαβὼν ἕκαστον αὐτῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$. τάσσω τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ $\Delta^{Y}\overline{\gamma}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ $\Delta^{Y}\overline{\eta}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varepsilon}$, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν, τουτέστιν ἡ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, προσλαβοῦσα ἕκαστον, ποιῇ $\square^{ον}$, ὃν μὲν $\Delta^{Y}\overline{\delta}$, ⟨ὃν δὲ $\Delta^{Y}\overline{\vartheta}$⟩, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$.

καὶ δεήσει τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἴσους γίνεσθαι τῇ πλευρᾷ τοῦ ἀπὸ τῶν τριῶν, τουτέστιν ς $\overline{\alpha}$. ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσι $\Delta^{Y}\overline{\kappa\varsigma}$, καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨$\kappa\varsigma^{ου}$⟩.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\frac{\chi^{ος}}{\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\frac{\chi^{ος}}{\eta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\frac{\chi^{ος}}{\iota\varepsilon}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

γ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν λείψας ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ς $\overline{\delta}$, ὁ δὲ

---

3 ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\pi\varepsilon}$ om. *Ba.* Denominatores ρκε notat *Ba.* 7 τετράγωνον A. 12 ποιεῖ B, corr. *Ba.* 13 ὃν δὲ $\Delta^{Y}\vartheta$ om. AB, suppl. *Ba.* 15 τουτέστι *Ba.* 17 ἑνὸς $\kappa\varsigma^{ου}$] $\overline{\alpha}$ AB. 17 et 18 Denomin. suppl. *Ba.* 22 λείψας] ⋀ AB.

Oportebit $X_1 + X_2 + X_3$ esse $5x^2$; sed

$$X_1 + X_2 + X_3 = 3\tfrac{2}{5}x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{85}{125}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{85}{125}, \quad X_2 = \frac{170}{125}, \quad X_3 = \frac{34}{125},$$

et proposita faciunt.

II.

Invenire tres numeros tales ut summae trium quadratus, plus unoquoque numero, faciat quadratum. 2

Ponatur summae trium quadratus esse x^2.

Pono

$$X_1 = 3x^2, \quad X_2 = 8x^2, \quad X_3 = 15x^2;$$

sic enim summae trium quadratus, nempe x^2, plus unoquoque numero, facit quadratum, scilicet $4x^2$ vel $9x^2$ vel $16x^2$.

Oportebit quoque summam trium fieri aequalem radici quadrati a summa trium, hoc est x.

Sed summa trium facit $26x^2$, et fit $x = \frac{1}{26}$.

Erit

$$X_1 = \frac{3}{676}, \quad X_2 = \frac{8}{676}, \quad X_3 = \frac{15}{676},$$

et problema solvunt.

III.

Invenire tres numeros tales ut summae trium quadratus, minus unoquoque numero, faciat quadratum. 3

Ponatur summa trium esse $4x$ et huius summae *ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνος* $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$, *ὃς λείψας* $\Delta^{Y}\overline{\xi}$, *καὶ* $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$, *καὶ* $\Delta^{Y}\overline{\iota\varepsilon}$, *ποιεῖ* $\square^{\text{ον}}$.

τάσσω οὖν τὸν μὲν $\alpha^{\text{ον}}$ $\Delta^{Y}\overline{\xi}$, *τὸν δὲ* $\beta^{\text{ον}}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$, *τὸν δὲ* $\gamma^{\text{ον}}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varepsilon}$. *λοιπόν ἐστι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἴσον εἶναι τοῖς τρισί. ἀλλ' ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ὑπόκειται* ς $\overline{\delta}$, *οἱ δὲ τρεῖς εἰσιν* $\Delta^{Y}\overline{\lambda\delta}$· *καὶ γίνεται ὁ* ς $\overset{\iota\zeta}{\overline{\beta}}$, *ἡ δὲ* $\Delta^{Y}\overset{\sigma\pi\vartheta}{\overline{\delta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ $\overline{\kappa\eta}$, *ὁ δὲ* $\beta^{\text{ος}}$ $\overline{\mu\eta}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{\text{ος}}$ $\overline{\xi}$, *καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.*

δ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν τετράγωνος, λειφθεὶς ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ς $\overline{\alpha}$, *ὁ δὲ ἀπὸ τούτου τετράγωνος* $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, *καὶ ἔστωσαν οἱ τρεῖς, ὃς μὲν* $\Delta^{Y}\overline{\beta}$, *ὃς δὲ* $\Delta^{Y}\overline{\varepsilon}$, *ὃς δὲ* $\Delta^{Y}\overline{\iota}$. *καὶ μένει ἕκαστος αὐτῶν, λείψας τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν, τουτέστιν τὴν* $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, *ποιῶν* $\square^{\text{ον}}$.

καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν πλευρὰν δηλονότι ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἡ ἄρα σύνθεσις τῶν τριῶν ἐστιν ς $\overline{\alpha}$, *ἀλλὰ καὶ* $\Delta^{Y}\overline{\iota\zeta}$. *καὶ γίνεται ὁ* ς *ἑνὸς* ⟨$\iota\zeta^{\text{ον}}$⟩, *ἡ δὲ* Δ^{Y} *ἑνὸς* ⟨$\sigma\pi\vartheta^{\text{ον}}$⟩.

---

5 *τρισίν* *Ba*. 6 *εἰσι* B. 7 *β*] $\overline{\iota\beta}$ AB, corr. *Ba*. Denomin. *ιζ* et *σπθ* supplet *Ba* (item 8). 12 *ληφθεὶς* AB. 13 *ποιεῖ* A. 18 *τουτέστι* B. 20 *πλευρὰν* *Ba* qui add. *ἔχει*, *πλευρῶν* AB. 22 *ἑνὸς* $\iota\zeta^{\text{ου}}$ ... *ἑνὸς* $\sigma\pi\vartheta^{\text{ου}}$] $\overline{\alpha}$ .. $\overline{\alpha}$ AB, denomin. suppl. *Ba* (item p. 144, 1).

quadratus esse $16x^2$, qui facit quadratum, si subtrahitur vel $7x^2$ vel $12x^2$ vel $15x^2$.

Pono igitur

$$X_1 = 7x^2, \quad X_2 = 12x^2, \quad X_3 = 15x^2.$$

Restat ut summa trium aequalis sit

$$X_1 + X_2 + X_3.$$

Sed summa trium supposita est $4x$ et

$$X_1 + X_2 + X_3 = 34x^2.$$

Fit

$$x = \frac{2}{17} \quad \text{et} \quad x^2 = \frac{4}{289}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{28}{289}, \quad X_2 = \frac{48}{289}, \quad X_3 = \frac{60}{289},$$

et problema solvunt.

IV.

Invenire tres numeros tales ut summae trium quadratus, ab unoquoque numero subtractus, [residuum] faciat quadratum. 4

Ponatur summa trium esse x, et huius summae quadratus x^2, et sint tres quaesiti

$$2x^2, \quad 5x^2, \quad 10x^2;$$

constat unumquemque horum, minus quadrato summae trium, nempe minus x^2, facere $\square$.

Sed quum summae trium quadratus pro radice manifeste habeat summam trium, hos tres addendo, fiet et x et quoque $17x^2$.

Fit igitur

$$x = \frac{1}{17} \quad \text{et} \quad x^2 = \frac{1}{289}.$$

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ β̄, ὁ δὲ $β^{ος}$ ε̄, ὁ δὲ $γ^{ος}$ ῑ, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσι τετραγώνῳ.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ἴσοι $\square^{ῳ}$ ἀπὸ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ τουτέστι $Δ^{Y}$ ᾱ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ, ὧν ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $β^{ος}$ τοῦ $γ^{ου}$ ὑπερεχέτωσαν Μ̊ ᾱ· ὁ ἄρα $γ^{ος}$ ἔσται $Δ^{Y}$ 𐅵′ ϛ ᾱ, ἵνα καὶ ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $β^{ος}$ ὑπερέχωσι τοῦ $γ^{ου}$ τῇ μονάδι.

πάλιν ὁ $β^{ος}$ καὶ ὁ $γ^{ος}$ τοῦ $α^{ου}$ ὑπερέχουσι $\square^{ῳ}$· ὑπερεχέτωσαν $Δ^{Y}$ ᾱ· ἔσται ὁμοίως ὁ $α^{ος}$ ϛ ᾱ Μ̊ 𐅵′, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν $β^{ον}$ ἔχομεν $Δ^{Y}$ 𐅵′ Μ̊ 𐅵′.

λοιπὸν δεῖ τὸν $α^{ον}$ μετὰ τοῦ $γ^{ου}$ ὑπερέχειν τοῦ $β^{ου}$ $\square^{ῳ}$· ἀλλὰ ὁ $α^{ος}$ μετὰ τοῦ $γ^{ου}$ τοῦ μέσου ὑπερέχει ϛ β̄· ταῦτα ἴσα $\square^{ῳ}$, τουτέστι Μ̊ ιϛ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ η̄.

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ Μ̊ η̄ 𐅵′, ὁ δὲ $β^{ος}$ Μ̊ λβ̄ 𐅵′, ὁ δὲ $γ^{ος}$ Μ̊ μ̄, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

2 τὰ τῆς προτάσεως] τὸ πρόβλημα *Ba*. 7/8 ὑπερεχέτωσαν *Ba*, ὑπερεχέτω AB. 8 καὶ ὁ $α^{ος}$ om. *Ba*. 11 Μ̊ ᾱ 𐅵′ AB, corr. *Ba*. 14 ἀλλ' ὁ *Ba*. μέσου] μὲν δευτέρου *Ba*.

Erit

$$X_1 = \frac{2}{289}, \quad X_2 = \frac{5}{289}, \quad X_3 = \frac{10}{289},$$

et proposita faciunt.

V.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadratus et bini simul additi reliquum superent quadrato.

Ponatur $X_1 + X_2 + X_3 = \square$ a radice $(x+1)$, hoc est $= x^2 + 2x + 1$, et sit excessus

$$X_1 + X_2 - X_3 = 1,$$

ergo erit

$$X_3 = \frac{1}{2}x^2 + x,$$

ut $X_1 + X_2$ superet X_3 unitate.

Rursus

$$X_2 + X_3 - X_1 = \square; \quad \text{sit} \quad \square = x^2.$$

Erit similiter

$$X_1 = x + \frac{1}{2},$$

et per differentiam habemus

$$X_2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}.$$

Reliquum oportet esse

$$X_1 + X_3 - X_2 = \square;$$

sed

$$X_1 + X_3 - X_2 = 2x.$$

Ista aequentur quadrato 16; fit $x = 8$.

Erit

$$X_1 = 8\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 32\tfrac{1}{2}, \quad X_3 = 40,$$

et proposita faciunt.

Ἄλλως.

Ζητῶ πρότερον τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους εἶναι □^{ῳ}. ἐὰν δὲ συνθῶ δύο ἀριθμούς, οἷον τὸν δ̄ καὶ τὸν θ̄, καὶ ζητήσω τίς □^{ος}, προσλαβὼν τὸν ιγ̄, ποιεῖ □^{ον}, εὑρήσω τὸν λϛ̄. καὶ ἔσονται οἱ τρεῖς □^{οι} ἴσοι ἑνὶ □^{ῳ}.

λοιπὸν ἀπῆκται εἰς τὸ ζητῆσαι εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσι δοθέντι ἀριθμῷ, ὁ μὲν α^{ος} μετὰ τοῦ β^{ου}, τοῦ γ^{ου}, Μ̊ δ̄· ὁ δὲ β^{ος} μετὰ τοῦ γ^{ου}, τοῦ α^{ου}, Μ̊ θ̄· ὁ δὲ γ^{ος} μετὰ τοῦ α^{ου}, τοῦ β^{ου}, ταῖς Μ̊ λϛ̄.

τοῦτο δὲ προδέδεικται καὶ ἔστιν ὁ μὲν α^{ος} Μ κ̄, ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ ϛ̄ 𐅵′, ὁ δὲ γ^{ος} Μ̊ κβ̄ 𐅵′, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ἵνα σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ἴσοι □^{ῳ}, Δ^{Υ} ᾱ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ· ὁ δὲ α^{ος} μετὰ τοῦ β^{ου}, Δ^{Υ} ᾱ· λοιπὸς ἄρα ὁ γ^{ος} ἔσται ϛ β̄ Μ̊ ᾱ. πάλιν, ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν β^{ον} μετὰ τοῦ γ^{ου} ποιεῖν □^{ον}, ποιείτω Δ^{Υ} ᾱ Μ̊ ᾱ ⋔ ϛ β̄ ἀπὸ π$^{λ.}$ ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ· καί εἰσιν

---

2 ἀριθμοὺς] τετραγώνους add. *Ba.* εἶναι om. *Ba.* 3 ἀριθμούς] τετραγώνους *Ba.* 9 τοῦ α^{ου} om. AB, suppl. *Ba.* 10 ταῖς Μ̊ λϛ̄] μονάδες λϛ̄ *Ba.* 17 ϛ β̄ Μ̊ ᾱ om. AB, suppl. *Ba.* Post □^{ῳ}, A in mg. (m. rec.) κείμενον· ἀπὸ ϛ^{ου} ἑνὸς μ^{ος} ᾱ· αὐτὸς ἄρα ὁ □^{ος} ἔσται δυνάμεως μιᾶς ϛ^{ων} β̄ μ^{ος} ᾱ. ὁ δὲ] καὶ ἔστω ὁ *Ba.* 19 πάλιν . . . ποιείτω (20)] ἔστω δὲ καὶ ὁ δεύτερος μετὰ τοῦ τρίτου *Ba.*

Aliter.[1]

Quaero primum tres numeros [quadratos] quorum summa sit quadratus. 6

Si addo duos numeros [quadratos], ut 4 et 9, et quaero quis quadratus, addito 13, faciat quadratum, inveniam 36, et horum trium quadratorum summa erit quadratus.

Reliquum deductum est ad quaerendum: invenire tres numeros tales ut binorum summa reliquum superet proposito numero, nempe sit

$$X_1 + X_2 - X_3 = 4, \quad X_2 + X_3 - X_1 = 9,$$
$$X_3 + X_1 - X_2 = 36.$$

Quod supra monstratum est.[2]

Erit

$$X_1 = 20, \quad X_2 = 6\tfrac{1}{2}, \quad X_3 = 22\tfrac{1}{2},$$

et proposita faciunt.

VI.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadratus et tales ut bini quomodocumque simul additi quadratum faciant. 7

Ponatur summa $(X_1 + X_2 + X_3) = \square$, esto

$$x^2 + 2x + 1.$$

Sit autem

$$X_1 + X_2 = x^2;$$

erit ergo reliquus

$$X_3 = 2x + 1.$$

Rursus, quum postulatur fore

$$X_2 + X_3 = \square, \text{ sit } x^2 + 1 - 2x,$$

---

1) Haec solutio altera valde elegans scholiastae vix tribui potest. Nihilominus ob textum eam suspicari licet.

2) Cf. I, xviii.

οἱ τρεῖς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\delta}$· ἀλλὰ καὶ σὺν τῷ $\beta^{ῳ}$ τέτακται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα $\beta^{ος}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋀ ς $\bar{\delta}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\alpha^{ον}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ συναγόμενον ς $\bar{ϛ}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$ ἰσῶσαι $\square^{ῳ}$· ἔστω ἴσος Μ̊ $\overline{ρκα}$, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ $\bar{κ}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ Μ̊ $\bar{π}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ Μ̊ $\overline{τκ}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ Μ̊ $\overline{μα}$, καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα.

"Αλλως.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$· καὶ ἔστω ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\beta}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$. ἔστω δὲ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$ ⋀ ς $\bar{\beta}$, ὧν ὁ $\gamma^{ος}$ ς $\bar{\beta}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋀ ς $\bar{\delta}$. ἔστι δὲ καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ μετὰ τοῦ $\beta^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋀ ς $\bar{\delta}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\delta}$. καὶ οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσι τὸν ἐπιταχθέντα $\square^{ον}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ Μ̊ $\bar{\alpha}$, καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ μετὰ τοῦ $\beta^{ου}$, καὶ ὁ $\beta^{ος}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ ποιοῦσι $\square^{ον}$.

10 καὶ om. B, non *Ba*. 11 ὁ ante $\beta^{ος}$ om. *Ba*.

a radice nempe $x - 1$. Est summa

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 1;$$

ergo reliquus erit $X_1 = 4x$.

Sed positus est $X_1 + X_2 = x^2$; ergo erit

$$X_2 = x^2 - 4x.$$

Oportebit adhuc $X_1 + X_3$, hoc est $6x + 1$, aequari $\square$.

Sit $\square = 121$, et fit $x = 20$.

Erit

$$X_1 = 80, \quad X_2 = 320, \quad X_3 = 41,$$

et conditioni satisfaciunt.

Aliter.[1]

Ponatur 8

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 1.$$

Sit autem

$$X_1 + X_2 = x^2;$$

ergo reliquus $X_3 = 2x + 1$.

Sit alias

$$X_2 + X_3 = x^2 + 1 - 2x;$$

quum sit

$$X_3 = 2x + 1;$$

ergo reliquus $X_2 = x^2 - 4x$.

Sed

$$X_1 + X_2 = x^2;$$

quum sit

$$X_2 = x^2 - 4x,$$

ergo reliquus $X_1 = 4x$.

Sic summa trium facit propositum quadratum, $x^2 + 2x + 1$, et $X_1 + X_2$, sicut $X_2 + X_3$, facit $\square$.

1) Hanc secundam solutionem ex vetere commentario in textum defluxisse censeo.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν γ^{ον} μετὰ τοῦ α^{ου} συναγόμενον ς $\bar{\varsigma}$ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, ἰσῶσαι □^{φ}· ἔστω $\mathring{M}\,\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\overline{\lambda\varepsilon}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\varsigma}{\overline{\rho\mu}}$, τουτέστιν $\overset{\lambda\varsigma}{\overline{\omega\mu}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\lambda\varsigma}{\overline{\tau\pi\varepsilon}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{\lambda\varsigma}{\overline{\upsilon\nu\varsigma}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Ζητῶ πρότερον τρεῖς ἀριθμοὺς ⟨□^{ους}⟩, ἵνα ὦσιν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὧν τὸ ∟′ τῆς συνθέσεως τῶν τριῶν μεῖζόν ἐστιν ἑκάστου.

τετάχθω οὖν ὁ μὲν α^{ος} $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ β^{ος} $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, καὶ ἔστιν αὐτῶν ἡ ὑπεροχὴ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$· ἐὰν δὲ προσθῶ τῷ β^{φ} τοὺς $\bar{\beta}$ ς $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, γίνεται ὁ γ^{ος} $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\mathring{M}\,\bar{\beta}$· ταῦτα ἴσα □^{φ} τῷ ἀπὸ π$^{λ.}$ ς $\bar{\alpha}$ ⋀ $\mathring{M}\,\bar{\eta}$. γίνεται ὁ □^{ος}, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\overline{\xi\delta}$ ⋀ ς $\overline{\iota\varsigma}$ ἴσος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\mathring{M}\,\bar{\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\kappa}{\overline{\xi\beta}}$, τουτέστι $\overset{\iota}{\overline{\lambda\alpha}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overline{ϡ\xi\alpha}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overline{͵\alpha\chi\pi\alpha}$, ὁ δὲ γ^{ος}, $\overline{͵\beta\upsilon\alpha}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα τὸ ζητούμενον, τουτέστι τρεῖς □^{ους} ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, καὶ ἔστι τῶν τριῶν τὸ ∟′ μεῖζον ἑκάστου αὐτῶν.

Νῦν ἔρχομαι ἐπὶ τὸ προβεβλημένον, τουτέστιν εὑ-

2—4 Denomin. suppl. *Ba*. 8 τετραγώνους suppl. *Ba* et Xylander; fortasse ἀριθμοὺς delendum est. 10 μείζων AB, μεῖζον *Ba* (item 19). 13 τοὺς ςς $\bar{\beta}$ *Ba*. ς $\bar{\delta}$ om. AB, suppl. *Ba*. 14 τῷ] τὸ A. 15 et 16 Denominatores suppl. *Ba*.

Oportebit adhuc $X_3 + X_1$, hoc est $6x + 1$, aequari □.

Sit □ $= 36$, et fit $x = \frac{35}{6}$.

Erit

$$X_1 = \frac{140}{6} = \frac{840}{36}, \quad X_2 = \frac{385}{36}, \quad X_3 = \frac{456}{36},$$

et problema solvunt.

VII.

Invenire tres numeros in differentia aequali, et 9
tales ut bini quomodocumque additi quadratum faciant.

Primum quaero tres quadratos in differentia aequali et quorum trium summa dimidia maior sit quovis ipsorum.

Ponatur igitur

$$□_1 = x^2, \quad □_2 = x^2 + 2x + 1;$$

horum differentia est $2x + 1$; sed si ad $□_2$ addo ista $2x + 1$, fit

$$□_3 = x^2 + 4x + 2.$$

Aequatur □ a radice $(x - 8)$, fiet □

$$x^2 + 64 - 16x = x^2 + 4x + 2$$

unde

$$x = \frac{62}{20} \quad \text{vel} \quad \frac{31}{10}.$$

Erit

$$□_1 = 961, \quad □_2 = 1681, \quad □_3 = 2401,$$

et quaesitum problema solvunt, hoc est invenire tres quadratos in differentia aequali et quorum trium summa dimidia maior sit quovis ipsorum.

Nunc venio ad prius propositum, hoc est invenire ρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι □$^{\text{ον}}$. ζητῶ πρότερον τρεῖς □$^{\text{ους}}$ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· τοῦτο δὲ προδέδεικται, καί εἰσιν οἱ □$^{\text{οι}}$, ὁ α$^{\text{ος}}$ ϡξα, ὁ β$^{\text{ος}}$ ͵αχπα, ὁ γ$^{\text{ος}}$ ͵βυα.

νῦν δεῖ εὑρεῖν ὅπως ὁ α$^{\text{ος}}$ καὶ ὁ β$^{\text{ος}}$ ποιῶσι Μ̊ ϡξα, ὁ δὲ β$^{\text{ος}}$ καὶ ὁ γ$^{\text{ος}}$ ⟨Μ̊⟩ ͵βυα (ἐνήλλακται γὰρ διὰ τὴν ὑπεροχήν), ὁ δὲ γ$^{\text{ος}}$ καὶ ὁ α$^{\text{ος}}$ Μ̊ ͵αχπα.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ϛ ᾱ, καὶ ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσιν ϛ ᾱ, ἐὰν ἄρα ἀφέλω τὰς τοῦ α$^{\text{ου}}$ καὶ β$^{\text{ου}}$ Μ̊ ϡξα, ἕξω τὸν γ$^{\text{ον}}$, ϛ ᾱ ⋀ Μ̊ ϡξα. καὶ πάλιν ἐὰν ἀπὸ ϛ ᾱ ἀφέλω τὰς τοῦ β$^{\text{ου}}$ καὶ γ$^{\text{ου}}$ Μ̊ ͵βυα, ἕξω τὸν α$^{\text{ον}}$, ϛ ᾱ ⟨⋀ Μ̊ ͵βυα· καὶ πάλιν ἐὰν ἀπὸ ϛ ᾱ ἀφέλω τὰς τοῦ γ$^{\text{ου}}$ καὶ α$^{\text{ου}}$ Μ̊ ͵αχπα, ἕξω τὸν β$^{\text{ον}}$, ϛ ᾱ⟩ ⋀ Μ̊ ͵αχπα.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἴσους εἶναι ϛ ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ϛ ͵βφκα ∠′.

καὶ ἔσται ὁ μὲν α$^{\text{ος}}$ Μ̊ ρκ ∠′, ὁ δὲ β$^{\text{ος}}$ Μ̊ ωμ ∠′, ὁ δὲ γ$^{\text{ος}}$ Μ̊ ͵αφξ ∠′, καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα.

---

1 τρεῖς om. AB, suppl. *Ba*. 4 ὁ δὲ δεύτερος *Ba*. 6 Μ̊ supplevi. τὴν] ἴσην addit *Ba*. 10 ϛ ᾱ] καὶ πρῶτον AB, corr. *Ba*. ἀπὸ om. B. 11 ⋀ Μ̊ ͵βυα .... β$^{\text{ον}}$ ϛ ᾱ (13) suppl. *Baς* ἀπὸ (12) addidi. 16 καὶ ἔσται ..... ͵αφξ ∠′ (17) om. *Ba*.

tres numeros in differentia aequali et tales ut bini quomodocumque additi quadratum faciant.

Primum quaero tres quadratos in differentia aequali ut modo demonstratum est; sunt tres quadrati

$$\square_1 = 961, \quad \square_2 = 1681, \quad \square_3 = 2401.$$

Nunc oportet esse

$$X_1 + X_2 = 961,$$
$$X_2 + X_3 = 2401,$$

invertendo ordinem propter differentiam, et

$$X_3 + X_1 = 1681.$$

Ponatur

$$X_1 + X_2 + X_3 = x;$$

quum summa trium sit x, si subtraho

$$X_1 + X_2 \text{ nempe } 961,$$

habebo

$$X_3 = x - 961.$$

Rursus si ab x subtraho

$$2401 = X_2 + X_3,$$

habebo

$$X_1 = x - 2401,$$

et si tandem ab x subtraho

$$1681 = X_3 + X_1,$$

habebo

$$X_2 = x - 1681.$$

Restat ut sit

$$X_1 + X_2 + X_3 = x$$

et fit

$$x = 2521\tfrac{1}{2}.$$

Erit

$$X_1 = 120\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 840\tfrac{1}{2}, \quad X_3 = 1560\tfrac{1}{2},$$

et constat propositum.

η.

Ἀριθμοῦ τινος δοθέντος, προσευρεῖν ἑτέρους τρεῖς, ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ποιῇ τετράγωνον, ἔτι δὲ καὶ οἱ τρεῖς συντεθέντες καὶ προσλαβόντες τὸν δοθέντα ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω ὁ μὲν δοθεὶς $\mathring{M}\bar{\gamma}$, ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ δύο τῶν $\alpha^{ων}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἵνα μετὰ τῶν $\bar{\gamma}\,\mathring{M}$ ποιῇ $\square^{ον}$, οἱ δὲ ἑξῆς δύο $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{ϛ}\,\mathring{M}\bar{ϛ}$, οἱ δὲ τρεῖς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\eta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$, ἵνα καὶ οὗτοι μετὰ $\mathring{M}\bar{\gamma}$ ποιῶσι $\square^{ον}$.

καὶ ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\eta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$, ὧν οἱ $\alpha^{οι}$ δύο $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἐστὶν $ς\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$.

πάλιν ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\eta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$ καὶ $\gamma^{ος}$ ἐστὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{ϛ}\,\mathring{M}\bar{ϛ}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ ἐστιν $ς\,\bar{\beta}\,\mathring{M}\bar{\zeta}$.

ἀλλὰ καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$, καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\,\bar{\beta}\,⋔\,\mathring{M}\bar{ϛ}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν $\alpha^{ον}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$, προσλαβόντα $\mathring{M}\bar{\gamma}$, ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλ' ὁ $\alpha^{ος}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$, προσλαβὼν $\mathring{M}\bar{\gamma}$, γίνονται $ς\,\bar{ϛ}\,\mathring{M}\,\overline{\kappa\beta}$. ταῦτα ἴσα $\square^{ῳ}$· ἔστω τῷ $\bar{\varrho}$, καὶ γίνεται ὁ $ς$ $\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\lambda\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\varrho\pi\theta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\xi\delta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

---

3 ὁποιονοῦν AB, corr. *Ba*. 12 ἐστι *Ba* (item 14). 13 οἱ om. *Ba*. 14 ἐστὶ om. B. 16 $\mathring{M}\,\delta$ AB, corr. *Ba*. 20 ἔσται B, corr. *Ba* (item p. 156, 7).

VIII.

Numero aliquo dato adinvenire alios tres ita ut summa binorum quorumvis plus dato faciat quadratum, et adhuc summa trium plus dato faciat quadratum. 10

Sit datus 3 et $X_1 + X_2 = x^2 + 4x + 1$, ut addito 3 fiat quadratus.

Sit autem

$$X_2 + X_3 = x^2 + 6x + 6$$

et $$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 8x + 13,$$

ut etiam addito 3 fiant quadrati.

Quoniam

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 8x + 13$$

et $$X_1 + X_2 = x^2 + 4x + 1,$$

reliquus ergo

$$X_3 = 4x + 12.$$

Rursus quoniam

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 8x + 13$$

et $$X_2 + X_3 = x^2 + 6x + 6,$$

reliquus ergo

$$X_1 = 2x + 7.$$

Sed et

$$X_1 + X_2 = x^2 + 4x + 1;$$

reliquus ergo

$$X_2 = x^2 + 2x - 6.$$

Restat ut $(X_1 + X_3) + 3$ faciat $\square$. Sed

$$X_1 + X_3 + 3 = 6x + 22.$$

Aequentur ista $\square = 100$. Fiet $x = 13$.

Erit

$$X_1 = 33, \quad X_2 = 189, \quad X_3 = 64,$$

et problema solvunt.

θ.

Ἀριθμοῦ τινος δοθέντος, προσευρεῖν ἑτέρους τρεῖς, ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ δύο ὁποιωνοῦν, λείψας τὸν δοθέντα, ποιῇ τετράγωνον, ἔτι δὲ καὶ οἱ τρεῖς, συντεθέντες καὶ λείψαντες τὸν δοθέντα, ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω πάλιν ὁ μὲν δοθεὶς Μ̊ γ̄· ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ τῶν δύο α^ων Δ^Υ ᾱ Μ̊ γ̄, ἵνα λείψας τὰς γ̄ Μ̊ ποιῇ □^ον· οἱ δὲ ἑξῆς δύο Δ^Υ ᾱ ϛ β̄ Μ̊ δ̄, οἱ δὲ τρεῖς Δ^Υ ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ ξ̄, ἵνα καὶ οὗτοι, ⋔ Μ̊ γ̄, ποιῶσι □^ον.

καὶ ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσι Δ^Υ ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ ξ̄, ὧν ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος Δ^Υ ᾱ Μ̊ γ̄· λοιπὸς ἄρα ὁ γ^ος ἐστὶν ϛ δ̄ Μ̊ δ̄.

πάλιν ἐπεὶ ὁ β^ος καὶ ὁ γ^ος εἰσὶ Δ^Υ ᾱ ϛ β̄ Μ̊ δ̄, ὧν ὁ γ^ος ἐστὶν ϛ δ̄ Μ̊ δ̄· λοιπὸς ἄρα ὁ β^ος ἔσται Δ^Υ ᾱ ⋔ ϛ β̄. ἔστι δὲ καὶ ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος Δ^Υ ᾱ Μ̊ γ̄, ὧν ὁ β^ος ἐστι Δ^Υ ᾱ ⋔ ϛ β̄· λοιπὸς ἄρα ὁ α^ος ἔσται ϛ β̄ Μ̊ γ̄.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν γ^ον μετὰ τοῦ α^ου ⋔ Μ̊ γ̄ ποιεῖν □^ον. ἀλλ' ὁ γ^ος μετὰ τοῦ α^ου ⋔ Μ̊ γ̄ ἐστιν ϛ ϛ̄ Μ̊ δ̄· ταῦτα ἴσα □^ῳ· ἔστω τῷ ξ̄δ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ῑ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ̊ κ̄γ̄, ὁ δὲ β^ος Μ̊ π̄, ὁ δὲ γ^ος Μ̊ μ̄δ̄, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

3 λείψας] λήψει A, λήψη B, ⋔ *Ba*. 5 λείψαντες] ⋔ AB. 8 α^ων] πρῶτος A. λείψας *Ba*, λήψει AB. 9 δύο ἑξῆς *Ba*. ᾱ prius *Ba*, πρῶτον AB. 10 λείψει *Ba*, λήψει AB. 12 ἐστὶ A (item 14 cum *Ba*).

IX.

Numero aliquo dato, adinvenire alios tres ita ut 11
summa binorum quorumvis, minus dato, faciat quadratum, et adhuc summa trium, minus dato, faciat quadratum.

Esto rursus datus 3 et

$$X_1 + X_2 = x^2 + 3,$$

ut subtrahendo 3 fiat quadratus.

Sit autem

$$X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 4$$

et

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 4x + 7,$$

ut quoque subtrahendo 3 fiant quadrati.

Quoniam

$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 4x + 7$, et $X_1 + X_2 = x^2 + 3$,

reliquus ergo $X_3 = 4x + 4$.

Rursus quoniam

$X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 4$, et $X_3 = 4x + 4$,

reliquus ergo $X_2 = x^2 - 2x$.

Sed et $X_1 + X_2 = x^2 + 3$, cum $X_2 = x^2 - 2x$;

reliquus ergo $X_1 = 2x + 3$.

Oportebit igitur et

$$X_3 + X_1 - 3 \text{ facere } \square.$$

Sed

$$X_3 + X_1 - 3 = 6x + 4.$$

Ista aequentur $\square = 64$. Fiet

$$x = 10.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 23, \quad X_2 = 80, \quad X_3 = 44,$$

et proposita faciunt.

ι.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ι̅β̅.

Ἐπεὶ οὖν ζητοῦμεν τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου} προσλαβόντα τὸν ι̅β̅ ποιεῖν □^{ον}, ἐὰν ἄρα ἀπό τινος □^{ου} ἀφέλω τὸν ι̅β̅, ἕξω τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου}. ἔστω δὴ ὁ □^{ος} Μ̊ κ̅ε̅· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τούτου ἀφέλω τὸν ι̅β̅, λοιπὸν ἕξω τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου}, Μ̊ ι̅γ̅. ἔστω οὖν ὁ μὲν α^{ος} Μ̊ ι̅γ̅, ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ α̅, καὶ τετάχθωσαν ἐν ϛ^{οῖς} ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ ι̅γ̅. καὶ ἔστω ὁ μὲν α^{ος} ϛ ι̅γ̅, ὁ δὲ β^{ος} ἀριθμοστοῦ ⟨α̅⟩.

ἐὰν δὲ καὶ ἀπὸ ἑτέρου □^{ου} ἀφέλω Μ̊ ι̅β̅, ἕξω τὸν ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου}. ἔστω ἀπὸ τοῦ ι̅ϛ̅· λοιπὸς ἄρα ὁ ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου} ἔσται Μ̊ δ̅. τετάχθωσαν πάλιν ἐν ϛ^{οῖς} ὥστε ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν Μ̊ δ̅, ὧν ὁ β^{ος} ἐστιν ϛ^{Χ}· λοιπὸς ἄρα ὁ γ^{ος} ἔσται ϛ δ̅.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ γ^{ου} μετὰ Μ̊ ι̅β̅ ποιεῖν □^{ον}. ἀλλὰ ὁ ὑπὸ α^{ου} καὶ γ^{ου} ἐστὶ Δ^{Υ} ν̅β̅. δεήσει ἄρα Δ^{Υ} ν̅β̅ μετὰ Μ̊ ι̅β̅ ποιεῖν □^{ον}, καὶ εἰ εἶχον τὸ πλῆθος τῶν ι̅γ̅ Μ̊ τοῦ α^{ου} □^{ον}, εὐχερὴς ἦν ἡ ἴσωσις. ἀλλ' ἐπεὶ οὐ τοῦτο, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν ᾖ τετράγωνος καὶ ἔτι ἑκάτερος μετὰ Μ̊ ι̅β̅ ποιῇ τετράγωνον· ἐὰν δὲ ἀντὶ ἀριθμῶν εὕρω τοὺς τετραγώνους, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν τετράγωνος. γέγονεν οὖν εὑρεῖν δύο τετραγώνους ὧν ἑκάτερος μετὰ Μ̊ ι̅β̅ ποιεῖ □^{ον}. τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ

---

12 β^{ος} om. A 1^{a} m. B, suppl. *Ba.* α̅ addidi cum 2^{a} m. A. 15 τετάχθωσαν .... ϛ δ̅ (17) om. B, non *Ba.* 16 τὸν] τῶν *Ba.* 19 ἀλλ' ὁ *Ba.* 27 ποιῇ *Ba.*

X.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 12
quorumvis plus dato numero faciat quadratum.

Proponatur iam 12.

Quoniam postulatur $X_1 X_2 + 12$ facere quadratum, si ab aliquo □ subtraho 12, habebo $X_1 X_2$. Sit iam □ $= 25$. Si ergo ab eo subtraho 12, reliquum habebo

$$X_1 X_2 = 13.$$

Sint igitur primus 13, secundus 1, (ut termini) in x ita positi ut productus faciat 13. Esto

$$X_1 = 13x, \quad X_2 = \frac{1}{x}.$$

Si nunc ab alio quadrato subtraho 12, habebo $X_2 X_3$; esto a 16; reliquus ergo erit $X_2 X_3 = 4$.

Ponantur item in x ita ut productus faciat 4. Sed $X_2 = \frac{1}{x}$; ergo reliquus erit

$$X_3 = 4x.$$

Oportebit igitur et $X_1 X_3 + 12$ facere quadratum. Sed

$$X_1 X_3 = 52x^2.$$

Oportebit igitur $52x^2 + 12$ facere quadratum et si 13, coefficiens in positione X_1, quadratus esset, facile tractaretur aequatio. Quum autem non ita sit, deducor ad inveniendum duos numeros quorum productus sit quadratus et tales ut uterque addito 12 faciat quadratum. Sed si loco numerorum inveniam quadratos, horum productus erit quadratus. Inveniendi igitur sunt duo quadrati, tales ut uterque plus 12 faciat εὐχερῆ, ὡς ἔφαμεν, ποιοῦν τὴν ἴσωσιν. καὶ ἔστιν ὁ μὲν $\bar{\delta}$, ὁ δὲ $\delta^{\times}$· ἑκάτερος γὰρ τούτων μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ ποιεῖ τετράγωνον.

Τούτων εὑρεθέντων ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὸν μὲν α^{ov} ϛ $\bar{\delta}$, τὸν δὲ β^{ov} ϛ$^{\times}$, τὸν δὲ γ^{ov} ϛ $\delta^{\times}$. καὶ λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ α^{ov} καὶ γ^{ov} μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ ποιεῖν □^{ov}. ἀλλ' ὁ ὑπὸ α^{ov} καὶ γ^{ov} ἐστὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

$$\Delta^{Y} \text{ ἄρα } \bar{\alpha} \text{ μετὰ } \mathring{M}\,\overline{\iota\beta} \text{ ἴση ἐστὶ } \square^{\varphi}.$$

πλάσσω τὸν □^{ov} ἀπὸ πλευρᾶς ϛ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\vartheta}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\llcorner'$, καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα.

ια.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας τὸν δοθέντα ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\bar{\iota}$.

Ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν ὑπὸ α^{ov} καὶ β^{ov}, ⋀ $\mathring{M}\bar{\iota}$, ποιεῖν □^{ov}, ἐὰν ἄρα τινὶ □$^{\varphi}$ προσθῶ $\mathring{M}\bar{\iota}$, ἕξω τὸν ὑπ' αὐτῶν· ἔστω τῷ $\bar{\delta}$. ἔσται ἄρα ὁ ὑπὸ α^{ov} καὶ β^{ov} $\mathring{M}\,\overline{\iota\delta}$. ἔστω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\mathring{M}\,\overline{\iota\delta}$· ὁ ἄρα $\beta^{o\varsigma}$ ἔσται $\mathring{M}\bar{\alpha}$. καὶ τετάχθω πάλιν ἐν ϛ$^{oi\varsigma}$ ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιεῖν $\mathring{M}\,\overline{\iota\delta}$, καὶ ἔστω ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ ϛ $\overline{\iota\delta}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ ϛ$^{\times}$.

---

1 εὐχερὲς AB. ποιῶν B. ἔστι *Ba.* 5 ϛ ante $\delta^{\times}$ om. B, non *Ba.* 10 $\llcorner'$ scripsi, $\bar{\Gamma}$ AB, γ^{ς} *Ba.* 14 λήψει AB, ⋀ *Ba.*

quadratum. Hoc autem facile est[1]) et ut diximus tractabilem reddit aequationem. Erunt hi numeri 4 et $\frac{1}{4}$; uterque enim plus 12 facit quadratum.

Illis inventis redeo ad primum propositum et pono

$$X_1 = 4x, \quad X_2 = \frac{1}{x}, \quad X_3 = \frac{1}{4}x.$$

Restat ut et $X_1 X_3 + 12$ faciat □. Sed

$$X_1 X_3 = x^2; \quad \text{ergo} \quad x^2 + 12 = \square.$$

Formo □ a radice $x + 3$; erit ipse

$$\square = x^2 + 6x + 9, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{2}.$$

Constat propositum.

XI.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 13
quorumvis, minus dato, faciat quadratum.

Proponatur iam 10.

Quoniam postulatur $X_1 X_2 - 10$ facere quadratum, si alicui □ addo 10, habebo $X_1 X_2$; esto □ = 4. Erit ergo

$$X_1 X_2 = 14.$$

Sit

$$X_1 = 14; \quad \text{ergo erit} \quad X_2 = 1.$$

Sed rursus ponantur in x, ita ut productus faciat 14; esto

$$X_1 = 14x, \quad X_2 = \frac{1}{x}.$$

---

1) Secundum problema II, x, bis quaerantur duo quadrati quorum differentia data sit 12. Si ponimus $12 = 6 \times 2$, inveniemus $\left(\frac{6+2}{2}\right)^2 = 16$ et $\left(\frac{6-2}{2}\right)^2 = 4$; si ponimus $12 = 4 \times 3$, habebimus $\left(\frac{4+3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$ et $\left(\frac{4-3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. In utroque pari minorem sumemus; uterque plus 12 facit maiorem.

πάλιν ἐὰν ἑτέρῳ □^{ῳ} προσθῶ Μ̊ ῑ, ἕξω τὸν ὑπὸ τοῦ β^{ου} καὶ γ^{ου}· ἔστω τῷ θ̅· ἔσται ἄρα ὁ ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου}, Μ̊ ι̅θ̅· ὧν ὁ β^{ος} ἐστιν ᾱ ϛ$^{\times}$· λοιπὸς ἄρα ὁ γ^{ος} ἔσται ϛ ι̅θ̅.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ γ^{ου} καὶ α^{ου} ⋔ Μ̊ ῑ ⟨ποιεῖν □^{ον}· ἀλλ' ὁ ὑπὸ γ^{ου} καὶ α^{ου} ⋔ Μ̊ ῑ⟩ γίνεται Δ^{Υ} σ̅ξ̅ϛ̅ ⋔ Μ̊ ῑ· ταῦτα ἴσα □^{ῳ}. καὶ διὰ τὰ ἐν τῷ πρὸ τούτου εἰρημένα, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τετραγώνους ὧν ἑκάτερος λείψει Μ̊ ῑ ποιεῖ τετράγωνον· τοῦτο δὲ ῥᾴδιον.

[εὑρήσεις γάρ, ζητήσῃς ἄν τίς τετράγωνος λείψει Μ̊ ῑ ποιῇ τετράγωνον· καὶ ἐπεὶ ἐάν τινι ἀριθμῷ προστεθῇ μονάς, καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ τετραγωνίσωμεν, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου τετραγώνου ἀφέλωμεν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ὁ λοιπὸς πάλιν τετράγωνος ἔσται, προστίθημι ταῖς ῑ Μ̊, Μ̊ ᾱ, καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ, τουτέστι τὰ ε̅ ∠', τετραγωνίσας, ἀπὸ τῶν γενομένων Μ̊ λ̅ δ$^{\times}$ ἀφελὼν τὰς Μ̊ ῑ, ἕξω □^{ον} Μ̊ κ̅ δ$^{\times}$ ἀπὸ π$^{λ.}$ δ̅ ∠'. τάσσω οὖν τὸν μὲν α^{ον} λ̅ δ$^{\times}$, τὸν δὲ γ^{ον} Δ^{Υ} ᾱ· δεήσει

3 ᾱ ϛ$^{\times}$ scripsi, ἐστιν ὁ ϛ' A, ἐστιν ϛ̅ B, ἐστιν ὁ ᾱ^{ϛ} *Ba* qui sic hanc fractionem falso notat. 5/6 ποιεῖν τετράγωνον suppl. *Ba*. 6 ἀλλ' ὁ ὑπὸ γ^{ου} καὶ α^{ου} ⋔ Μ̊ ῑ addidi. γίνεται δὲ *Ba*. σ̅ξ̅ξ̅ B, corr. *Ba*. 9 ποιῇ *Ba*. 11 Locum εὑρήσεις . . . ποιοῦσι □^{ους} (p. 164, 6) suspicari licet; libenter multo simplicius scriberem: καὶ ἔστιν ὁ μὲν λ̅ δ$^{\times}$, ὁ δὲ ι̅β̅ δ$^{\times}$, οἵτινες κ. τ. ἑ. (p. 164, 5). γὰρ ἐὰν *Ba*. ζητήσεις AB. 15 τὸ ἐξ B, non *Ba*. 16 ταῖς Μ̊ ῑ *Ba*. 17 ε̅ om. B, non *Ba*.

Si rursus alteri quadrato addo 10, habebo X_2X_3; esto [quadrato] 9; erit igitur

$X_2X_3 = 19$; sed $X_2 = \frac{1}{x}$: ergo $X_3 = 19x$.

Oportebit adhuc $X_3X_1 - 10$ ⟨facere □. Sed $X_3X_1 - 10$⟩ $= 266x^2 - 10$; ista aequanda □.

Secundum ea quae in praecedenti dicta sunt, deducor ad inveniendum duos quadratos quorum uterque, minus 10, faciat quadratum. Quod facile est [et invenies[1]) quaerendo quis quadratus minus 10 faciat quadratum.

Et quoniam, si alicui numero additur unitas, dimidiaque summa quadratur et a quadrato sic formato subtrahimus numerum ab initio sumptum, residuus rursus quadratus erit, addo 10 et 1, dimidiam summam, nempe $5\frac{1}{2}$, quadro et ab eo qui fit, $30\frac{1}{4}$, subtrahens 10, quadratum habebo $20\frac{1}{4}$ a radice $4\frac{1}{2}$.

Pono[2]) igitur $X_1 = 30\frac{1}{4}$ et $X_3 = x^2$.

1) Vix ea quae uncis inclusi genuina credo. Satis erat dicere ut in praecedenti: 'Erunt hi quadrati $30\frac{1}{4}$ et $12\frac{1}{4}$; uterque enim minus 10, facit quadratum.'

Si nempe (secundum II, x) ponimus $10 = 10 \times 1$, invenientur quadrati quorum differentia sit 10: $\left(\frac{10+1}{2}\right)^2 = 30\frac{1}{4}$ et $\left(\frac{10-1}{2}\right)^2 = 20\frac{1}{4}$. Si ponimus $10 = 5 \times 2$, inveniemus: $\left(\frac{5+2}{2}\right)^2 = 12\frac{1}{4}$ et $\left(\frac{5-2}{2}\right)^2 = 2\frac{1}{4}$. In utroque pari maiorem quadratum sumemus.

2) Melius dictum fuisset: $X_1X_2 = 30\frac{1}{4}$ et $X_2X_3 = x^2$. Sed numeros auxiliares, de quibus agitur, ad postulatos sic referri et longiore via obtineri, omnino displicet.

ἄρα καὶ ἀπὸ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ἀφαιρεθεισῶν $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ τὸν λοιπὸν γίνεσθαι □^{ov}. Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ ἴση ἐστὶ □$^{\omega}$· πλάσσω τὸν □^{ov} ἀπὸ π^{λ} ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\,\bar{\beta}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\delta}$ ⋔ ϛ $\bar{\delta}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$ ∠′. ἐπεὶ ἔταξα τὸν γ^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἔσται $\overline{\iota\beta}$ δ^{X}. ἔστι δὲ καὶ ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\bar{\lambda}$ δ^{X}· οἵτινες ⋔ $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ ποιοῦσι □^{ovs}.]

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον καὶ τάσσω τὸν α^{ov} ϛ $\bar{\lambda}$ δ^{X}, τὸν δὲ β^{ov} ϛ^{X}, τὸν δὲ γ^{ov} ϛ $\overline{\iota\beta}$ δ^{X}, λοιπὸν δὴ τὸν ὑπὸ α^{ov} καὶ γ^{ov} γίνεσθαι $\Delta^{Y}\overline{\tau o}$ ∠′ $\iota\varsigma^{X}$· οὗτος ἄρα ⋔ $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ ἴσος ἐστὶ □$^{\omega}$· καὶ ἵνα ὅλαι Δ^{Y} ὦσι, ποιῶ αὐτὰς $\iota\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$.

Δ^{Y} ἄρα $\overline{{}_{,}\epsilon϶\kappa\theta}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{\rho\xi}$ ἴσαι □$^{\omega}$ τῷ ἀπὸ π^{λ} ϛ $\overline{o\zeta}$ ⋔ $\mathring{M}\,\bar{\beta}$, τουτέστι $\Delta^{Y}\overline{{}_{,}\epsilon϶\kappa\theta}$ $\mathring{M}\,\bar{\delta}$ ⋔ ϛ $\overline{\tau\eta}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\dfrac{o\zeta}{\mu\alpha}$.

ἔταξα τὸν α^{ov} ϛ $\bar{\lambda}$ δ^{X}, ἔσται $\dfrac{o\zeta}{{}_{,}\alpha\sigma\mu}$ δ^{X}· τὸν δὲ β^{ov} ϛ^{X}, ἔσται $\dfrac{\mu\alpha}{o\zeta}$· τὸν δὲ γ^{ov} ϛ $\overline{\iota\beta}$ δ^{X}, ἔσται $\dfrac{o\zeta}{\phi\beta}$ δ^{X}· καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

ιβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν λοιπὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν ὑπὸ α^{ov} καὶ β^{ov} προσλαβόντα

---

1 καὶ ὁ ἀπὸ B, non *Ba*. 9 δὴ A, δεῖ B, unde pro γίνεσθαι suppl. *Ba*: λείψει $\mathring{M}\,\bar{\iota}$ γίνεσθαι τετράγωνον, ὁ δὲ ὑπὸ πρώτου καὶ τρίτου ἐστί. 14 $\overline{\mu\alpha}^{o\zeta}$ *Ba*, μονὰς μία AB, $\mathring{\mu}\iota$ $\overset{\zeta}{\alpha}$ V, $\mathring{\beta}$ $\overset{\iota\zeta}{\mu\alpha}$ A rec. m. 15/16 Denom. suppl. *Ba*, numeros $\dfrac{\tau\eta}{{}_{,}\delta϶\xi\alpha}$, $\dfrac{\mu\alpha}{o\zeta}$, $\dfrac{\tau\eta}{{}_{,}\beta\theta}$ exhibet *Auria*.

Oportebit quoque, si ab x^2 subtraho 10, fieri quadratum; ergo $x^2 - 10 = \square$, quem formo a radice $(x-2)$; erit ipse $\square = x^2 + 4 - 4x$ et fit $x = 3\frac{1}{2}$. Posui $X_3 = x^2$, erit $12\frac{1}{4}$: sed iam habemus $X_1 = 30\frac{1}{4}$. Ambo illi, minus 10, faciunt quadratos.]

Revertor ad primum quaesitum et pono

$$X_1 = \left(30\tfrac{1}{4}\right)x,\quad X_2 = \frac{1}{x},\quad X_3 = \left(12\tfrac{1}{4}\right)x,$$

et insuper nempe fieri

$$X_1 X_3 = \left(370\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{16}\right)x^2.$$

Iste, minus 10, aequalis est □; ut autem coefficiens x^2 integer sit, 16^{ies} eum sumo. Ergo

$$5929x^2 - 160 = \square \text{ a radice } (77x - 2),$$

hoc est

$$= 5929x^2 + 4 - 308x,$$

et fit

$$x = \frac{41}{77}.$$

Posui

$$X_1 = \left(30\tfrac{1}{4}\right)x, \quad \text{erit } \frac{1240\frac{1}{4}}{77};$$

$$X_2 = \frac{1}{x}, \quad \text{erit } \frac{77}{41};$$

$$X_3 = \left(12\tfrac{1}{4}\right)x, \quad \text{erit } \frac{502\frac{1}{4}}{77},$$

et constat propositum.

XII.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum quorumvis plus reliquo faciat quadratum. 14

Quoniam quaerimus $X_1 X_2 + X_3$ facere □, si τὸν λοιπὸν ποιεῖν □ον, ἐὰν ἄρα ἐκθέμενοί τινα □ον, μέρος μέν τι αὐτοῦ τάξωμεν τὸν γον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν ὑπὸ αου καὶ βου, λύσομεν ἓν τῶν ἐπιταγμάτων. πεπλάσθω ὁ □ος ἀπὸ ς ᾱ Μ̊ γ̄· αὐτὸς ἄρα ἔσται Δ^Υ ᾱ ς ϛ̄ Μ̊ θ̄· τετάχθω ὁ γος Μ̊ θ̄· λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ ὑπὸ αου καὶ βου Δ^Υ ᾱ ς ϛ̄. τετάχθω ὁ αος ς ᾱ· λοιπὸς ἄρα ὁ βος ἔσται ⟨ς ᾱ Μ̊ ϛ̄. δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ βου καὶ γου προσλαβόντα τὸν αον καὶ γινόμενον⟩ ς ῑ Μ̊ ν̄δ̄ ἴσον εἶναι □ῳ καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ γου καὶ αου προσλαβόντα τὸν βον καὶ γινόμενον ς ῑ Μ̊ ϛ̄ ἴσον πάλιν γίνεσθαι □ῳ. καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης, καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ Μ̊ μ̄η̄.

δεήσει ἄρα εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἐν ὑπεροχῇ Μ̊ μ̄η̄· τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ ἀπειραχῶς γίνεται· καὶ ἔστιν ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ ῑϛ̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ ξ̄δ̄, καὶ πρὸς ὁποῖον ἂν αὐτῶν ποιήσωμαι τὴν ἰσότητα, εὑρήσω τὴν ὑπόστασιν τοῦ ςοῦ· ἐάν τε γὰρ φήσωμεν τὰς τοῦ μείζονος Μ̊ ξ̄δ̄ ἴσας εἶναι ς ῑ Μ̊ ν̄δ̄, συνάγεται ὁ ς Μ̊ ᾱ· ἐάν τε πάλιν φήσωμεν τὰς τοῦ ἐλάσσονος Μ̊ ῑϛ̄ ἴσας εἶναι ς ῑ Μ̊ ϛ̄, συνάγεται ὁ ς Μ̊ ᾱ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ βος Μ̊ ζ̄· ἔστι δὲ καὶ ὁ γος Μ̊ θ̄, καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα.

ιγ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας τὸν λοιπὸν ποιῇ τετράγωνον.

---

3 λύσωμεν AB. 5 τετάχθω ὁ γος Μ̊ θ̄ A supra lineam 2a m., om. B, ἔστω δὲ ὁ τρίτος Μ̊ θ suppl. *Ba*, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τούτου ἀφέλω Μ̊ θ̄ *Auria*. 7/8 Supplevi cum *Ba* nisi quod addidi ἄρα post δεήσει et καὶ γινόμενον scripsi pro τουτέστι. *Auria* dat: ς ᾱ Μ̊ ϛ̄· δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ β′ καὶ γ′ μετὰ τοῦ α′ ποιεῖν □. ἀλλὰ ὁ ὑπὸ β′ καὶ γ′ μετὰ τοῦ α′ ἐστι ς ῑ Μ̊ ν̄δ̄· δεῖ ἄρα. 10 καὶ γινόμενον scripsi, ἀριθμὸν γίνεσθαι AB, τουτέστιν *Ba*, ἴσους γίνεσθαι □ῳ *Auria* qui pergit: ς ῑ ἄρα Μ̊ ϛ̄ ἴσον πάλιν γί. □ῳ καὶ κ. τ. ἑ. (11). 13 δεήσει .... Μ̊ μ̄η̄ (14) A *Ba*, om. B. 19 ἐλάττονος B, non *Ba*. 20 ῑ *Ba*, ᾱ A, ἑνὶ B. 26 λείψας *Ba*, λήψει A, λήψη B.

sumpto aliquo quadrato, partem quandam ipsius ponimus X_3, et reliquam X_1X_2, unam conditionem solvemus.

Formetur □ ab $(x+3)$; erit ipse x^2+6x+9. Ponatur $X_3 = 9$; ergo residuus $X_1X_2 = x^2+6x$. Ponatur $X_1 = x$; ergo reliquus $X_2 = \langle x+6$.

Oportebit igitur et $X_2X_3 + X_1$, qui fit$\rangle$

$$10x + 54, \ = \square,$$

et adhuc $X_3X_1 + X_2$, qui fit $10x + 6, = \square$.

Fit dupla aequatio, et est illorum differentia 48. Oportebit igitur invenire duos quadratos quorum differentia sit 48; quod est facile et fit infinitis modis.

Tales sunt minor $= 16$ et maior $= 64$; cuilibet horum aequationem faciam, valorem x inveniam. Si enim dico maiorem

$$64 = 10x + 54, \quad \text{concluditur} \quad x = 1;$$

si rursus dico minorem

$$16 = 10x + 6, \quad \text{concluditur} \quad x = 1.$$

Ad positiones. Erit $X_1 = 1$, $X_2 = 7$; est autem $X_3 = 9$, et conditioni satisfaciunt.

XIII.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum quorumvis minus reliquo faciat quadratum.

Τετάχθω ὁ $α^{ος}$ ς α̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ ς α̅ M̊ δ̅· ὁ ἄρα ὑπ' αὐτῶν ἔσται $Δ^{Υ}$ α̅ ς δ̅. δεήσει ἄρα τοῦτον λείψαντα τὸν $γ^{ον}$ ποιεῖν $□^{ον}$· ἐὰν οὖν τὸν $γ^{ον}$ τάξω ς δ̅, ⟨λυθήσεται ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ λείψαντα τὸν $α^{ον}$ ποιεῖν $□^{ον}$⟩, καὶ τὸν ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ λείψαντα τὸν $β^{ον}$ ποιεῖν $□^{ον}$· ἀλλ' ὁ μὲν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ λείψας τὸν $α^{ον}$ ἐστι $Δ^{Υ}$ δ̅ ς ι̅ε̅, ἴσος $□^{ῳ}$· ὁ δὲ ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ λείψας τὸν $β^{ον}$ ἐστι $Δ^{Υ}$ δ̅ ⋔ ς α̅ M̊ δ̅ ἴσος $□^{ῳ}$.

καὶ γίνεται πάλιν διπλῆ ἡ ἴσωσις· τῆς γὰρ ὑπεροχῆς αὐτῶν τυγχανούσης ς ι̅ς̅ M̊ δ̅, ζητῶ δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπὸ ποιεῖ ς ι̅ς̅ M̊ δ̅· εἰσὶ δὲ M̊ δ̅ καὶ ς δ̅ M̊ α̅.

πάλιν οὖν ἢ τῆς συνθέσεως τούτων τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον ἐστὶ τῷ μείζονι, ἢ τῆς ὑπεροχῆς τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον τῷ ἐλάσσονι, καὶ συνάγεται ὁ ς $\frac{κ}{\overline{κε}}$.

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ κ̅ε̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ ρ̅ε̅, ὁ δὲ $γ^{ος}$ ρ̅, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

ιδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τετράγωνον ποιῇ τετράγωνον.

3—6 Suppl. *Ba:* λύσωμεν ἓν τῶν ἐπιταγμάτων. λοιπὸν δὴ καὶ τὸν ὑπὸ δευτέρου καὶ τρίτου ⋔ τὸν πρῶτον ποιεῖν τετράγωνον καὶ ἔτι (omisso καὶ 6). *Auria* λοιπὸς ἔσται $□^{ος}$· δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ β' καὶ γ' ⋔ τοῦ α' ποιεῖν τετράγωνον. A in mg. 2ª m.: κείμενον· ἔσται ὁ ὑπὸ $α^{ου}$ καὶ $β^{ου}$ ⋔ τοῦ $γ^{ου}$ ποιῶν $□^{ον}$· δεήσει ἄρα τὸν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ ⋔ τοῦ $α^{ου}$ ποιεῖν $□^{ον}$ καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ ⋔ τοῦ $β^{ου}$ ποιεῖν $□^{ον}$ (7). Ex quibus mea conflavi. 6 καὶ πρῶτον *Ba*, ἀριθμοῦ α̅ A, ἀριθμοῦ ἑνὸς B. 12 ποιῇ *Ba*. εἰσὶ *Ba*, ἔστι A B. 13 ἢ om.

Ponatur
$$X_1 = x, \quad X_2 = x + 4;$$
erit ergo
$$X_1X_2 = x^2 + 4x.$$

Oportet istum, minus X_3, facere quadratum; ergo, si pono $X_3 = 4x$, ⟨unam conditionem solvemus.

Oportebit adhuc
$$X_2X_3 - X_1 \text{ facere } \square⟩,$$
et
$$X_3X_1 - X_2 \text{ facere } \square.$$
Sed
$$X_2X_3 - X_1 \text{ est } 4x^2 + 15x = \square$$
et
$$X_3X_1 - X_2 \text{ est } 4x^2 - x - 4 = \square,$$
et fit rursus dupla aequatio. Quum illorum differentia sit $16x + 4$, quaero duos numeros quorum productus sit $16x + 4$; sunt hi 4 et $4x + 1$.

Rursus igitur vel horum dimidia summa in seipsam aequalis est maiori vel dimidia differentia in seipsam aequalis minori, et concluditur $x = \frac{25}{20}$.

Erit
$$X_1 = \frac{25}{20}, \quad X_2 = \frac{105}{20}, \quad X_3 = \frac{100}{20},$$
et constat propositum.

XIV.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 16 quorumvis, plus quadrato reliqui, faciat quadratum.

B, non *Ba*. 14 τῆς ὑπεροχῆς *Ba*, τις ὑπερέχη A, τις ὑπερέχει B. 15 ἐλάττονι B, non *Ba*. 15/16 Denom. suppl. *Ba* (item p. 170, 7 et 8). 20 τοῦ om. B.

Τετάχθω ὁ $α^{ος}$ ς α̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ ς δ̅ Μ̊ δ̅, ὁ δὲ $γ^{ος}$ Μ̊ α̅, ἵνα ᾖ λελυμένα δύο τῶν ἐπιταγμάτων.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ προσλαβόντα τὸν ἀπὸ τοῦ $β^{ου}$, ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλ' ὁ ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ $β^{ου}$ ποιεῖ Δ^{Y} ις̅ ς λ̅γ̅ Μ̊ ις̅· ταῦτα ἴσα $\square^{ῳ}$ τῷ ἀπὸ πλευρᾶς ς δ̅ ⋀ Μ̊ ε̅ τούτεστι Δ^{Y} ις̅ Μ̊ κ̅ε̅ ⋀ ς μ̅· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{ογ}{\overline{θ}}$.

ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ θ̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ τ̅κ̅η̅, ὁ δὲ $γ^{ος}$ ο̅γ̅, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον.

Πάντων δὴ δύο τετραγώνων κατὰ τὸ ἑξῆς ὁ ὑπὸ προσλαβὼν συναμφότερον ποιεῖ τετράγωνον.

Τετάχθω τοίνυν ὁ μὲν $α^{ος}$ Μ̊ δ̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ Μ̊ θ̅, ἵνα ὁ ὑπ' αὐτῶν γενόμενος $\square^{ος}$ Μ̊ λ̅ς̅, προσλαβὼν συναμφότερον, ποιῇ $\square^{ον}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ προσλαβόντα συναμφότερον καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ προσλαβόντα συναμφότερον ποιεῖν $\square^{ον}$.

τετάχθω ὁ $γ^{ος}$ ς α̅, καὶ γίνεται ὁ ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$, προσλαβὼν συναμφοτέρους, ς ι̅ Μ̊ θ̅ ἴσος $\square^{ῳ}$, καὶ ἔτι ὁ ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$, προσλαβὼν συναμφοτέρους, ς ε̅ Μ̊ δ̅ ἴσος $\square^{ῳ}$ καὶ γίνεται πάλιν καὶ ἐνταῦθα διπλῆ ἡ ἴσωσις καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ ς ε̅ Μ̊ ε̅. ζητῶ οὖν πάλιν δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστιν ς ε̅ Μ̊ ε̅. καί εἰσιν ὧν τὸ

1 α̅ prius *Ba*, om. AB. 5 ποιεῖ *Ba*, γίνεται B, ποιεῖ $γί^{αι}$ A. καὶ ante Μ̊ add. *Ba*. 13 δὴ scripsi, δὲ AB. 14 ποιῇ *Ba*. 15 δ̅, ὁ δὲ Μ̊ om. AB, suppl. *Ba*. 21 θ̅ *Ba*, om. AB. 25 ἐστι *Ba*. ὧν τὸ ὑπὸ ποιεῖ τὴν ὑπεροχὴν (p. 172, 1) om. *Ba*.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 4x + 4, \quad X_3 = 1,$$

ut satisfiat duabus conditionibus.

Restat ut $X_3X_1 + X_2^2$ faciat quadratum. Sed $X_3X_1 + X_2^2$ facit $16x^2 + 33x + 16$. Ista aequentur $\square$ a radice $(4x - 5)$, hoc est $16x^2 + 25 - 40x$; fit $x = \frac{9}{73}$.

Erit

$$X_1 = 9, \quad X_2 = 328, \quad X_3 = 73,$$

et problema solvunt.

XV.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum quorumvis plus summa amborum faciat quadratum. 17

Quorumvis iam quadratorum duorum ex ordine sumptorum productus plus summa amborum facit quadratum.

Ponatur igitur

$$X_1 = 4, \quad X_2 = 9,$$

ut productus, quadratus nempe 36, plus summa amborum, faciat quadratum. Restat ut et $X_2X_3 + (X_2 + X_3)$ et adhuc $X_3X_1 + (X_3 + X_1)$ faciant quadratos.

Ponatur $X_3 = x$. Fit

$$X_2X_3 + (X_2 + X_3) = 10x + 9 = \square$$
$$X_3X_1 + (X_3 + X_1) = 5x + 4 = \square.$$

Et rursus fit hîc dupla aequatio et est differentia $5x + 5$. Quaero igitur rursus duos numeros quorum productus sit $5x + 5$.

ὑπὸ ποιεῖ τὴν ὑπεροχήν, ὃς μὲν ς ᾱ M̊ ᾱ, ὃς δὲ M̊ ε̅. καὶ ὁμοίως [τὸ ἐν τῷ δευτέρῳ] ἢ τῆς συνθέσεως αὐτῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον τῷ μείζονι ἢ τῆς ὑπεροχῆς τὸ ἥμισυ ⟨ἐφ' ἑαυτὸ⟩ ἴσον τῷ ἐλάσσονι, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ κ̅η̅.

καὶ ἔστιν ὁ μὲν $α^{ος}$ M̊ δ̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ M̊ θ̅, ὁ δὲ $γ^{ος}$ M̊ κ̅η̅. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

Ἄλλως.

Εὑρεῖν ἀριθμοὺς τρεῖς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν $α^{ος}$ ς ᾱ, ὁ δὲ $β^{ος}$ M̊ γ̅, καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ς δ̅ M̊ γ̅· ταῦτα ἴσα $□^{ῳ}$· ἔστω M̊ κ̅ε̅, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ ε̅ ∠'. ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ M̊ ε̅ ∠', ὁ δὲ $β^{ος}$ M̊ γ̅, καὶ λέλυται ἓν τῶν ἐπιταγμάτων· ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ποιεῖ τὸν κ̅ε̅ $□^{ον}$. δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$, καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$, προσλαβόντα συναμφότερον, ποιεῖν $□^{ον}$.

τετάχθω ὁ $γ^{ος}$ ς ᾱ, καὶ γίνεται ὁ μὲν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ προσλαβὼν συναμφοτέρους πάλιν ς δ̅ M̊ γ̅, ὁ δὲ ὑπὸ

---

2 τοῖς ἐν *Ba*. τὸ ἐν τῷ δευτέρῳ interpolata censeo. Non secundus liber (II, x), sed problema III, XIII, (τὸ δεύτερον πρὸ τούτου) indicatur. 4 ἐφ' ἑαυτὸ suppl. *Ba*. ἐλάττονι B, non *Ba*. 7 τὰ τῆς προτάσεως A*Ba*, τὸ πρόβλημα B. 8 Ἄλλως om. *Ba*. 9 τρεῖς ἀριθμοὺς *Ba*.

Sunt hi (quorum productus facit differentiam), alter $x + 1$, alter 5, et similiter [quod in secundo[1])] vel horum dimidia summa in seipsam aequalis est maiori, vel dimidia differentia in seipsam aequalis minori. Fit $x = 28$.

Erit

$$X_1 = 4, \quad X_2 = 9, \quad X_3 = 28,$$

et proposita faciunt.

Aliter.[2])

18 Invenire tres numeros tales ut productus binorum quorumvis plus summa amborum faciat quadratum.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 3.$$

Fit

$$X_1X_2 + (X_1 + X_2) = 4x + 3.$$

Ista aequentur □, esto 25, et fit $x = 5\frac{1}{2}$.

Erit

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 3.$$

Una conditio soluta est; horum enim productus plus summa amborum facit quadratum 25. Oportebit adhuc et

$$X_2X_3 + (X_2 + X_3) \quad \text{et} \quad X_3X_1 + (X_3 + X_1)$$

facere quadratos.

Ponatur

$$X_3 = x;$$

fit ergo: rursus

$$X_2X_3 + (X_2 + X_3) = 4x + 3,$$

---

1) Vocem 'similiter' interpretatus est scholiasta et ad secundum antecedens problema retulit, non ad secundum librum.

2) Haec altera solutio omnino genuina videtur.

γ^{ov} καὶ α^{ov} ϛ ε̄ ∠′ M̊ ε̄ ∠′, ἴσος ἑκάτερος □$^{\varphi}$· καὶ διὰ τὸ πλεονάζειν ἐν τῷ ἑτέρῳ τὸ πλῆθος τῶν ϛ καὶ τῶν M̊, καὶ μηδὲ λόγον αὐτοὺς ἔχειν ὃν □$^{o\varsigma}$ πρὸς □^{ov}, σχολάζει ἡ γεγενημένη ὑπόστασις.

ἀπῆκται οὖν ⟨εἰς τὸ⟩ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ποιῇ τετράγωνον, καὶ ἔτι ⟨οἱ μονάδι μείζονες αὐτῶν⟩ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος πρὸς τετράγωνον.

Ἐπεὶ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ τετραπλασίων καὶ M̊ γ̄ μείζων, οἱ μονάδι μείζονες αὐτῶν πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν □$^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς □^{ov} ἀριθμόν, τάσσω τὸν μὲν α^{ov} ϛ ᾱ, τὸν δὲ β^{ov} ϛ δ̄ M̊ γ̄. δεῖ λοιπὸν τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ἴσον εἶναι □$^{\varphi}$· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ἐστὶν Δ^{Y} δ̄ ϛ η̄ M̊ γ̄· ταῦτα ἴσα □$^{\varphi}$.

πλάσσω τὸν □^{ov} ἀπὸ ϛ β̄ ⋔ M̊ γ̄· καὶ γίνεται ὁ □$^{o\varsigma}$, Δ^{Y} δ̄ M̊ θ̄ ⋔ ϛ ιβ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\kappa}{\bar{\varsigma}}$ τουτέστι $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overset{\iota}{\overline{\mu\beta}}$ τουτέστι M̊ δ̄ ε^{χ} καὶ μένει ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ β^{ov} καὶ γ^{ov} μετὰ συναμφοτέρων ποιεῖν □^{ov}. τάσσω τὸν γ^{ov} ϛ ᾱ· ἔστι δὲ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ M̊ δ̄ ε^{χ}· γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ϛ ε̄ ε^{χ} M̊ δ̄ ε^{χ}· ταῦτα ἴσα □$^{\varphi}$.

1 α^{ov}] *Ba* addit *προσλαβὼν συναμφοτέρους* quod desiderari potest. 5 *εἰς τὸ* suppl. *Ba.* 6 *συναμφότερον* A, *συναμφοτέρου* B (item 13, 20). 7 *οἱ μονάδι μείζονες αὐτῶν* suppl. *Ba.* 9 *τετραπλασίων* om. 1ª m. A; 2ª scripsit *τρι*$^{\pi\lambda}$. 14 *ἐστὶ Ba.* 17/18 Denom. hab. AB. 18 M̊ om. *Ba.* 20 γ^{ov}] *Ba* addit: *καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ τρίτον καὶ πρῶτον.* 23 □$^{\varphi}$] AB addunt: *ἔστω* M̊ κε̄ quae omnino delenda sunt.

et
$$X_3X_1 + (X_3 + X_1) = \left(6\tfrac{1}{2}\right)x + 5\tfrac{1}{2},$$
uterque aequalis quadrato. Sed quum in altera formarum coefficientes x et unitatis sint superiores et ad coefficientes alterius formae non rationem habeant quadrati ad quadratum, inutilis est tentata positio. Deductum est ad quaerendum duos numeros tales ut productus ipsorum plus summa amborum faciat quadratum et insuper ⟨ipsi unitate aucti⟩ inter se in ratione fiant quadrati ad quadratum.

Quoniam, si numerus numeri 4^{plus} est plus 3, numeri illi, unitate aucti, inter se in ratione fiunt quadrati ad quadratum, pono
$$X_1 = x, \quad X_2 = 4x + 3.$$
Reliquum oportet
$$X_1X_2 + (X_1 + X_2)$$
facere quadratum. Sed est
$$X_1X_2 + (X_1 + X_2) = 4x^2 + 8x + 3.$$
Ista aequentur □, quem formo a $(2x - 3)$; fit ipse □ $= 4x^2 + 9 - 12x$, et
$$x = \frac{6}{20} \quad \text{hoc est} \quad \frac{3}{10}.$$
Erit
$$X_1 = \frac{3}{10}, \quad X_2 = \frac{42}{10} = 4\tfrac{1}{5},$$
et constat una conditio.

Restat ut $X_2X_3 + X_2 + X_3$ faciat quadratum. Pono $X_3 = x$; est autem $X_2 = 4\frac{1}{5}$.
Fit
$$X_2X_3 + X_2 + X_3 = \left(5\tfrac{1}{5}\right)x + 4\tfrac{1}{5} = \square.$$

πάλιν ἐπεὶ ὁ μὲν γ^{ος} ἐστὶ ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ α^{ος} $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ϛ $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$ $\mathring{M}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$· ταῦτα ἴσα □^{ῳ}. ποιῶ τοὺς ϛ $\bar{\varepsilon}$ ε^{×} $\mathring{M}$ $\bar{\delta}$ ε^{×} ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\varepsilon}$· γίνονται ϛ $\overline{\varrho\lambda}$ $\mathring{M}$ $\overline{\varrho\varepsilon}$ ἴσοι □^{ῳ}· καὶ ὁμοίως τὰ τοῦ ϛ $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$ $\mathring{M}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\varrho}$· γίνονται ϛ $\overline{\varrho\lambda}$ $\mathring{M}$ $\bar{\lambda}$ ἴσοι πάλιν □^{ῳ}. καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ $\mathring{M}$ $\overline{o\varepsilon}$, καὶ ἔστι διπλῆ πάλιν ἰσότης, καὶ συνάγεται ὁ ϛ $\overset{\iota}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν γ^{ος} $\overset{\iota}{\bar{\zeta}}$· ἦν δὲ καὶ ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\iota}{\overline{\mu\beta}}$· καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα.

ιϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον.

Ὁμοίως τῷ πρὸ τούτου, τετάχθω ὁ α^{ος} ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ β^{ος} $\mathring{M}$ ὁσωνδήποτε, καὶ ἐλεύσομαι ὡσαύτως εἰς ἄπορον. ἵνα οὖν τὸ πλῆθος τῶν ϛ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ϛ ἔχωμεν λόγον ἔχον ὃν □^{ος} ἀριθμὸς πρὸς □^{ον} ἀριθμόν, ἀπῆκται εἰς τὸ ζητῆσαι δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον ⟨καὶ ἔτι οἱ μονάδι αὐτῶν ἐλάσσους πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν⟩.

Καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ τετραπλασίων ᾖ παρὰ $\mathring{M}$ $\bar{\gamma}$, οἱ μονάδι αὐτῶν ἐλάσσους πρὸς ἀλλήλους

1 Denom. suppl. *Ba* hic et infra in eod. probl. 2 □^{ῳ}] *Ba* add. ἔστω $\mathring{M}$ $\bar{\varrho}$. 12 λείψας *Ba*, λήψει AB. 14 ὡσαύτις *Ba*. 17 ⋀ A*Ba*, λήψη B. 18 ποιεῖ A. καὶ ἔτι οἱ μονάδι ἐλάσ-

Rursus quoniam $X_3 = x$ et $X_1 = \frac{3}{10}$, erit

$$X_3X_1 + X_3 + X_1 = \frac{13}{10}x + \frac{3}{10} = \square.$$

Multiplico

$$\left(5\tfrac{1}{5}\right)x + 4\tfrac{1}{5} \text{ in } 25; \text{ fit } 130x + 105 = \square,$$

et similiter

$$\frac{13}{10}x + \frac{3}{10} \text{ in } 100; \text{ fit } 130x + 30 = \square.$$

Est illorum differentia 75 et rursus dupla aequatio, unde concluditur $x = \frac{7}{10}$.

Erit $X_3 = \frac{7}{10}$; sunt autem $X_1 = \frac{3}{10}$ et $X_2 = \frac{42}{10}$, et conditioni satisfaciunt.

XVI.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum quorumvis minus summa amborum faciat quadratum. 19

Ut in praecedenti, ponatur $X_1 = x$ et X_2 unitatum quotlibet; similiter in impervium deveniemus. Ut igitur habeamus coefficientem x ad coefficientem x in ratione quadrati numeri ad quadratum numerum, deducimur ad quaerendum duos numeros tales ut ipsorum productus, minus summa amborum, faciat quadratum ⟨et adhuc ipsi, unitate deminuti, inter se fiant in ratione numeri quadrati ad numerum quadratum⟩.

Et quoniam si numerus numeri est 4^{plus} minus 3, numeri illi, unitate deminuti, inter se in ratione fiunt

σονες αὐτῶν πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος πρὸς τετράγωνον (20) suppl. *Ba*, quae mutavi ex seq. (22, 178, 1).

λόγον ἔχουσιν ὃν □^{ος} ἀριθμὸς πρὸς □^{ον} ἀριθμόν, [ἐπειδήπερ καὶ τῆς Μ̊ ᾱ ἀφ' ἑκατέρου ἀφαιρουμένης γίνεται ἐλάττωσις Μ̊ δ̄ καὶ ᾱ, καὶ δῆλόν ἐστιν ὡς ἀπὸ τετραπλασίων λόγου τετραπλασίων ἀφαιρουμένου, καὶ ὁ καταλειπόμενος ἔσται τετραπλασίων, τουτέστι □ πρὸς □], τάσσω οὖν τὸν μὲν α^{ον} ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ, τὸν δὲ β^{ον} ϛ δ̄ Μ̊ ᾱ· καὶ μένει ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον, γί. Δ^{Υ} δ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ, ἴσος □^{ῳ}, τῷ ἀπὸ πλευρᾶς ϛ β̄ ⋔ Μ̊ β̄, τουτέστι Δ^{Υ} δ̄ Μ̊ δ̄ ⋔ ϛ η̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\eta}{\overline{\varepsilon}}$. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\eta}{\overline{\iota\gamma}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\eta}{\overline{\kappa\eta}}$, καὶ λέλυται ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

Καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν α^{ος} ἐστι $\overset{\eta}{\overline{\iota\gamma}}$, ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ γ̄ ∟', τάσσω τὸν γ^{ον} ϛ ᾱ. καὶ μένει ὁ ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου} συναγόμενος ϛ γ̄ ∟'· λείψας τὸν συναμφότερον, ϛ ᾱ Μ̊ γ̄ ∟', γί. ϛ β̄ ∟' ⋔ Μ̊ γ̄ ∟' ἴσ. □^{ῳ}. ⟨ταῦτα δ^{κις}· γίνονται ϛ ῑ ⋔ Μ̊ ιδ.⟩

ὁ δὲ ὑπὸ γ^{ου} καὶ α^{ου} γίνεται ϛ $\overset{\eta}{\overline{\iota\gamma}}$· λείψας συναμφότερον, γί. ϛ $\overset{\eta}{\overline{\varepsilon}}$ ⋔ Μ̊ $\overset{\eta}{\overline{\iota\gamma}}$ ἴσ. □^{ῳ}. ταῦτα ιϛ^{κις}· γίνονται ϛ ῑ ⋔ Μ̊ κϛ.

καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ Μ̊ ιβ̄· ὧν τὸ ὑπό; Μ̊ β̄

2 seq. Quae uncis inclusi imperito scholiastae tribuo. 3 ἐστιν ὡς scripsi, ἴσος A, ἴσως B, ὅτι *Ba*. 5 τουτέστι ὡς *Ba*. 7 ⋔ A, λήψει B. 7/8 συναμφοτέρου B. 8 γί. (= γινόμενος) scripsi, γίνεται A, γίνεσθαι B, om. *Ba*. ᾱ *Ba*, δ̄ AB. 9 Denom. suppl. *Ba* ubique in hoc problemate. 12 Μ̊ om. *Ba*. 13 μένει om. *Ba*. 14 γίνονται AB, μένει *Ba*. 15 □^{ῳ}] AB add. ἔστω Μ̊ δ̄, omnino delenda; item (17) ἔστω Μ̊ ιϛ post □^{ῳ}. ταῦτα τετράκις γίνεται ϛ^{οὶ} ι ⋔ ιδ Μ̊ suppl. *Auria*. 18 κϛ] *Ba* ultra suppl. ἴσοι τετραγώνῳ καὶ ὁμοίως οἱ ϛ^{οὶ} β̄ ∟^{β} λείψει Μ̊ γ̄ ∟^{β} τετράκις γίνον-

quadrati numeri ad quadratum numerum [ab utroque enim unitate subtracta fiunt deminutiones 4 et 1 et manifestum est, si a numeris in ratione 4^{pla} subtrahantur alii in ratione 4^{pla}, residuos fore etiam in ratione 4^{pla}, hoc est quadrati ad quadratum], pono igitur

$$X_1 = x + 1, \quad X_2 = 4x + 1,$$

et constat

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) = 4x^2 - 1.$$

Aequetur iste quadrato a radice $(2x - 2)$, hoc est $4x^2 + 4 - 8x$, et fit $x = \frac{5}{8}$.

Erit

$$X_1 = \frac{13}{8}, \quad X_2 = \frac{28}{8},$$

et uni conditioni satisfactum est.

Quoniam

$$X_1 = \frac{13}{8} \quad \text{et} \quad X_2 = 3\tfrac{1}{2},$$

pono $X_3 = x$, et constat $X_2 X_3$ (hoc est $3\frac{1}{2}x$), minus amborum summa $\left(x + 3\frac{1}{2}\right)$, fieri

$$2\tfrac{1}{2}x - 3\tfrac{1}{2} = \square.$$

⟨Omnia 4er; fit $10x - 14$.⟩

Est autem $X_3 X_1 = \frac{13}{8}x$; minus amborum summa, fit

$$\frac{5}{8}x - \frac{13}{8} = \square.$$

Omnia 16^{ies}; fit $10x - 26$.

Illorum est differentia $12 = 2 \times 6$. Factorum

ται ϛ^{οὶ} ῑ λείψει Μ̊ ιδ ἴσοι πάλιν τετραγώνῳ. 19 ὧν] οὖσα *Ba*; signum interrogationis restitui.

καὶ M̊ ϛ̄· συναμφοτέρου τὸ ∠′ ἐφ᾽ ἑαυτὸ γίνεται M̊ ι̅ϛ̅ ἴσαι τῷ μείζονι, τουτέστιν ϛ ῑ ⋀ M̊ ι̅δ̅. καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ γ̄.

ἔσται ὁ μὲν γ^ος^ M̊ γ̄ τουτέστιν $\overset{\eta}{\overline{\kappa\delta}}$· ἔχομεν δὲ καὶ τὸν μὲν α^ον^ $\overset{\eta}{\overline{\iota\gamma}}$, τὸν δὲ β^ον^ M̊ γ̄ ∠′ τουτέστιν $\overset{\eta}{\overline{\kappa\eta}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ᾽ αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε ἑκάτερον, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ϛ ᾱ, ὁ δὲ ϛ δ̄ ⋀ M̊ ᾱ, ἐπειδήπερ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ τετραπλασίων παρὰ μονάδα, ὁ ὑπ᾽ αὐτῶν προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ποιεῖ τετράγωνον.

ἑξῆς δεῖ καὶ τὰ λοιπὰ δύο ἐπιτάγματα κατασκευάσαι, ὥστε τὸν ὑπ᾽ αὐτῶν προσλαβόντα ⟨τὸν β^ον^ ποιεῖν □^ον^ καὶ ἔτι τὸν ὑπ᾽ αὐτῶν προσλαβόντα⟩ συναμφότερον ποιεῖν □^ον^. ἀλλ᾽ ὁ μὲν ὑπ᾽ αὐτῶν προσλαβὼν τὸν β^ον^ γίνεται Δ^Υ^ δ̄ ϛ γ̄ ⋀ M̊ ᾱ ἴσ. □^ῳ^· ὁ δὲ ὑπ᾽ αὐτῶν προσλαβὼν συναμφότερον γίνεται Δ^Υ^ δ̄ ϛ δ̄ ⋀ M̊ ᾱ ἴσ. □^ῳ^.

καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ ϛ ᾱ, καὶ περιέχεται ὑπὸ M̊ δ^×^, ϛ δ̄· καὶ συνάγεται ὁ ϛ $\overset{\sigma\kappa\delta}{\overline{\xi\varepsilon}}$.

1 *συναμφοτέρων Ba.* 2 *τουτέστι* A. 4 *τουτέστι· Ba* (item 5). 5 *α^ον^*] *Ba* add. *M̊.* 12 *μονάδας* B, non *Ba.* 13 *ἐλάττονα* B, non *Ba.* 15 *ὑπ᾽ αὐτὸν* A. *τὸν β^ον^ καὶ* suppl. *Auria, τὸν δεύτερον καὶ ἔτι Ba.* Alia tentavi.

dimidia summa in seipsam fit 16, aequalis maiori (formae), hoc est $10x - 14$, et fit $x = 3$.

Erit $X_3 = 3$, hoc est $\frac{24}{8}$.

Habemus et $X_1 = \frac{13}{8}$, $X_2 = 3\frac{1}{2}$ hoc est $\frac{28}{8}$, et problema solvunt.

XVII.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus, sive plus amborum summa, sive plus utroque, faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$, $X_2 = 4x - 1$, quandoquidem, si numerus numeri sit 4^plus^ minus unitate, horum productus plus minore facit quadratum.

Deinceps oportet caeteris quoque duabus conditionibus satisfactionem praebere, scilicet

$$X_1X_2 \langle + X_2 = \square \quad \text{et} \quad X_1X_2 \rangle + X_1 + X_2 = \square.$$

Sed

$$X_1X_2 + X_2 \quad \text{fit} \quad 4x^2 + 3x - 1 = \square,$$

$$X_1X_2 + X_1 + X_2 \quad \text{fit} \quad 4x^2 + 4x - 1 = \square.$$

Et fit dupla aequatio. Illorum differentia est

$$x = \frac{1}{4} \times 4x,$$

et concluditur

$$x = \frac{65}{224}.$$

20 ⋀ M̊ ᾱ *ἴσος* bis scripsit A. 21 *ἔστι Ba.* 22 *δ^×^*] *Ba* add. *καί.* 23 Denom. suppl. *Ba* (item p. 182, 1).

ἔσται ὁ μὲν αος $\overline{\xi\varepsilon}$, ὁ δὲ βος $\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε λείψῃ ἑκάτερον, ἐάν τε συναμφότερον, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ς $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}$ $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ ς $\bar{\delta}$, ἐπειδήπερ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ τετραπλασίων παρὰ $\mathring{M}$ $\bar{\delta}$, ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν μείζονα ποιεῖ τετράγωνον.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα τὸν ἐλάσσονα ποιεῖν □ον, καὶ ἔτι τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν □ον· ἀλλ' ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν ἐλάσσονα γίνεται Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ς $\bar{\gamma}$ ⋔ $\mathring{M}$ $\bar{\alpha}$· ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}$ $\bar{\alpha}$ ἴσ. □ῳ. καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ ς $\bar{\delta}$· τάσσω τὸν μὲν ς $\bar{\delta}$, τὸν δὲ $\mathring{M}$ $\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}$ $\bar{\alpha}$ $\delta^{\times}$.

καὶ ἔσται ὁ μὲν αος $\mathring{M}$ $\bar{\beta}$ $\delta^{\times}$, ὁ δὲ βος $\mathring{M}$ $\bar{\varepsilon}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

ιθ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τεσσάρων τετράγωνος, ἐάν τε προσλάβῃ ἕκαστον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ παντὸς ὀρθογωνίου τριγώνου ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τετράγωνος, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν δὶς ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖ τετράγωνον, ζητῶ πρότερον τέσσαρα τρίγωνα ὀρθογώνια

5 λήψει A, λήψη B. 8 λείψας *Ba*, λήψει AB. 9 δεῖ] δὴ *Ba*. λήψει B, ⋔ A*Ba*. 10 λείψαντα *Ba*, ⋔ A, λήψει B. 11 λείψει *Ba*, ⋔ A, λήψει B. 13 λείψας *Ba*, ⋔ A, λήψει B. 21 λήψει, ποιεῖ AB, λήψῃ, ποιῇ *Ba*. 22 ὀρθογώνου AB, corr. *Ba*. 24 λήψει AB, λήψῃ *Ba*.

Erit

$$X_1 = \frac{65}{224}, \quad X_2 = \frac{36}{224},$$

et problema solvunt.

XVIII.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus, 21
sive minus utroque, sive minus summa amborum, faciat quadratum.

Ponatur alter $= x + 1$, alter $= 4x$, quandoquidem, si numerus numeri sit 4plus minus 4, horum productus minus maiore facit quadratum.

Reliquum oportet productum minus minore facere □, et adhuc productum minus summa amborum facere □.

Sed productus minus minore fit $4x^2 + 3x - 1$, et productus minus summa amborum, $4x^2 - x - 1$.

Uterque quadrato aequandus est; est illorum differentia $4x$; alterum (factorem) pono $4x$, alterum 1, et fit $x = 1\frac{1}{4}$.

Erit primus $= 2\frac{1}{4}$, secundus $= 5$, et probatio evidens.

XIX.

Invenire quatuor numeros tales ut summae quatuor 22
omnium quadratus, sive plus unoquoque ipsorum, sive minus, faciat quadratum.

Quoniam omnis rectanguli trianguli quadratus hypotenusae, sive plus sive minus duplo producto laterum circa rectum (angulum), facit quadratum, primum quaero quatuor triangula rectangula aequales ἴσας ἔχοντα τὰς ὑποτεινούσας· τὸ δ' αὐτό ἐστι τετράγωνόν τινα διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους ⟨τετραχῶς⟩, καὶ ἐμάθομεν τὸν δοθέντα □^{ον} διελεῖν εἰς δύο □^{ους} ἀπειραχῶς.

Νῦν οὖν ἐκθώμεθα δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὑπὸ ἐλαχίστων ἀριθμῶν, οἷον γ̄, δ̄, ε̄· ε̄, ιβ, ιγ. καὶ πολλαπλασίασον ἕκαστον τῶν ἐκκειμένων ἐπὶ τὴν ὑποτείνουσαν τοῦ ἑτέρου, καὶ ἔσται τὸ μὲν α^{ον} τρίγωνον, λθ, νβ, ξε· τὸ δὲ β^{ον} κε, ξ̄, ξε. καὶ ἔστιν ὀρθογώνια ἴσας ἔχοντα τὰς ὑποτεινούσας.

ἔτι δὲ φυσικῶς ὁ ξε διαιρεῖται εἰς τετραγώνους διχῶς, εἴς τε τὸν ιϛ καὶ τὸν μθ, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν ξδ καὶ τὴν Μ̊. τοῦτο δὲ συμβαίνει ἐπεὶ ὁ ξε ἀριθμὸς περιέχεται ὑπὸ τοῦ ιγ καὶ τοῦ ε̄, ὧν ἕκαστος διαιρεῖται εἰς δύο τετραγώνους.

νῦν τῶν ἐκκειμένων, τοῦ τε μθ καὶ τοῦ ιϛ, λαμβάνω τὰς πλευράς· εἰσὶν δὲ ζ̄ καὶ δ̄, καὶ πλάσσω τὸ τρίγωνον ὀρθογώνιον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο τοῦ τε ζ̄ καὶ τοῦ δ̄ καὶ ἔστι λγ, νϛ, ξε.

ὁμοίως καὶ τοῦ ξδ καὶ τῆς Μ̊ αἱ πλευραὶ η̄ καὶ ᾱ, καὶ πλάσσω πάλιν ἀπ' αὐτῶν ὀρθογώνιον τρίγωνον οὗ αἱ πλευραὶ ιϛ, ξγ, ξε.

Καὶ γίνεται τέσσαρα τρίγωνα ὀρθογώνια ἴσας ἔχοντα τὰς ὑποτεινούσας· ἐλθὼν οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς πρόβλημα, τάσσω τὸν μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν τεσσάρων, ς ξε, ἕκαστον δὲ τούτων τῶν τεσσάρων, Δ^{Υ} τοσούτων

2 δύο *Ba*, τέσσαρας AB. τετραχῶς supplevi pro quo *Ba* τετράκις post διελεῖν. 8 τρίγωνον *Ba*, ▽' A, τετράγωνον B. 9 δὲ om. A*Ba*. 11 εἰς δύο *Ba*. 17 εἰσὶ B. τὸ A*Ba*, τὸν B. 19 τοῦ A*Ba*, om. B.

habentia hypotenusas; idem est problema, quadratum aliquem partiri in duos quadratos ⟨quater⟩, et didicimus datum quadratum partiri in duos quadratos infinitis modis.

Exponamus igitur nunc duo triangula rectangula sub minimis numeris, ut 3. 4. 5 et 5. 12. 13. Multiplica unumquemque positorum in hypotenusam alterius (trianguli); erit primum triangulum 39. 52. 65; secundum 25. 60. 65. Sunt rectangula aequales habentia hypotenusas.

At naturaliter 65 partiri est in (duos) quadratos duobus modis: in 16 et 49, aliter in 64 et 1. Quod evenit quia numerus 65 est productus factorum 13 et 5, quorum uterque partitur in duos quadratos.

Nunc expositorum 49 et 16 sumo radices, nempe 7 et 4, et formo triangulum rectangulum a duobus numeris[1]) 7 et 4: est 33. 56. 65.

Similiter 64 et 1 radices habent 8 et 1; formo rursus ab illis rectangulum triangulum cuius latera sunt 16. 63. 65.

Sic fiunt quatuor triangula rectangula aequales habentia hypotenusas; regressus igitur ad primitivum problema, pono summam quatuor numerorum esse $65x$,

1) Sint duo numeri p et q. Statuamus

$$a = p^2 + q^2, \quad b = p^2 - q^2, \quad c = 2pq.$$

Erit

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Triangulum rectangulum (a. b. c.) dicitur formatum a duobus numeris p et q.

ὅσων ἐστὶ δ$^{πλ.}$ τοῦ ἐμβαδοῦ, τὸν μὲν α^{ον} ⟨Δ^{Υ} ͵δνϛ, τὸν δὲ β^{ον} Δ^{Υ} ͵γ, τὸν δὲ γ^{ον}⟩ Δ^{Υ} ͵γχϟϛ, καὶ ἔτι τὸν δ^{ον} Δ^{Υ} ͵βιϛ.

καί εἰσιν οἱ τέσσαρες Δ^{Υ} $\overset{α}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵βψξη ἴσοι ϛ ξε, καὶ γίνεται ὁ ϛ μορίου $\overset{α}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵βψξη, ξε.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{͵αψιγ}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵ϛχ ⟨ὁ δὲ β^{ος} $\overset{͵ασξζ}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵ε⟩ μορίου τοῦ αὐτοῦ, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{͵αφξα}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵εχ μορίου τοῦ αὐτοῦ, ὁ δὲ δ^{ος} $\overset{ωνα}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵ζχ μορίου τοῦ αὐτοῦ· τὸ δὲ μόριον $\overset{α}{\text{M}}\text{M}^{Υ}$. $\overset{͵ϛτβ}{\text{M}}^{Υ}$. $\mathring{\text{M}}$ ͵αωκδ.

κ.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον ὃς λείψας ἑκάτερον τῶν διῃρημένων ποιεῖ τετράγωνον.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς $\mathring{\text{M}}$ ι.

Τετάχθω ὁ προσευρισκόμενος τετράγωνος Δ^{Υ} α ϛ β $\mathring{\text{M}}$ α· οὗτος ἐὰν μὲν λείψῃ ϛ β $\mathring{\text{M}}$ α, καταλείπεται □^{ος}, ἐὰν δὲ ϛ δ, πάλιν καταλείπεται □^{ος}. τάσσω οὖν τὸν μὲν α^{ον} ϛ β Μ α, τὸν δὲ β^{ον} ϛ δ.

1 Δ^{Υ} ͵δνϛ . . . γ^{ον} (2) suppl. *Ba; Auria* dat, ut ex codice: τὸν μὲν α^{ον} Δ^{Υ} ͵γχϟϛ, τὸν δὲ β^{ον} Δ^{Υ} 3000, τὸν δὲ γ^{ον} Δ^{Υ} 4056 (!). 4 et seq. Corruptos numeros restituit *Ba*: (4) $\overset{α}{μ}$ ͵βψξη AB, (5) $\overset{α}{μ}$ (͵βψξη om.) AB, (6) μϛ $\mathring{μ}$ ͵ϛχ A, μὴ μονάδες ͵ϛχ B, (8) μ $\mathring{μ}$ ͵εχ A, μ μονάδες ͵εχ B, μ $\mathring{μ}$ ͵ζχ A, μ^{ϛ} $\mathring{μ}$ ͵ζχ B, (9) $\overset{μα}{μ}$ $\overset{ϛτϛ}{μ}$ $\mathring{μ}$ ͵αωκδ B et A (2^{a} m.; prior scriptura legi nequit). 5 μορίου scripsi, $\mathring{μ}$ AB. 7 δὲ om. AB. 9 μόριον *Ba*, $\mathring{μ}$ AB. 11 Τὸν δοθέντα B. 12 λείψας *Ba*, λήψει AB. 13 ποιεῖ AB, ποιῇ *Ba*. 14 δὴ scripsi, δὲ AB. 16 Λ A, λήψει B, λείψει *Ba*.

et unumquemque ipsorum esse x^2 cum coefficiente quadruplo areae, scilicet

$$X_1 = 4056x^2, \quad X_2 = 3000x^2, \quad X_3 = 3696x^2, \quad X_4 = 2016x^2.$$

Est summa quatuor numerorum

$$12768x^2 = 65,$$

et fit

$$x = \frac{65}{12768}.$$

Ad positiones; erunt cum communi denominatore

$$X_1 = 17136600, \quad X_2 = 12675000, \quad X_3 = 15615600, \quad X_4 = 8517600,$$

et denominator est 163021824.

XX.[1]

Datum numerum partiri in duos numeros et adinvenire quadratum qui minus utraque parte faciat quadratum. 23

Sit datus 10.

Ponatur adinveniendus $\square = x^2 + 2x + 1$.

Si ab illo subtrahitur $2x + 1$, residuus est quadratus; item si subtrahitur $4x$, rursus residuus est quadratus.

Pono igitur

$$X_1 = 2x + 1, \quad X_2 = 4x.$$

1) Idem est hoc problema quod II, xv, et sequens quod II, xiv. Elegantius hîc tractata ambo fuisse primo obtutu videntur; attamen, num genuinae sint hae novae solutiones, ambigi potest, quum ex antiquo commentario quae defluxerunt in textum praesertim in fine vel initio librorum occurrunt.

ταῦτα δεῖ συντεθέντα ποιεῖν τὸν δοθέντα, ἀλλὰ συντεθέντα ἐστὶν ς ς̄ Μ̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα Μ̊ ῑ, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ᾱ ∠′.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν αος δ̄ Μ̊, ὁ δὲ βος ς̄ Μ̊, ὁ δὲ □ος Μ̊ ς̄ δ×.

κα.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς ἀριθμοὺς δύο καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον, ὃς προσλαβὼν ἕκαστον τῶν διῃρημένων ποιεῖ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ κ̄.

Καὶ τετάχθω ὁ τετράγωνος Δ^Υ ᾱ ς β̄ Μ̊ ᾱ· τούτῳ δὲ ἐὰν προσθῶ ς β̄ Μ̊ γ̄, ἔστι □ος, ἀλλὰ μὴν καὶ ἐὰν προσθῶ ς δ̄ Μ̊ ζ̄. συναμφότερος ἄρα ἔσται ς ς̄ Μ̊ ῑᾱ .....

ἔσται ὁ μὲν αος τῶν διῃρημένων Μ̊ ς̄, ὁ δὲ βος Μ̊ ῑδ̄, ὁ δὲ □ος Μ̊ ς̄ δ×. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

---

2 *ἔστι Ba.* 4 A in mg. 2ª m.: *ὁ μὲν ς̄ δ′ τετράγωνος λείψει μὲν τοῦ δ′ γί. μ̊ β̄ δ′ □ος ἀπὸ πλ. τοῦ ᾱ ∠′· λείψει δὲ τῶν ς̄ μ̊, γί. δ′ □ος ἀπὸ πλ. τοῦ ∠′.* 7 *Τὸν δοθέντα* B. 8 *αὐτοῖς* A*Ba*, *αὐτῶν* B. 9 *ποιεῖ* AB, *ποιῇ Ba.* 13 Post *Μ̊ η̄ Ba* suppl. *τάσσω οὖν τὸν μὲν πρῶτον ς β̄ Μ̊ γ̄, τὸν δὲ δεύτερον ς δ̄ Μ̊ η̄*; item post *Μ̊ ῑᾱ* (13): *ταῦτα ἴσα Μ̊ κ̄, καὶ γίνεται ὁ ς ᾱ ᾱ^β.* In mg. habet A 2ª m.: *ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ ς ς̄ ἴσοι ῑ θ̄ καὶ γίνεται ὁ ς μ̊ ᾱ ∠′· ταῖς οὖν ς̄ μ̊ προστιθέμενος ὁ μ̊ ς̄ δ′, □ος ἀπὸ πλ. τοῦ β̄ ∠′, γίνεται ῑβ̄ δ′, □ος ἀπὸ πλ. τοῦ γ̄ ∠′· ταῖς δὲ ῑδ̄, γίνεται ὁ κ̄ δ′, □ος ἀπὸ πλ. τοῦ δ̄ ∠′.* An revera mutilum sit problema mihi dubium videtur.

Horum summam oportet facere datum, sed facit $6x + 1$; ista aequentur 10; fit $x = 1\frac{1}{2}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 4, \quad X_2 = 6, \quad \square = 6\tfrac{1}{4}.$$

XXI.

Datum numerum partiri in duos numeros et ad- 24
invenire quadratum qui plus utraque parte faciat quadratum.

Sit datus 20.

Ponatur $\square = x^2 + 2x + 1$.

Huic si addo $2x + 3$, fit quadratus; item si addo $4x + 8$. Horum summa erit $6x + 11$ ....[1])

Erit prima pars 6, secunda 14, quadratus $6\frac{1}{4}$, et probatio evidens.

---

1) Manca solutio facile suppletur. Prima pars $= 2x + 3$; secunda $= 4x + 8$. Amborum summa $6x + 11$ aequatur 20 dato; unde $x = 1\frac{1}{2}$.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Δ.

α.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο κύβους ὧν αἱ πλευραί εἰσι δοθεῖσαι.

Ἔστω δὴ τὸν τ̅ο̅ ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο κύβους ὧν αἱ πλευραὶ M̊ ι̅.

Τετάχθω ἡ τοῦ αου κύβου πλ. ς α̅ M̊ ε̅ τουτέστι τοῦ ∠′ τῶν πλευρῶν. λοιπὸν ἄρα ἡ τοῦ ἑτέρου κύβου πλ. ἔσται M̊ ε̅ ⋔ ς α̅· αὐτοὶ ἄρα ἔσονται οἱ κύβοι ΔΥ λ M̊ σ̅ν̅· ταῦτα ἴσα M̊ τ̅ο̅ τουτέστι τῷ δοθέντι, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ β̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ ⟨μὲν⟩ τοῦ αου κύβου πλ. M̊ ζ̅, ἡ δὲ τοῦ βου M̊ γ̅· αὐτοὶ δὲ οἱ κύβοι ὁ μὲν αος τ̅μ̅γ̅, ὁ δὲ βος κ̅ζ̅.

β.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ποιῇ δοθέντα, καὶ ἔτι ἡ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ὑπεροχή.

Ἔστω δὴ τὴν μὲν ὑπεροχὴν αὐτῶν ποιεῖν M̊ ς̅, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων M̊ φ̅δ̅.

1/2 Titulum om. *Ba*. 5 *εἰσιν* A. 6 *δὴ* scripsi, *δὲ* AB (item 19). 8/9 *τοῦ ἥμισυ* A, *τὸ ἥμισυ* B. 10 *ἄρα* om. *Ba*. 11 *σ̅ν̅* A *Ba*, *ν̅* B. 13 *μὲν* addidi. 17 *ποιεῖ* A. 18 *δοθέντα ἀριθμὸν καὶ Ba*.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER QUARTUS.

I.

Datum numerum partiri in duos cubos quorum summa radicum data sit. 1

Esto iam 370 partiendus in duos cubos quorum summa radicum sit 10.

Ponatur primi radix $= x + 5$ (hoc est plus dimidia summa radicum). Ergo subtrahendo erit alterius radix $= 5 - x$.

Erit igitur summa cuborum $= 30x^2 + 250$; ista aequantur 370, hoc est dato, et fit $x = 2$.

Ad positiones. Erit primi radix 7, secundi 3; cuborum autem alter 343, alter 27.

II.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum differentia faciat datum, sicut et differentia cuborum ab ipsis. 2

Sit iam ipsorum differentia $= 6$, et cuborum ab ipsis differentia $= 504$.

Τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ μείζονος κύβου π^λ ϛ ᾱ ⟨Μ̊ γ̄, ἡ δὲ τοῦ ἐλάσσονος ϛ ᾱ⟩ ⋔ Μ̊ γ̄· καὶ μένει ὥστε τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι Μ̊ ς̄. λοιπὸν δεῖ τῶν κύβων τὴν ὑπεροχὴν εἶναι Μ̊ φ̄δ̄· ἀλλ' ἡ τῶν κύβων ὑπεροχή ἐστι Δ^Y ῑη̄ Μ̊ ν̄δ̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ φ̄δ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ε̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ μὲν τοῦ μείζονος κύβου π^λ Μ̊ η̄, ἡ δὲ τοῦ ἐλάσσονος Μ̊ β̄. αὐτοὶ δὲ οἱ κύβοι, ὃς μὲν φ̄ῑβ̄, ὃς δὲ η̄, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

γ.

Ἐπὶ τετράγωνον καὶ πλευρὰν πολλαπλασιάσαι τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὴν μὲν πλευρὰν κύβον, τὸν δὲ τετράγωνον πλευρὰν τοῦ κύβου.

Τετάχθω ὁ μὲν τετράγωνος Δ^Y ᾱ, ἡ ἄρα π^λ αὐτοῦ ἔσται ϛ ᾱ· ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμὸς ἔστω ἀριθμοστῶν κυβικῶν ὁσωνδήποτε· ἔστω δὴ $ϛ^X$ η̄. ἐπὶ μὲν οὖν τὴν Δ^Y ᾱ πολλαπλασιάσαντες, εὑρίσκομεν ϛ η̄· ἐπὶ δὲ τὸν ϛ ⟨ᾱ⟩ πολλαπλασιάσαντες, εὑρίσκομεν Μ̊ η̄.

θέλομεν δὲ τοὺς ϛ η̄ κυβικὴν εἶναι πλευρὰν τῶν η̄ Μ̊· Μ̊ ἄρα β̄ ἴσαι ϛ η̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\eta}{\bar{\beta}}$, ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμὸς Μ̊ λ̄β̄.

Ἐὰν δὲ θελήσωμεν μόρια μὴ ἐπιτιθέναι, εὑρήσομεν ϛ η̄ ἴσους Μ̊ β̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ δ^X.

1/2 Μ̊ γ, τοῦ δὲ ἐλάσσονος ϛ ᾱ suppl. *Ba*, ἡ δὲ τοῦ scripsi cum *Auria*. 6 Μ̊ (ante ε̄) om. B, non *Ba*. 7 ἔσται om. B, supplevit *Ba* post π^λ. 8 ἐλάττονος B, non *Ba*. 11 καὶ] ἀριθμὸν AB, ἀριθμὸν καὶ *Ba*. 15 δὲ om. *Ba*. 15/16 ἀριθμὸς ἔστω ἀριθμοστῶν] ϛ ᾱ ἀριθμὸς τῶν AB, ἀριθμοστὸν μ̊ *Ba*. 16 δὴ scripsi, δὲ AB. 18 ᾱ suppl. *Ba*. 19 δὲ scripsi, δὴ AB. 19/20 τῶν Μ̊ η̄ *Ba*. 20 Denomin. om. AB, hic et ubique infra, nisi contrarium adnotatum fuerit. καὶ γίνεται .... ἴσους Μ̊ β̄ (23) delenda censuit *Ba* cum Xylandro. 21 ἀριθμὸς λ̄β̄ Μ̊ λ̄β̄ AB.

Ponatur rursus maioris radix $= x + 3$, et minoris radix $= x - 3$; constat differentiam ipsorum esse 6; reliquum oportet cuborum differentiam esse 504; sed cuborum differentia est

$18x^2 + 54$; ista aequantur 504 et fit $x = 5$.

Ad positiones. Erit maioris cubi radix 8, minoris 2; cuborum autem alter 512, alter 8, et probatio evidens.

III.

Quadratum et radicem multiplicare in eundem 3 numerum, et radicem quidem facere cubum, quadratum autem facere huius cubi radicem.

Ponatur quadratus $= x^2$, ipsius radix erit x; multiplicandus numerus sit $\frac{1}{x}$ cum quolibet coefficiente cubico; esto $\frac{8}{x}\cdot$ Multiplicantes in x^2, invenimus $8x$; multiplicantes in x, invenimus 8.

Volumus autem $8x$ esse cubicam radicem ex 8. Ergo

$$2 = 8x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{2}{8};$$

multiplicandus numerus erit 32.

Si nolumus denominatores imponere[1]), invenimus

$$8x = 2 \quad \text{et fiet} \quad x = \frac{1}{4}\cdot$$

1) Hoc ad fractionum notationes apud autorem referendum est.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν τετράγωνος $\iota\varsigma^{\times}$, ἡ δὲ πλευρὰ $\delta^{\times}$, ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος ὁ $\overline{\lambda\beta}$. εἰ γὰρ ὁ ϛ ἐστι $\delta^{\times}$, τὸ ἀριθμοστόν ἐστι $\mathring{M}\,\bar{\delta}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

δ.

Τετραγώνῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ αὐτά.

Ἔστω ὁ μὲν τετράγωνος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἡ ἄρα πλευρὰ ἔσται ϛ $\bar{\alpha}$· ὁ δὲ προστιθέμενος ἔστω Δ^{Y} τοσούτων ἵνα μετὰ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ποιῇ $\square^{ov}$. ἔστω $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$· αὗται προστεθεῖσαι τῇ μὲν $\Delta^{Y}\langle\bar{\alpha}\rangle$ ποιοῦσι $\square^{ov}$· τῷ δὲ ϛ $\bar{\alpha}$, ποιοῦσι $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$ ϛ $\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα τῇ τοῦ $\square^{ov}$ $\pi^{\lambda.}$ τῶν $\Delta^{Y}\bar{\delta}$, τουτέστιν ϛ $\bar{\beta}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς γ^{ov}.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν τετράγωνος ἑνὸς ϑ^{ov}, ἡ δὲ $\pi^{\lambda.}$ ἑνὸς γ^{ov}, ὁ δὲ προστιθέμενος ἀριθμὸς $\overset{\vartheta}{\bar{\gamma}}$.

ε.

Τετραγώνῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ.

Ἔστω ὁ τετράγωνος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἡ ἄρα πλευρὰ ἔσται ϛ $\bar{\alpha}$· ὁ δὲ προστιθέμενος, ἵνα τὴν $\pi^{\lambda.}$ ποιῇ $\square^{ov}$, Δ^{Y} τετραγωνικῶν λείψει ϛ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς. ἔστω δὴ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$. ⟨αὗται προστεθεῖσαι μὲν τῷ ϛ $\bar{\alpha}$ ποι-

1 τετράγωνος *Ba*, $\bar{\alpha}$ AB. 3 τὸ] *Ba* add. δὲ. 11 $\bar{\alpha}$ suppl. *Ba*. $\square^{ov}$] *Ba* add. τῶν $\Delta^{Y}\bar{\delta}$. 12 τουτέστι *Ba*. 13 ἑνὸς γ^{ov}] $\bar{\alpha}$ AB (item 15). 14/15 ἑνὸς ϑ^{ov}] $\bar{\alpha}$ AB. 18 τὰ *Ba*, τὰς AB. 20 Δ^{Y}] δυνάμεων *Ba*, $\Delta^{Y}\Delta^{Y}$ AB. 21 λείψει *Ba*, καὶ AB. ἀριθμῶν τοῦ τετραγώνου τῆς πλευρᾶς AB. 22 δὴ scripsi, δὲ AB. αὗται προστεθεῖσαι μὲν ϛ$^{\varphi}$

Ad positiones. Erit quadratus $= \frac{1}{16}$, radix $= \frac{1}{4}$, et multiplicandus $= 32$; si enim $x = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{x} = 4$. Est probatio evidens.

IV.

Quadrato et radici addere eundem numerum et facere quadratum et radicem. 4

Sit quadratus $= x^2$, erit igitur radix $= x$. Addendus numerus sit x^2 cum coefficiente ita sumpto ut, addito x^2, fiat quadratus; esto $3x^2$.

Ista, si additur x^2, faciunt $\square$ $[= 4x^2]$; si x, faciunt $3x^2 + x$, quae aequantur radici quadrati $4x^2$, hoc est $2x$, et fit

$$x = \frac{1}{3}.$$

Ad positiones. Erit quadratus $\frac{1}{9}$, radix $\frac{1}{3}$, addendus numerus $\frac{3}{9}$.

V.

Quadrato et radici addere eundem numerum et inverso ordine facere radicem et quadratum. 5

Sit quadratus $= x^2$, erit igitur radix $= x$; addendus, ut radicem faciat quadratum, sit x^2 cum coefficiente quadratico minus x radice quadrati; esto iam $4x^2 - x$.

⟨Ista, si additur x, faciunt $\square$; si x^2, faciunt

ἑνὶ ποιοῦσι $\Delta^{Y}\bar{\delta}$, τῷ δὲ $\square^{\varphi}$ ἑνί, $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$ (p. 196, 1) suppl. *Auria*, καὶ ἐὰν προστεθῇ τῷ τετραγώνῳ, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$ *Ba*.

οὖσι □^{ου}· τῇ δὲ $\Delta^Y \bar{\alpha}$, ποιοῦσι $\Delta^Y \bar{\varepsilon} \pitchfork ς \bar{\alpha}$·⟩ ταῦτα ἴσα ς $\bar{\beta}$ τῇ π^{λ}· τοῦ □^{ου} τοῦ γεγενημένου ἐκ τῆς προσθέσεως, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\bar{\gamma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν τετράγωνις $\overset{\kappa\varepsilon}{\bar{\vartheta}}$, ἡ δὲ π^{λ}· $\overset{\varepsilon}{\bar{\gamma}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\kappa\alpha}}$.

ϛ.

Κύβῳ καὶ τετραγώνῳ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν τετράγωνον καὶ ποιεῖν τὰ αὐτά.

Ἔστω ὁ μὲν κύβος $K^Y \bar{\alpha}$, ὁ δὲ τετράγωνος Δ^Y ὁσωνδήποτε τετραγωνικῶν, ἔστω $\Delta^Y \bar{\vartheta}$.

καὶ ἐπεὶ θέλομεν τετράγωνόν τινα μετὰ $\Delta^Y \bar{\vartheta}$ ποιεῖν □^{ον}, ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστι $\mathring{M} \bar{\vartheta}$· ἔστω δὴ $\mathring{M} \bar{\alpha}$ καὶ $\mathring{M} \bar{\vartheta}$. ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ τῶν $\bar{\vartheta}$ τὴν $\mathring{M}$, καὶ τῶν λοιπῶν τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιάσω, ἕξω $\mathring{M} \overline{\iota ϛ}$· οὗτος προσλαβὼν τὸν $\bar{\vartheta}$ ποιεῖ □^{ον}.

τάσσω οὖν τὸν προστιθέμενον τετράγωνον $\Delta^Y \overline{\iota ϛ}$· κἂν μὲν ταῖς $\Delta^Y \bar{\vartheta}$ προστεθῇ, γίνεται □^{ος}· ἐὰν δὲ τῷ $K^Y \bar{\alpha}$, γίνεται $K^Y \bar{\alpha}\ \Delta^Y \overline{\iota ϛ}$· ταῦτα ἴσα κύβῳ· ἔστω $K^Y \bar{\eta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\zeta}{\overline{\iota ϛ}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν κύβος $\overset{\tau\mu\gamma}{\overline{,\delta \text{Ϟ} ϛ}}$, ὁ δὲ τετράγωνος $\overset{\mu\vartheta}{\overline{,\beta\tau\delta}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος αὐτοῖς τετράγωνος $\overset{\mu\vartheta}{\overline{,\delta \text{Ϟ} ϛ}}$.

2/3 προσθέσεως *Ba*, προθέσεως AB. 5 $\kappa\alpha^{\kappa\varepsilon}$ *Ba*, $\overline{\kappa\delta}$ AB. 7 κύβῳ καὶ τετραγώνῳ *Ba*, κύβον καὶ πλευρὰν AB. 10 Δ^Y]

$5x^2 - x$⟩, quae aequantur $2x$, radici quadrati ex additione conflati, et fit

$$x = \frac{3}{5}.$$

Ad positiones. Erit quadratus $\frac{9}{25}$, radix $\frac{3}{5}$, et addendus $\frac{21}{25}$.

VI.

Cubo et quadrato addere eundem quadratum et facere cubum et quadratum.

Sit cubus $= x^3$, quadratus vero x^2 cum quolibet coefficiente quadratico; esto $= 9x^2$.

Quoniam volumus quendam quadratum, addito $9x^2$, facere □, expono duos numeros quorum productus sit 9; sint iam 1 et 9.

Si a 9 subtraho 1 et dimidium residuum in seipsum multiplico, habeo 16 qui, addito 9, facit □.

Pono igitur addendum quadratum $= 16x^2$; si additur $9x^2$, fit □; si x^3, fit $x^3 + 16x^2$.

Ista aequentur cubo; esto iam $8x^3$; fiet

$$x = \frac{16}{7}.$$

Ad positiones. Erit cubus $\frac{4096}{343}$, quadratus $\frac{2304}{49}$, et illis addendus quadratus $\frac{4096}{49}$.

δὲ AB, δὲ Δ^Y *Ba*. 11 θέλωμεν A. 13 δὴ scripsi, δὲ AB. τῶν $\mathring{M} \bar{\vartheta}$ *Ba*. 18 ἔστω τοῖς κύβοις $\bar{\eta}$ *Ba*.

ζ.

Κύβῳ καὶ τετραγώνῳ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν τετράγωνον καὶ ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ.

Ἔστω ὁ μὲν κύβος ὁ α^{ος}, ὁ δὲ τετράγωνος ὁ β^{ος}, ὁ δὲ προστιθέμενος αὐτοῖς τετράγωνος ὁ γ^{ος}.

Καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν προστιθέμενον □^{ον} τὸν γ^{ον} τῷ □^{ῳ} τῷ β^{ῳ} ποιεῖν κύβον, ποιείτω κύβον τὸν α^{ον}· ὥστε ὁ α^{ος} ὑπερέχει τοῦ β^{ου} τῷ γ^{ῳ}, τουτέστι □^{ῳ}· ὁ γὰρ γ^{ος} ἐστὶ □^{ος}. οἵους δὴ ἂν ἐκθῶμαι δύο ἀριθμούς, οἱ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνοι προσλαβόντες τὸν δὶς ὑπ' αὐτῶν ἢ λείψαντες ποιοῦσι τετράγωνον. ὀφείλω οὖν, ἐκθέμενος δύο ἀριθμούς, τοὺς μὲν ἀπ' αὐτῶν τάσσειν τὸν α^{ον}, ἐπεὶ ὁ α^{ος} τοῖς δυσὶ τετραγώνοις ἴσος ἐστί, τῷ ζητουμένῳ καὶ τῷ προστιθεμένῳ, τῷ γ^{ῳ} καὶ τῷ β^{ῳ} τετραγώνοις, τὸν δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν τὸν γ^{ον}· καὶ ἔστιν ⟨ὁ⟩ γ^{ος} □^{ος}, ὥστε καὶ ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ἐστι □^{ος}.

Τετάχθω ὁ μὲν ς $\overline{α}$, ὁ δὲ ς $\overline{β}$, ἵνα ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ᾖ □^{ος}· λαβὼν οὖν τοὺς ἀπ' αὐτῶν □^{ους}, τάσσω τὸν α^{ον} $Δ^{Y}\overline{ε}$· τὸν δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, τὸν γ^{ον} $Δ^{Y}\overline{δ}$. λοιπὸν ἄρα ἔσται τὸν β^{ον} εἶναι $Δ^{Y}\overline{α}$· μετὰ γὰρ τοῦ γ^{ου} ἴσος ἐστὶ τῷ α^{ῳ}. λοιπόν ἐστι τὸν α^{ον} ποιεῖν κύβον.

$Δ^{Y}$ ἄρα $\overline{ε}$ ἴσαι $K^{Y}\overline{α}$, καὶ γίνεται ὁ ς ⟨$\mathring{M}$⟩ $\overline{ε}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν κύβος ὁ α^{ος} $\mathring{M}\,\overline{ρκε}$, ὁ δὲ τετράγωνος ὁ β^{ος} ⟨$\mathring{M}$⟩ $\overline{κε}$, ὁ δὲ προστιθέμενος τετράγωνος ὁ γ^{ος} $\mathring{M}\,\overline{ρ}$· καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

---

3 τὰ A*Ba*, τὰς B. 8 ὑπερέχῃ *Ba*. 9 δὴ scripsi, δὲ AB. 10/11 ἢ λείψαντες] ἀριθμὸν ⋀ AB, om. *Ba*. 14/15 τετράγωνος A, τετραγώνῳ B, om. *Ba*. 15 καὶ om. *Ba*, ἀριθμὸν B, compendium pro ἀριθμὸν A. ἔστι B, ἐστὶ δὲ *Ba*. ὁ suppl. *Ba*. 20 μετὰ . . . . . τῷ α^{ῳ} (21) om. B, non *Ba*. τοῦ τρίτου *Ba*, τοὺς τρεῖς A. 22 et 24 $\mathring{M}$ supplevi.

VII.

Cubo et quadrato addere eundem quadratum et inverso ordine facere quadratum et cubum. 7

Sit cubus X_1, quadratus X_2, et addendus illis quadratus X_3.

Quoniam volo quadratum X_3, si additur quadrato X_2, facere cubum, cubum faciat X_1; ita $X_1 - X_2 = X_3$, hoc est quadrato; nam X_3 est quadratus.

Quoscumque duos numeros exponam, summa quadratorum ab ipsis, sive plus sive minus duplo producto, facit □.

Debeo igitur, duos numeros sumens, ponere X_1 esse summam quadratorum ab ipsis (quoniam X_1 aequalis est summae duorum quadratorum, nempe quaesiti et addendi, $X_2 + X_3$) et X_3 esse duplum productum. At X_3 est □; ergo duplus productus est □.

Ponatur igitur alter $= x$, alter $= 2x$, ut duplus productus sit □. Sumens quadratorum summam, pono $X_1 = 5x^2$; duplum vero productum, pono $X_3 = 4x^2$.

Subtrahendo, X_2 erit x^2; nam $X_2 + X_3 = X_1$.

Linquitur X_1 facere cubum. Ergo

$$5x^2 = x^3 \quad \text{et fit} \quad x = 5.$$

Ad positiones. Erit cubus $X_1 = 125$, quadratus $X_2 = 25$, et addendus quadratus $X_3 = 100$; est probatio evidens.

Ἄλλως.

Ἔστω κύβος ὁ α^{ος}, ὁ δὲ τετράγωνος ὁ β^{ος}, ὁ δὲ προστιθέμενος τετράγωνος ὁ γ^{ος}.

Ἐπεὶ οὖν θέλω τὸν προστιθέμενον □^{ον} προστεθέντα τῷ β^{ῳ} τουτέστι □^{ῳ} ποιεῖν κύβον, ποιείτω τὸν α^{ον}· ἐπεὶ δὲ πάλιν τὸν α^{ον} συντεθέντα τῷ γ^{ῳ} ποιεῖν □^{ον}, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο □^{ους} ὧν ἡ σύνθεσις μετὰ ἑνὸς αὐτῶν ποιεῖ □^{ον}, [διὰ τοῦτο δή, ἐπεὶ οἱ δύο □^{οι}, ὅ τε προστιθέμενος τῷ β^{ῳ} καὶ ὁ β^{ος} ποιοῦσι κύβον τουτέστι τὸν α^{ον}].

τετάχθωσαν οἱ δύο □^{οι}, ὁ μὲν α^{ος} $\Delta^Y \bar{\alpha}$, ὁ δὲ β^{ος} $\mathring{M} \bar{\delta}$· καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν μετὰ ἑνὸς αὐτῶν γί. $\Delta^Y \bar{\beta}$ $\mathring{M} \bar{\delta}$ ἴσ. □^{ῳ}, τῷ ἀπὸ π$^{λ.}$ ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\mathring{M} \bar{\beta}$· γίνεται ὁ □^{ος} $\Delta^Y \bar{\delta}$ ⟨$\mathring{M} \bar{\delta}$⟩ ⋀ ς $\bar{\eta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M} \bar{\delta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\bar{\delta}$, ὁ δὲ $\overline{\iota\varsigma}$.

Νῦν τάξον τὸν μὲν προστιθέμενον αὐτοῖς □^{ον} $\Delta^Y \overline{\iota\varsigma}$, τὸν δὲ β^{ον} $\Delta^Y \bar{\delta}$· ὁ ἄρα α^{ος} ἔσται $\Delta^Y \bar{\kappa}$· θέλομεν γὰρ συναμφοτέρῳ εἶναι αὐτὸν ἴσον. λοιπὸν δεῖ $\Delta^Y \bar{\kappa}$ ἴσας εἶναι $K^Y \bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M} \bar{\kappa}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overline{,\eta}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overline{,\alpha\chi}$, ὁ δὲ προστιθέμενος $\overline{,\varsigma\upsilon}$· τοῦτο δὲ ἀπειραχῶς δείκνυται.

η.

Κύβῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ αὐτά.

---

1 *Ἄλλως* om. *Ba*. 5 *τουτέστιν* A. *ποιείτω Ba*, *ποιεῖ* AB. 6 *πάλιν*] *Ba* add. *θέλω*. 8 *ποιῇ Ba*. *δὴ* scripsi, *δὲ* AB. 8—10 *διὰ τοῦτο ... τὸν α^{ον}*] interpolata censeo. 9 *ποιῶσι Ba*, *ποιεῖ* AB. 12 *γίνεται* A*Ba*, *γίνονται* B. 14 $\mathring{M} \bar{\delta}$ suppl. *Ba*. $\mathring{M}$ om. *Ba*. 16 *τάξον*] *τάσσω Ba*.

Aliter.

Sit cubus X_1, quadratus X_2 et addendus quadratus X_3. 8

Quoniam volo addendum quadratum, addito X_2 hoc est □, facere cubum, faciat X_1; quoniam rursus $X_1 + X_3$ facit □, deductum est problema ad inveniendum duos quadratos, quorum summa plus altero ipsorum faciat □.

Ponantur quadrati duo, primus $= x^2$, secundus $= 4$. Horum summa plus altero ipsorum fit $2x^2 + 4 = □$. Esto a radice $2x - 2$; fit $□ = 4x^2 + 4 - 8x$ et $x = 4$.

Ad positiones; erit alter $= 4$, alter $= 16$.

Nunc pone addendum quadratum $= 16x^2$, et $X_2 = 4x^2$, ergo $X_1 = 20x^2$; volumus enim

$$X_1 = X_2 + X_3.$$

Reliquum oportet

$$20x^2 = x^3, \quad \text{et fit} \quad x = 20.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 8000, \quad X_2 = 1600, \quad \text{et addendus} = 6400.$$

Hoc autem infinitis modis solvi monstratum est.

VIII.

Cubo et radici addere eundem numerum et facere cubum et radicem. 9

---

17 *θέλωμεν* A. 18 *ἴσον* A*Ba*, om. B. *δεῖ* $\Delta^Y \bar{\kappa}$ A*Ba*, $\Delta^Y \bar{\kappa}$ *δεῖ* B. 23 *κύβον καὶ πλευρὰν* AB, corr. *Ba*.

Ἔστω ὁ προστιθέμενος ϛ ᾱ, ἡ δὲ τοῦ κύβου πλευρὰ ϛ ὁσωνδήποτε· ἔστω ϛ β̄, ὁ ἄρα κύβος ἐστὶ K^{Y} η̄.

Ἐὰν ἄρα ϛ ᾱ προστεθῇ ϛ β̄, γίνονται ϛ γ̄· ἐὰν δὲ τοῖς K^{Y} η̄, γί. K^{Y} η̄ ϛ ᾱ· ταῦτα ἴσα K^{Y} κ̄ζ̄. ἀφῃρήσθωσαν οἱ K^{Y} η̄· λοιπὸν ἄρα K^{Y} ι̅θ̅ ἴσοι ϛ ᾱ. πάντα παρὰ ϛ. Δ^{Y} ἄρα ι̅θ̅ ἴσ. $\mathring{M}$ ᾱ.

Καὶ ἔστιν ἡ μία $\mathring{M}$ □^{ος}· εἰ δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῶν ι̅θ̅ Δ^{Y} ἦ □^{ος}, λέλυτο ἂν ἡ ἰσότης· ἀλλὰ αἱ Δ^{Y} ι̅θ̅ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς εἰσιν ἧς ὑπερέχουσι K^{Y} κ̄ζ̄ K^{Y} η̄, καὶ οἱ μὲν K^{Y} κ̄ζ̄ ἀπὸ ϛ γ̄ κύβος εἰσίν, οἱ δὲ K^{Y} η̄ ἀπὸ ϛ β̄ κύβος ἐστίν· ὥστε τὰ ι̅θ̅ γέγονεν ἐκ τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει ὁ ἀπὸ ϛ γ̄ κύβος τοῦ ἀπὸ ϛ β̄ κύβου. ἀλλ' οἱ μὲν ϛ β̄ τῆς ὑποθέσεως εἰσίν, οἱ δὲ γ̄ ἀεὶ μονάδι μείζονες τοῦ τυχόντος πλήθους τῶν τῆς πλευρᾶς ϛ^{ῶν}· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς $\mathring{M}$ ᾱ ἀλλήλων ὑπερέχοντας, ἵνα ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ μὲν ϛ ᾱ, ὁ δὲ ϛ ᾱ $\mathring{M}$ ᾱ, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ἐστὶ Δ^{Y} γ̄ ϛ γ̄ $\mathring{M}$ ᾱ· ταῦτα ἴσα □^{ῳ} τῷ ἀπὸ π^{λ} $\mathring{M}$ ᾱ ⋀ ϛ β̄. γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}$ ζ̄· ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν ζ̄, ὁ δὲ η̄.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὸν μὲν προστιθέμενον ϛ ᾱ, τὴν δὲ τοῦ κύβου πλευρὰν ϛ ζ̄· ὁ ἄρα κύβος ἔσται K^{Y} τ̄μ̄γ̄, καὶ ὁ ϛ προστεθεὶς ἑκατέρῳ αὐτῶν ποιεῖ ὃν μὲν ϛ η̄, ὃν δὲ K^{Y} τ̄μ̄γ̄ ϛ ᾱ· θέλομεν οὖν ταῦτα εἶναι κύβον πλευρὰν ἔχοντα ϛ η̄.

---

2 ἐστὶν A. 4 γί. A, γίνονται B, γίνεται *Ba*. 6 ι̅θ̅ om. A. 7 ἔστι *Ba*. 8 ἀλλ' αἱ *Ba*. 11 ἐστί *Ba*. 14 τῆς πλευρᾶς scripsi, τε π̄ AB, τεθέντων *Ba*. 15 μονάδι μιᾷ *Ba*, μονάδος μιᾶς AB. 17 ποιῇ *Ba*, ποιεῖ AB. 19 ᾱ

Esto addendus $= x$; cubi radix sit x cum quolibet coefficiente; esto $= 2x$; cubus igitur est $8x^3$.

Si x additur $2x$, fit $3x$; si $8x^3$, fit $8x^3 + x$. Ista aequentur $27x^3$. Subtrahantur $8x^3$; reliquum igitur

$$19x^3 = x.$$

Omnia per x; ergo

$$19x^2 = 1.$$

At 1 est □; si 19 coefficiens x^2 foret □, soluta esset aequatio. Sed $19x^2$ ex differentia provenit $(27x^3 - 8x^3)$; $27x^3$ est cubus a $3x$; et $8x^3$ cubus a $2x$; ita 19 ex differentia provenit cubi a $3x$ et cubi a $2x$.

Sed $2x$ ex hypothesi est; coefficiens autem 3 unitate maior est quam coefficiens x (in positione) radicis. Deductum est igitur problema ad inveniendum duos numeros quorum differentia sit unitas et differentia cuborum ab ipsis faciat quadratum.

Sit alter $= x$, alter $= x + 1$; differentia cuborum ab ipsis est $3x^2 + 3x + 1$.

Ista aequentur □ a radice $1 - 2x$; fit $x = 7$.

Ad positiones, alter erit 7, alter 8.

Redeo nunc ad primitivum problema et pono addendum $= x$, cubique radicem $= 7x$; cubus erit $343x^3$. Additus x utrique alterum facit $8x$, alterum

$$343x^3 + x,$$

quae volumus esse cubum habentem radicem $8x$.

---

om. A (et B in lacuna), suppl. *Ba*. 20 τῷ om. *Ba*. Ante γίνεται *Ba* add. καί. 25 θέλωμεν A.

K^Y ἄρα $\overline{\varphi\iota\beta}$ ἴσοι $K^Y \overline{\tau\mu\gamma}$ ς $\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨ιγ^ου⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν κύβος $\overset{,\beta\rho\text{ϙ}\zeta}{\overline{\tau\mu\gamma}}$, ἡ δὲ πλευρὰ $\overset{\iota\gamma}{\bar{\zeta}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος ἑνός.

θ.

Κύβῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ.

Ἔστω ὁ μὲν κύβος K^Y κυβικῶν ὁσωνδήποτε· ἔστω δὴ $\bar{\eta}$· ἡ ἄρα πλευρὰ αὐτοῦ ἔσται ς $\bar{\beta}$· ⟨ὁ δὲ προστιθέμενος, ἵνα τὴν πλευρὰν ποιῇ κύβον, K^Y κυβικῶν ⋀ ς $\bar{\beta}$⟩, τουτέστι τῶν τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου, $K^Y \overline{\kappa\zeta}$ ⋀ ς $\bar{\beta}$.

καὶ ἐὰν μὲν τοῖς ς $\bar{\beta}$ προστεθῶσι, ποιοῦσι $K^Y \overline{\kappa\zeta}$, καὶ ἔστιν ὁ κύβος ἀπὸ πλευρᾶς ς $\bar{\gamma}$· ἐὰν δὲ τοῖς $K^Y \bar{\eta}$, ποιοῦσι $K^Y \overline{\lambda\varepsilon}$ ⋀ ς $\bar{\beta}$.

θέλομεν δὴ ταῦτα πλευρὰν εἶναι κυβικὴν τῶν γενομένων $K^Y \overline{\kappa\zeta}$, τουτέστι ς $\bar{\gamma}$· K^Y ἄρα $\overline{\lambda\varepsilon}$ ⋀ ς $\bar{\beta}$ ἴσοι ς $\bar{\gamma}$· καὶ γίνονται ς $\bar{\varepsilon}$ ἴσοι $K^Y \overline{\lambda\varepsilon}$· καὶ πάντα παρὰ ς· Δ^Y ἄρα $\overline{\lambda\varepsilon}$ ἴσαι $\mathring{M}\,\bar{\varepsilon}$.

καὶ γίνεται ὁ ς οὐ ῥητὸς τῷ μὴ τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον ἔχειν □^ου ἀριθμοῦ πρὸς □^ον ἀριθμόν· ἀλλ' αἱ μὲν $\Delta^Y \overline{\lambda\varepsilon}$ σύνθεσίς ἐστι δύο κύβων, τοῦ τε $\overline{\kappa\zeta}$ καὶ τοῦ $\bar{\eta}$, αἱ δὲ $\mathring{M}\,\bar{\varepsilon}$ ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν πλευρῶν αὐτῶν· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους οἳ

2 ἑνὸς ιγ^ου] $\bar{\alpha}$ AB. 6 κύβον καὶ πλευρὰν AB, corr. *Ba.* 8 K^Y] κύβων *Ba*, κύβων δύο AB. 9 δὴ] δὲ A*Ba* (B legi nequit). ϛ K^Y *Ba.* 9/10 ὁ δὲ προστιθέμενος tantum suppl. *Auria*, τετάχθω δὲ ὁ προστιθέμενος κύβων κυβικῶν ὅσων δήποτε λειψάντων τὴν τοῦ πρώτου κύβου πλευρὰν ἔστω δὴ (omisso τουτέστι τῶν τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου) *Ba*; alia tentavi.

Ergo

$$512x^3 = 343x^3 + x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{13}.$$

Ad positiones.

Erit cubus $= \frac{343}{2197}$, radix $= \frac{7}{13}$, addendus $= \frac{1}{13}$.

IX.

Cubo et radici addere eundem numerum et inverso ordine facere radicem et cubum.

Sit cubus x^3 cum quolibet coefficiente cubico, esto 8; ergo radix erit $2x$. ⟨Addendus autem, ut radicem faciat cubum, sit $= x^3$ cum coefficiente cubico, minus $2x$⟩, hoc est minus radice cubi; esto

$$27x^3 - 2x.$$

Iste, si additur $2x$, facit $27x^3$, cubum a radice $3x$. Si additur $8x^3$, facit $35x^3 - 2x$, quae volumus esse radicem cubicam e conflato $27x^3$, hoc est $3x$. Ergo

$$35x^3 - 2x = 3x, \quad \text{et fit} \quad 5x = 35x^3.$$

Omnia per x. Ergo

$$35x^2 = 5.$$

Fit x irrationalis quia coefficiens ad coefficientem non habet rationem quadrati numeri ad quadratum numerum. Sed 35 coefficiens x^2 est summa duorum cuborum $(27 + 8)$, et 5 coefficiens unitatis est summa radicum eorundem cuborum. Deductum est igitur problema ad inveniendum duos cubos quorum summa

11 τῶν] τοῦ AB. K^Y om. AB, habet *Ba.* 12 $\overline{\kappa\zeta}$ *Ba*, $\overline{\kappa\varsigma}$ AB. 20 □^ου ἀριθμοῦ] ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς *Ba.* 21 ἐστι AB, εἰσι *Ba.*

συντεθέντες πρὸς τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας λόγον ἕξουσιν ὃν □^{ος} ἀριθμὸς πρὸς □^{ον} ἀριθμόν.

Ἔστωσαν αἱ πλευραὶ αὐτῶν συντεθεῖσαι M̊ ὁσαιδήποτε· ἔστωσαν δὴ β̅· καὶ τετάχθω ἡ μὲν τοῦ α^{ου} κύβου πλευρὰ ς α̅, ἡ ἄρα τοῦ ἑτέρου ἔσται M̊ β̅ ⋔ ς α̅· καὶ οἱ αὐτῶν κύβοι συντεθέντες ποιοῦσι Δ^{Υ} ς̅ M̊ η̅ ⋔ ς ι̅β̅.

θέλομεν οὖν ταῦτα πρὸς τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας, τουτέστι πρὸς M̊ β̅, λόγον ἔχειν ὃν □^{ος} ἀριθμὸς πρὸς ⟨□^{ον}⟩ ἀριθμόν. καί εἰσι β̅ M̊ διπλάσιαι □^{ου}· ὥστε καὶ Δ^{Υ} ς̅ M̊ η̅ ⋔ ς ι̅β̅ διπλάσιαί εἰσι □^{ου}· τὸ ἄρα ∠′ αὐτῶν ἴσον □^{ῳ}, τουτέστι

Δ^{Υ} γ̅ M̊ δ̅ ⋔ ς ς̅ ἴσαι γίνονται τῷ ἀπὸ M̊ β̅ ⋔ ς δ̅.

καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{ιγ}{\overline{ι}}$· ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ μὲν $\overset{ιγ}{\overline{ι}}$, ἡ δὲ $\overset{ιγ}{\overline{ις}}$. αἴρω τὰ ιγ^{α}, καὶ τὸ ∠′· αὐτῶν οὖν τῶν κύβων αἱ πλευραὶ ἡ μὲν ε̅, ἡ δὲ η̅.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὴν τοῦ κύβου πλευρὰν ς ε̅· ὁ ἄρα κύβος ἔσται K^{Υ} ρ̅κ̅ε̅, ὁ δὲ προστιθέμενος, κύβος ἀπὸ τοῦ η̅, τουτέστι K^{Υ} φ̅ι̅β̅ ⋔ ς ε̅, καὶ προστεθεὶς ς ε̅, ποιεῖ κύβον, τοῖς δὲ ρ̅κ̅ε̅ K^{Υ} προστεθεὶς ποιεῖ K^{Υ} χ̅λ̅ζ̅ ⋔ ς ε̅· θέλομεν οὖν ταῦτα κυβικὴν εἶναι π$^{λ.}$ K^{Υ} φ̅ι̅β̅.

ς ἄρα η̅ ἴσοι εἰσὶ K^{Υ} χ̅λ̅ζ̅ ⋔ ς ε̅, καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨ζ^{ου}⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν κύβος $\overset{τμγ}{\overline{ρκε}}$, ὁ δὲ πλευρὰ $\overset{ζ}{\overline{ε}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος ἀριθμὸς $\overset{τμγ}{\overline{σξζ}}$.

4 δὴ] δὲ AB. 6 ι̅β̅] α̅ B$_1$. 9 τετράγωνον suppl. Ba. εἰσιν A. τετραγώνου Ba, τετραγώνῳ AB. 13 ς Ba, β′ A, δεύτερος B. 14 οὖν AB, λαμβάνω, γίνονται Ba. 18 ἀπὸ

ad summam radicum ex ipsis rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sit summa radicum quilibet numerus unitatum; esto 2.

Ponatur primi cubi radix $= x$; alterius radix erit $2 - x$, et summa cuborum facit $6x^2 + 8 - 12x$, quae volumus ad summam radicum, hoc est 2, rationem habere quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sed 2 est duplus quadrati; ergo

$$6x^2 + 8 - 12x$$

est 2^{plum} □^{1}; dimidium igitur est □, scilicet

$$3x^2 + 4 - 6x = \square\text{: a radice } (2 - 4x),$$

et fit $x = \frac{10}{13}$.

Ad positiones; altera radix erit $\frac{10}{13}$, altera $\frac{16}{13}$; tollo (denominatorem) 13 et dimidia sumo. Erunt cuborum radices altera 5, altera 8.

Redeo ad primitivum problema et pono cubi radicem $= 5x$; erit ergo cubus $= 125x^3$; addendus sit, nempe ex cubo ab 8, $512x^3 - 5x$. Si additur $5x$, facit cubum; si $125x^3$, facit $637x^3 - 5x$, quae volumus esse radicem cubicam ex $512x^3$. Ergo

$$8x = 637x^3 - 5x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{7}.$$

Ad positiones. Erit cubus $\frac{125}{343}$, radix $\frac{5}{7}$, et addendus numerus $\frac{267}{343}$.

τοῦ η̅] ἀπὸ τῶν η̅ ς λείψει τῆς πλευρᾶς τοῦ πρώτου κύβου Ba. 19 K^{Υ} ρ̅κ̅ε̅ Ba. 19/20 προστεθεὶς om. Ba, κύβος add. AB$_1$. 20 κυβικὴν] K^{Υ} A, κύβους B, om. Ba. 23 ἑνὸς ζ^{ου}] α̅ AB$_1$.

ι.

Εὑρεῖν δύο κύβους ἴσους ταῖς ἰδίαις πλευραῖς.

Ἔστωσαν δὴ αἱ πλευραὶ τῶν κύβων ἐν ϛ, ἡ μὲν ϛβ̅, ἡ δὲ ϛγ̅· οἱ ἄρα κύβοι συντεθέντες ποιήσουσι K^Y λ̅ε̅ ἴσους ταῖς πλευραῖς, τουτέστιν ϛε̅· καὶ πάντα παρὰ ϛ.

Δ^Y ἄρα λ̅ε̅ ἴσαι $\mathring{M}$ ε̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ οὐ ῥητός.

ἀλλ' αἱ Δ^Y λ̅ε̅ σύνθεσίς εἰσι κύβων δύο, τοῦ τε η̅ καὶ τοῦ κ̅ζ̅, αἱ δὲ $\mathring{M}$ ε̅ συντεθεισῶν τῶν πλευρῶν αὐτῶν· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν κύβους δύο, οἳ συντεθέντες καὶ μερισθέντες εἰς τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας, ποιοῦσι τὴν παραβολὴν τετράγωνον.

Τοῦτο δὲ προεδείχθη, καί εἰσιν αἱ πλευραὶ τῶν κύβων, ἡ μὲν ϛη̅, ἡ δὲ ϛε̅· ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὰς πλευρὰς τῶν κύβων, ἣν μὲν ϛη̅, ἣν δὲ ϛ‾· καὶ οἱ κύβοι συντεθέντες γίνονται K^Y χ̅λ̅ζ̅. ταῦτα ἴσα ταῖς πλευραῖς, τουτέστιν ϛι̅γ̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨ζ^{ου}⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ μὲν τοῦ α^{ου} κύβου $\pi^{\lambda.}$ ε̅, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου η̅· αὐτοὶ δὲ οἱ κύβοι, ὃς μὲν $\overset{\tau\mu\gamma}{\overline{\rho\kappa\varepsilon}}$, ὃς δὲ $\overset{\tau\mu\gamma}{\overline{\varphi\iota\beta}}$.

ια.

Εὑρεῖν δύο κύβους ὧν ἡ ὑπεροχὴ ἴση ἔσται τῇ τῶν πλευρῶν αὐτῶν ὑπεροχῇ.

Ἔστωσαν αἱ πλευραὶ αὐτῶν ἡ μὲν ϛβ̅, ἡ δὲ ϛγ̅· καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων K^Y ι̅θ̅, ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν πλευρῶν ϛα̅. ϛ ἄρα α̅ ἴσος K^Y ι̅θ̅.

---

5 τουτέστι *Ba*. 9 αἱ δὲ $\mathring{M}$ ε̅] αἱ δὲ Δ^Y ε̅ AB, οἱ δὲ ϛε̅ *Ba*. 12 συντεθείσας om. *Ba*. ποιῶσι *Ba*. 18 ἑνὸς ζ^{ου}] α̅ AB_1. 23 κύβους δύο B_1. 25 ἔστωσαν αἱ πλευραὶ αὐτῶν om. B_1.

X.

Invenire duos cubos quorum summa summae radicum ipsorum aequalis sit. 11

Sint cuborum radices in x, altera $2x$, altera $3x$.

Ergo summa cuborum faciet $35x$, aequales summae radicum, hoc est $5x$. Omnia per x; ergo

$$35x^2 = 5.$$

Fit x irrationalis; sed 35, coefficiens x^2, est summa cuborum duorum $(8 + 27)$, et 5 summa radicum. Deductus sum igitur ad inveniendum cubos duos quorum summa, per summam radicum divisa, quotientem faciat quadratum.

Hoc autem supra demonstratum est[1]) et sunt cuborum radices, altera $8x$, altera $5x$. Redeo igitur ad primitivum problema et pono radices cuborum, alteram $8x$, alteram $5x$; summa cuborum fit $637x^3$, quae aequantur summae radicum, hoc est $13x$, et fit $x = \frac{1}{7}$.

Ad positiones. Erit primi cubi radix $\frac{5}{7}$, alterius $\frac{8}{7}$; et cubi ipsi, alter $\frac{125}{343}$, alter $\frac{512}{343}$.

XI.

Invenire duos cubos quorum differentia differentiae radicum ipsorum aequalis sit. 12

Sint horum radices $2x$ et $3x$; est cuborum differentia $19x^3$, et radicum differentia x. Ergo

$$x = 19x^3.$$

---

1) In problemate praecedente.

Καὶ γίνεται ὁ ϛ οὐ ῥητὸς τῷ μὴ ἔχειν τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον □^ου^ πρὸς □^ον^· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῶν πλευρῶν αὐτῶν λόγον ἔχῃ ὃν □^ος^ ⟨ἀριθμὸς⟩ πρὸς □^ον^ ἀριθμόν.

Ἔστωσαν αἱ πλευραὶ τῶν κύβων, ἡ μὲν ϛ α̅, ἡ δὲ ϛ α̅ M̊ α̅, ἵνα καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ᾖ □^ος^ τουτέστι M̊ α̅· καὶ ἐπεί ἐστι τοῦ μὲν π^λ·^ ϛ α̅, τοῦ δὲ M̊ α̅ καὶ ϛ α̅, ἔσται ἄρα ἡ ὑπεροχὴ τῶν πλευρῶν M̊ α̅, ⟨ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν κύβων Δ^Υ^ γ̅ ϛ γ̅ M̊ α̅⟩. θέλομεν οὖν Δ^Υ^ γ̅ ϛ γ̅ M̊ α̅ πρὸς τὴν M̊ α̅, τὴν ὑπεροχὴν τῶν πλευρῶν, λόγον ἔχειν ὃν □^ος^ ἀριθμὸς πρὸς □^ον^ ἀριθμόν· τὸν ἄρα ὑπ᾽ αὐτῶν δεῖ εἶναι □^ον^· ἔστι δὲ ὁ ὑπ᾽ αὐτῶν Δ^Υ^ γ̅ ϛ γ̅ M̊ α̅. ταῦτα ἴσα □^ῳ^ τῷ ἀπὸ π^λ·^ M̊ α̅ ⋔ ϛ β̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ ζ̅. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσονται αἱ πλευραὶ ἡ μὲν ζ̅, ἡ δὲ η̅.

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὰς π^λ·^ τῶν κύβων, ἣν μὲν ϛ ζ̅, ἣν δὲ ϛ η̅· καὶ ἡ μὲν τούτων ὑπεροχή ἐστιν ϛ α̅, ἡ δὲ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν κύβων ὑπεροχὴ K^Υ^ ρ̅ξ̅θ̅.

K^Υ^ ἄρα ρ̅ξ̅θ̅ ἴσοι ϛ α̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨ιγ^ου^⟩. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσονται αἱ πλευραὶ τῶν κύβων, ἡ μὲν ζ̅, ἡ δὲ η̅.

ιβ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος κύβος προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ἀριθμὸν ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος κύβῳ προσλαβόντι τὸν μείζονα ἀριθμόν.

2 □^ου^] ὃν τετράγωνος *Ba*. 5 ἀριθμὸς supplevi. ἀριθμὸν om. *Ba*. 8 ἐστιν A. M̊ α̅ καὶ ϛ α̅] ϛ α̅ M̊ α̅ *Ba*. 9/10 Supplementum ex *Auria* desumpsi, τῶν δὲ κύβων Δ^Υ^ γ̅ ϛ γ̅ M̊ α̅ *Ba*. 12 πρὸς τὸν τετράγωνον B_1. 13 ἐστιν A.

Fit x irrationalis quia species ad speciem rationem non habet quadrati ad quadratum; deductus sum igitur ad inveniendum duos cubos quorum differentia ad differentiam radicum rationem habeat quadrati numeri ad quadratum numerum.

Sint cuborum radices, altera x, altera $x + 1$, ut illarum differentia sit □, scilicet 1. Quoniam alterius radix est x, alterius $x + 1$, radicum differentia erit 1 ⟨et cuborum differentia $3x^2 + 3x + 1$⟩. Volumus igitur $3x^2 + 3x + 1$ ad 1 (differentiam radicum) rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum; ergo productum oportet esse □. Productus autem est $3x^2 + 3x + 1$; ista aequentur □ a radice $1 - 2x$, et fit $x = 7$. Ad positiones. Erit radicum altera 7, altera 8.

Redeo ad primitivum problema et pono cuborum radices: alteram $7x$, alteram $8x$. Illarum differentia est x, et cuborum differentia $169x^3$. Ergo

$$169x^3 = x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{13}.$$

Ad positiones. Erunt cuborum radices, altera $\frac{7}{13}$, altera $\frac{8}{13}$.

XII.

Invenire duos numeros tales ut maioris cubus plus minore numero aequalis sit minoris cubo plus maiore numero. 13

15 ἔσονται scripsi, ὃν A, ὧν B, εἰσὶ οἱ κύβοι, ὃς μὲν τ̅μ̅γ̅, ὃς δὲ φ̅ι̅β̅, ὧν *Ba* (pro ἔσονται αἱ πλευραὶ *Auria* coniicit ἔσται τῶν πλευρῶν). 19 κύβων *Ba*, K^Υ^K^Υ^ A, κυβοκύβων B. 21 K^Υ^ ἄρα ρ̅ξ̅θ̅ om. B_1. ἑνὸς ιγ^ου^] α̅ AB_1. 26 ἐλάττ. B_1 (item 27). 27 κύβου B_1.

Ἔστω ὁ μὲν ϛ β̄, ὁ δὲ ϛ γ̄. καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀριθμοῦ κύβος προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ποιεῖ Kʏ κ̄ζ̄ ϛ β̄, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος κύβος προσλαβὼν τὸν μείζονα ποιεῖ Kʏ η̄ ϛ γ̄.

Kʏ ἄρα η̄ ϛ γ̄ ἴσοι εἰσὶ Kʏ κ̄ζ̄ ϛ β̄. καὶ πάντα παρὰ ϛ. καὶ γίνονται Δʏ ι̅θ̅ ἴσαι M̊ ᾱ, καὶ ὁ ϛ οὐ ῥητός.

ἀλλὰ αἱ μὲν Δʏ ι̅θ̅ δύο εἰσὶ κύβων ὑπεροχή, ἡ δὲ M̊ ᾱ τῶν πλευρῶν αὐτῶν ἐστιν ὑπεροχή. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους ὧν ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς τὴν τῶν πλευρῶν αὐτῶν ὑπεροχὴν λόγον ἔχει ὃν □ος ἀριθμὸς πρὸς □ον ἀριθμόν.

Τοῦτο δὲ προεδείχθη, καί εἰσιν αἱ πλ. τῶν κύβων, ἡ μὲν ζ̄, ἡ δὲ η̄. ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω ὃν μὲν ϛ ζ̄, ὃν δὲ ϛ η̄. καὶ γίνονται Kʏ τ̅μ̅γ̅ ϛ η̄ ἴσοι Kʏ φ̅ι̅β̅ ϛ ζ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨ιγου⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν ζ̄, ὁ δὲ η̄. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

ιγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν καὶ συναμφότερος καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν, μετὰ μονάδος μιᾶς, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐὰν ἄρα ἀπό τινος □ου ἀφέλω M̊ ᾱ, ἕξω αον·

---

2 ἀριθμοῦ om. *Ba*. κ̄ζ̄ *Ba*, Kʏ A, κύβου B. 4 ποιεῖ *Ba*, ποιείτω AB. 5/6 καὶ πάντα παρὰ ϛ om. B_1. 8 ἀλλ' αἱ *Ba*. εἰσὶ δύο *Ba*. 9 ἐστι *Ba*. 10 αὐτῶν om. *Ba*. 15 γίνεται *Ba*. 16 ἑνὸς ιγου] ᾱ AB_1. 20/21 καὶ συναμφότερος *Ba*, καὶ ὁ συναμφότερος *Auria*, ἀριθμὸν συναμφότερον AB. 22 ποιεῖ B_1. 23 ἀπὸ] ἐκ B_1.

Sit alter $2x$, alter $3x$. Cubus maioris numeri plus minore facit $27x^3 + 2x$, et cubus minoris plus maiore facit $8x^3 + 3x$.

Ergo

$$8x^3 + 3 = 27x^3 + 2x.$$

Omnia per x; fit

$$19x^2 = 1,$$

et x irrationalis.

Sed 19 (coefficiens x^2) duorum est cuborum differentia, et 1 radicum est differentia. Deductus sum igitur ad inveniendum duos cubos quorum differentia ad differentiam radicum rationem habeat quadrati numeri ad quadratum numerum.

Hoc autem supra demonstratum est[1]) et sunt cuborum radices, altera 7, altera 8. Redeo igitur ad primitivum problema et pono alterum (numerum) $7x$, alterum $8x$, et fit

$$343x^3 + 8x = 512x^3 + 9x,$$

unde

$$x = \frac{1}{13}.$$

Ad positiones. Erit alter $\frac{7}{13}$, alter $\frac{8}{13}$, et probatio evidens.

XIII.

Invenire duos numeros tales ut illorum sive uterque sive summa sive differentia, addita unitate, faciat quadratum. 14

Si a quodam quadrato subtraho 1, habebo X_1;

---

1) In problemate praecedente.

πλάσσω τινὰ □ᵒᵛ ἀπὸ ς ὁσωνδήποτε καὶ M̊ ᾱ· καὶ ἔστω ς γ̄ M̊ ᾱ. αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □ᵒˢ, Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄ M̊ ᾱ, καὶ ἐὰν ἀφέλω τὴν M̊ ᾱ, τάσσω τὸν αᵒᵛ Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄.

πάλιν ἐπεὶ θέλομεν τὸν αᵒᵛ καὶ τὸν βᵒᵛ μετὰ M̊ ᾱ ποιεῖν □ᵒᵛ, ἀλλὰ συναμφότερος ὁ αᵒˢ καὶ ὁ βᵒˢ μετὰ M̊ ᾱ, ⟨ὁ βᵒˢ μετὰ M̊ ᾱ⟩ καὶ Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄ εἰσιν, ὁ δὲ βᵒˢ μετὰ M̊ ᾱ ἐστι □ᵒˢ, γέγονέ μοι ζητῆσαι τίς □ᵒˢ μετὰ Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄ ποιεῖ □ᵒᵛ.

ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστιν Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄. ⟨μετροῦσιν ς θ̄ M̊ ϛ̄ κατὰ ς ᾱ· καὶ ἐὰν τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τοῦ ἡμίσεος τάξω τὴν τοῦ ἐλάσσονος □ᵒᵘ π^λ., ἔσται ς δ̄ M γ̄·⟩ ταῦτα ἐφ' ἑαυτὰ γίνεται Δ^Υ ῑϛ̄ ς κ̄δ̄ M̊ θ̄· ἀφαιρῶ M̊ ᾱ καὶ τάσσω τὸν βᵒᵛ Δ^Υ ῑϛ̄ ς κ̄δ̄ M̊ η̄· ἔστι δὲ καὶ ὁ αᵒˢ Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄· καὶ ἑκάτερος μετὰ M̊ ᾱ ποιεῖ □ᵒᵛ.

λοιπόν ἐστι τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν μετὰ M̊ ᾱ· ἔστι Δ^Υ ζ̄ ς ῑη̄ M̊ θ̄ ἴσ. □ᵒ τῷ ἀπὸ π^λ. M̊ γ̄ ⋔ ς γ̄, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ ῑη̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αᵒˢ ͵γκδ, ὁ δὲ βᵒˢ ͵εχκδ, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

---

1 ᾱ] *πρώτης* AB₁. *ἔστω*] *Ba* add. *ἀπό*. 3 ᾱ om. *Ba*₁. 5/6 *ἀλλὰ . . . εἰσιν* delenda censuit *Ba*. 6 *ὁ βᵒˢ μετὰ M̊ ᾱ* supplevi. ϛ̄ *εἰσιν*] *εἰσιν* ϛ̄ AB. 9 *ἐστιν*] ἡ̄ *Ba*. 10—12 *καὶ εἰσὶ ς θ̄ M̊ ϛ̄ καὶ ς ᾱ· ὧν ὑπεροχὴ ς η̄ M̊ ϛ̄ καὶ αὐτῆς τὸ ἥμισυ ς δ̄ M̊ γ̄* suppl. *Ba*, □ᵒˢ, *ἔστωσαν ς δ̄ M γ̄* (deleto antea Δ^Υ θ̄ ς ϛ̄) *Auria*; alia tentavi. 14 *ἑκάτερος*] *Ba* add. *καὶ συναμφότερος*. 15 *ἔστι* posterius A, *εἶναι* B, *ποιεῖν τετράγωνον. ἔστι ἄρα Ba*, *ποιεῖν* □. *ἔστι δὲ ἡ αὐτῶν ὑπεροχὴ Auria*. 17 M̊ om. *Ba*. 18 *ἔσται* om. *Ba*.

formo quadratum quendam ab x cum quolibet coefficiente, plus 1; esto a $3x+1$; ipse quadratus erit

$$9x^2+6x+1,$$

et si subtraho 1, pono

$$X_1 = 9x^2+6x.$$

Rursus quoniam volumus X_1+X_2+1 facere □ et

$$X_1+X_2+1 = X_2+1+9x^2+6x,$$

et $$X_2+1 = \square,$$

quaerendum habeo quis quadratus plus $9x^2+6x$ faciat □.

Expono duos numeros quorum productus sit

$$9x^2+6x.$$

⟨Huius divisor et quotiens sunt $9x+6$ et x; quorum differentiam dimidiam si sumo pro minoris quadrati radice, erit $4x+3$⟩; in seipsam multiplicata, fit

$$16x^2+24x+9;$$

subtraho 1 et pono

$$X_2 = 16x^2+24x+8.$$

Sed est

$$X_1 = 9x^2+6x.$$

et [sive] uterque [sive summa], plus unitate, facit □.

Restat differentiam plus unitate (est $7x^2+18x+9$) aequare □ a radice $3-3x$, et fit $x = 18$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 3024, \quad X_2 = 5624,$$

et probatio evidens.

ιδ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ἀριθμοὺς οἳ συντεθέντες ἴσοι ἔσονται ταῖς ὑπεροχαῖς αὐτῶν συντεθείσαις.

Ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, ἴση ἐστὶ τοῖς τρισίν, ἀλλ' αἱ τῶν τριῶν ὑπεροχαὶ δίς ἐστιν ἡ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ὑπεροχή, δὶς ἄρα ἡ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τοῖς τρισί.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων □^{ος} *Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ μέγιστος* Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ· *καὶ δὶς ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ἐστὶ* Δ^{Y} β̄ ϛ δ̄· *εἰσὶ δὲ οἱ τρεῖς* □^{οι}, *ὧν οἱ δύο εἰσὶ* Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ Μ̊ β̄· ⟨*λοιπὸς ἄρα ὁ μέσος ἔσται* Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ ⋀ Μ̊ β̄·⟩ *δεῖ ἄρα ταῦτα ἴσα εἶναι* □^{ῳ}· *ἔστω τῷ ἀπὸ* π^{λ} ϛ ᾱ Μ̊ δ̄. *καὶ γίνεται ὁ* ϛ ε^{ων} θ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν μέγιστος $\overset{\text{κε}}{\overline{\text{ρϟϛ}}}$, *ὁ δὲ μέσος* $\overset{\text{κε}}{\overline{\text{ρκα}}}$, *ὁ δὲ ἐλάχιστος Μ̊ ᾱ. καὶ πάντα* κε^{κις}. *ἔσται ὁ μὲν μέγιστος* $\overline{\text{ρϟϛ}}$, *ὁ δὲ μέσος* $\overline{\text{ρκα}}$, *ὁ δὲ ἐλάχιστος* $\overline{\text{κε}}$.

ιε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες καὶ ἐπὶ τὸν λοιπὸν πολλαπλασιασθέντες ποιῶσι τοὺς δοθέντας ἀριθμούς.

---

2 *τετραγώνους* A (2^{a} m. supra lineam), om. B, suppl. post *ἀριθμοὺς Ba, Auria.* 4 *τοῦ* post. om. *Ba.* 5/6 *καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου* om. B_1. 5 *ἡ* post. om. *Ba.* 6 *ἐστὶν* A. 7 *ἐστι Ba.* 13 *εἰσὶ* (*εἰσὶν* A)

XIV.

Invenire tres quadratos numeros quorum summa 15
aequalis sit summae differentiarum inter ipsos.

Quoniam summa differentiarum, maximi et medii, medii et minimi, maximi et medii, aequalis est summae trium (quadratorum), at summa differentiarum est dupla differentia maximi et minimi, ergo dupla differentia maximi et minimi aequalis est summae trium.

Ponatur minimus quadratus $= 1$, maximus

$$= x^2 + 2x + 1;$$

dupla differentia maximi et minimi est $2x^2 + 4x$ et est summa trium, quorum duo faciunt $x^2 + 2x + 2$, ⟨ergo, subtrahendo, medius erit $x^2 + 2x - 2$⟩. Ista oportet aequari □; esto a radice $x - 4$, et fit $x = \frac{9}{5}$.

Ad positiones; erit maximus $\frac{196}{25}$, medius $\frac{121}{25}$, minimus 1.

Omnia 25^{ies}. Erit maximus 196, medius 121, minimus 25.

XV.

Invenire tres numeros tales ut omni modo summa 16
binorum in reliquum multiplicata faciat datum numerum.

δὲ οἱ τρεῖς □^{οι} (quae AB_1 habent post *ὧν οἱ δύο εἰσι* Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ Μ̊ β̄)] *εἰσὶ ἄρα οἱ τρεῖς τετράγωνοι* Δ^{Y} β̄ ϛ δ̄ *Ba.* 14/15 Lacunam suppl. *Ba.* 16 ε^{ων}] μ̊ A*Ba*, *μονάδες* B. 23 *καὶ Ba*, *ἀριθμὸν* AB_1.

Ἐπιτετάχθω δὴ συναμφότερον τὸν $α^{ον}$ καὶ τὸν $β^{ον}$ ἐπὶ τὸν $γ^{ον}$ πολλαπλασιασθέντα ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{λε}$, συναμφότερον δὲ τὸν $β^{ον}$ καὶ τὸν $γ^{ον}$ ἐπὶ τὸν $α^{ον}$ πολλαπλασιασθέντα ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{κζ}$, καὶ ἔτι συναμφότερον τὸν $α^{ον}$ καὶ τὸν $γ^{ον}$ πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ τὸν $β^{ον}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{λβ}$.

Τετάχθω ὁ $γ^{ος}$ ϛ $\overline{α}$· λοιπὸν ἄρα ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $β^{ος}$ ϛ$^{\times}$ $\overline{λε}$· ἔστω ὁ $α^{ος}$ ϛ$^{\times}$ $\overline{ι}$· ὁ $β^{ος}$ ἔσται ϛ$^{\times}$ $\overline{κε}$.

Καὶ λοιπόν ἐστι δύο ἐπιτάγματα· τὸ συναμφότερον τὸν $β^{ον}$ καὶ τὸν $γ^{ον}$ ἐπὶ τὸν $α^{ον}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{κζ}$, ⟨καὶ ἔτι τὸ συναμφότερον τὸν $α^{ον}$ καὶ τὸν $γ^{ον}$ ἐπὶ τὸν $β^{ον}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{λβ}$⟩. ἀλλὰ ὁ $β^{ος}$ καὶ ὁ $γ^{ος}$ ἐπὶ τὸν $α^{ον}$ ⟨ποιεῖ⟩ $\overset{\circ}{M}\,\overline{ι}$ $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$· $\overset{\circ}{M}$ ἄρα $\overline{ι}$ μετὰ $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$ ἴσαι $\overset{\circ}{M}\,\overline{κζ}$. ὁ δὲ $γ^{ος}$ καὶ ὁ $α^{ος}$ ἐπὶ τὸν $β^{ον}$ ποιεῖ

$\overset{\circ}{M}\,\overline{κε}$ $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\,\overline{λβ}$, καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{ι}$ καὶ $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\,\overline{κζ}$. καὶ ὑπερέχουσιν αἱ $\overset{\circ}{M}$ τὰς $\overset{\circ}{M}$, $\overset{\circ}{M}\,\overline{ε}$· ὡσεὶ καὶ αἱ $\overset{\circ}{M}\,\overline{κε}$ $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$, $\overset{\circ}{M}\,\overline{ι}$ $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$ ὑπερεῖχον $\overset{\circ}{M}\,\overline{ε}$, ἦν ἂν ἴση ἡ ὑπεροχή.

ἀλλὰ $\overset{\circ}{M}\,\overline{κε}$ ἐκ τοῦ $β^{ου}$ εἰσίν, αἱ δὲ $\overset{\circ}{M}\,\overline{ι}$ ἐκ τοῦ $α^{ου}$ εἰσίν. θέλομεν οὖν τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι $\overset{\circ}{M}\,\overline{ε}$· αὐτοὶ δὲ ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $β^{ος}$ οὐκ εἰσὶ τυχόντες, ἀλλὰ συναμφότεροι $\overset{\circ}{M}\,\overline{λε}$ εἰσίν. γέγονεν οὖν μοι τὸν $\overline{λε}$ διελεῖν

2/3 *συναμφότερος* A (item 4). 3/4 *πολλαπλασιασθέντα Ba*, *πολλαπλασίασας* AB_1 (item 5). 7 $β^{ος}$] *Ba* add. *ἄρα*. 8 *τὸ*] *τὸν* B_1. 9—11 Lacunam suppl. *Ba* et *Auria*. 9/10 *καὶ ἔτι τὸ* scripsi, *καὶ ἔτι ὁ Auria*, *τό τε Ba*. 10 *τὸν α′ καὶ τὸν γ′ Auria*, *τὸν τρίτον καὶ τὸν πρῶτον Ba*. 11 *ποιεῖ* suppl. *Ba, Auria*. 12 $\overline{ι}$ prius] *καὶ* add. *Ba*. 14 *ἴσ.* (prius) scripsi, *καὶ* AB_1, $\overset{\circ}{M}$ *ἄρα* $\overline{κε}$ *μετὰ* $Δ^{Υ\times}\,\overline{σν}$ *ἴσαι Ba, Auria*. 16 *αἱ* om. B_1. $\overline{κε}$] $\overline{ι}$ AB_1. $\overline{ι}$] $\overline{κε}$ AB_1. 19 *εἰσὶ* B. 20/21 *συναμφότερος Ba*. 21 *εἰσὶν* om. *Ba*. *γέγονε* B.

Proponatur iam

$$(X_1 + X_2) \times X_3 \text{ facere } 35,$$

$$(X_2 + X_3) \times X_1 \text{ facere } 27,$$

et adhuc

$$(X_1 + X_3) \times X_2 \text{ facere } 32.$$

Ponatur $X_3 = x$; restat igitur

$$X_1 + X_2 = \frac{35}{x}.$$

Sit

$$X_1 = \frac{10}{x}; \quad \text{erit} \quad X_2 = \frac{25}{x}.$$

Restant duae conditiones:

$$(X_2 + X_3) \times X_1 = 27, \ \langle \text{et } (X_1 + X_3) \times X_2 = 32 \rangle.$$

Sed $(X_2 + X_3) \times X_1$ facit $10 + \frac{250}{x^2}$; ergo

$$10 + \frac{250}{x^2} = 27.$$

Item $(X_3 + X_1) \times X_2$ facit

$$25 + \frac{250}{x^2} = 32,$$

quum sit

$$10 + \frac{250}{x^2} = 27.$$

Sed differentia datorum est 5; si haberemus quoque

$$\left(25 + \frac{250}{x^2}\right) - \left(10 + \frac{250}{x^2}\right) = 5,$$

differentia aequalis foret.

Sed 25 coefficiens est ex X_2, 10 ex X_1; horum volumus differentiam esse 5. Sed X_1 et X_2 non sunt ad libitum sumpti, quum summa coefficientium sit 35. Est igitur mihi 35 partiendus in duos numeros quo-εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ ἕτερος τοῦ ἑτέρου ὑπερέχῃ Μ̊ ε̅· καὶ ἔστιν ὁ μὲν ι̅ε̅, ὁ δὲ κ̅.

τάσσω τὸν μὲν $α^{ον}$ $ϛ^{\times}$ ι̅ε̅, τὸν δὲ $β^{ον}$ $ϛ^{\times}$ κ̅· καὶ συναμφότερος ὁ $β^{ος}$ καὶ ὁ $γ^{ος}$ ἐπὶ τὸν $α^{ον}$ ποιεῖ Μ̊ ι̅ε̅ $Δ^{Υ\times}$ τ̅ ἴσ. Μ̊ κ̅ζ̅· συναμφότερος δὲ ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $γ^{ος}$ ἐπὶ τὸν $β^{ον}$ ποιεῖ Μ̊ κ̅ $Δ^{Υ\times}$ τ̅ ἴσ. Μ̊ λ̅β̅. καὶ ἐὰν Μ̊ κ̅ $Δ^{Υ\times}$ τ̅ ἰσώσω Μ̊ λ̅β̅, γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ε̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ Μ̊ γ̅, ὁ δὲ $β^{ος}$ Μ̊ δ̅, ὁ δὲ $γ^{ος}$ Μ̊ ε̅.

ιϛ.

Εὑρεῖν ⟨τρεῖς⟩ ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος προσλαβὼν τὸν ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μέσος ϛ ὁσωνδήποτε· ἔστω ϛ δ̅. καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν ἀπὸ τοῦ $α^{ου}$ $□^{ον}$ προσλαβόντα τὸν $β^{ον}$ ποιεῖν $□^{ον}$, ἀπῆκται εἰς τὸ εὑρεῖν τίς $□^{ος}$ προσλαβὼν ϛ δ̅ ποιεῖ $□^{ον}$.

Ζήτησον πρῶτον ἀριθμοὺς δύο ὧν τὸ ὑπό ἐστιν ϛ δ̅· μετροῦσιν ϛ β̅ κατὰ Μ̊ β̅· καὶ ἐὰν τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τοῦ ∠′ τάξω τὸν $α^{ον}$, ἔσται ϛ α̅ ⋔ Μ̊ α̅, καὶ λέλυταί μοι ὥστε τὸν ἀπὸ τοῦ $α^{ου}$ $□^{ον}$ προσλαβόντα τὸν $β^{ον}$ ποιεῖν $□^{ον}$.

δεῖ δὲ καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου $□^{ον}$ προσλαβόντα τὸν $γ^{ον}$ ποιεῖν $□^{ον}$, τουτέστι $Δ^{Υ}$ ι̅ϛ̅ μετὰ τοῦ $γ^{ου}$

2 ἐστὶ *Ba*. 4 *Ba* add. καὶ ante $Δ^{Υ\times}$ (item 6). 5 τὸν (ante $β^{ον}$) om. *Ba*. 6 ἐὰν] ἐπεὶ *Ba*. κ̅ post. scripsi, ι̅ε̅ AB. 7 λ̅β̅] κ̅ζ̅ *Ba*. 11 τρεῖς suppl. *Ba*. 18 ζητῶ πρότερον *Auria*. πρῶτον om. *Ba*. ἐστι B. 19 μετροῦσιν] *Auria* add. δὲ $ϛ^{οὺς}$ δ̅. 23 δεῖ .... μέσου $□^{ον}$] λοιπόν ἐστι τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνον *Ba*. δὲ] δὴ AB. 24 ποιεῖν $□^{ον}$] *Auria* add. ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

rum alter alterum superet 5 unitatibus.[1]) Est alter 15, alter 20.

Pono igitur

$$X_1 = \frac{15}{x}, \quad X_2 = \frac{20}{x}.$$

$$(X_2 + X_3) \times X_1 \text{ facit } 15 + \frac{300}{x^2} = 27;$$

$$(X_1 + X_3) \times X_2 \text{ facit } 20 + \frac{300}{x^2} = 32;$$

et si aequo

$$20 + \frac{300}{x^2} = 32, \quad \text{fit } x = 5.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 3, \quad X_2 = 4, \quad X_3 = 5.$$

XVI.

Invenire ⟨tres⟩ numeros quorum summa sit quadrato aequalis, et uniuscuiusque quadratus, plus sequente numero, faciat quadratum. 17

Ponatur medius (X_2) esse x cum coefficiente quolibet; esto $4x$. Quoniam volo $X_1^2 + X_2$ facere □, deducor ad inveniendum quis quadratus, plus $4x$, faciat □.

Quaere primum numeros duos quorum productus sit $4x$; huius divisor et quotiens sunt $2x$ et 2, quorum dimidiae differentiae si aequalem pono X_1, erit $x - 1$, et soluta est conditio: $X_1^2 + X_2$ facere □.

Sed oportet quoque $X_2^2 + X_3$ facere □, hoc est $16x^2 + X_3$ facere □. Ergo si a quodam □ subtraho

1) Problema I, I.

⟨ποιεῖν⟩ □ον· ἐὰν ἄρα ἀπό τινος □ου ἀφέλω τὰς ΔΥ ιϛ, ἕξω τὸν γον· τάσσω τὸν □ον ἀπὸ τῆς πλ. τῶν ΔΥ ιϛ, ϛ δ Μ̊ α· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □ος ΔΥ ιϛ ϛ η Μ̊ α. ἐὰν ἀφέλω τὰς ΔΥ ιϛ, λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ γος ϛ η Μ̊ α.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τοὺς τρεῖς ἴσους εἶναι □ῳ, εἰσὶ δὲ οἱ τρεῖς ϛ ιγ, ταῦτα ἴσα □ῳ· ἔστω τετραγωνικαῖς ΔΥ ρξθ· καὶ γίνεται ὁ ϛ ΔΥ ιγ. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ αος ΔΥ ιγ ⋀ Μ̊ α, ὁ βος ΔΥ νβ, ὁ γος ΔΥ ρδ Μ̊ α, καὶ λέλυταί μοι ἐν τῷ ἀορίστῳ τρία τῶν ἐπιταγμάτων.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γου □ον, τουτέστι ΔΥΔ α. ωιϛ ΔΥ ση Μ̊ α, μετὰ τοῦ αου, τουτέστι ΔΥ ιγ ⋀ Μ̊ α, ποιεῖν □ον· ποιεῖ δὲ ΔΥΔ α. ωιϛ ΔΥ σκα ἴσ. □ῳ. πάντα παρὰ ΔΥ· γίνονται ἄρα ΔΥ α. ωιϛ Μ̊ σκα ἴσ. □ῳ, τῷ ἀπὸ πλ. ϛ ρδ Μ̊ α. καὶ γίνεται ὁ ϛ νβ/νε.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος ͵βψδ/γ. ͵ϛχκα, ὁ δὲ βος ͵βψδ/ιε. ͵ζτ, ὁ δὲ γος ͵βψδ/λα. ͵ζτδ.

ιζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος λείψας τὸν ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω πάλιν ὁ μέσος ϛ δ, καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν ἀπὸ τοῦ αου □ον λείψαντα τὸν βον, τουτέστι τοὺς δ ϛ,

1 ποιεῖν suppl. *Ba*. ἀπό] ἐκ B_1. 2 τῆς om. B_1. ιϛ] *Ba* add. τουτέστι. 3 ἐὰν . . . Μ̊ α (4) om. B_1. 5 εἰσὶν A. 10 τουτέστι *Ba*, τούτων AB. 11 ͵α, ωιϛ *Ba*, ͵αωι ϛ A, ͵αωι καὶ B (item 12). 15/16 αος μ̊ γ. ͵ϛκα . . . βος ιε. ͵ζτοδ . . . γος μ̊ λα. ͵ζτδ AB_1. 19 ποιεῖ B_1. 22 λείψει τοῦ δευτέρου *Ba*. τουτέστι τοὺς δ ϛ om. *Ba*.

$16x^2$, habebo X_3. Pono □ (secundum radicem ex $16x^2$) a $4x+1$. Erit ipse □ $= 16x^2 + 8x + 1$. Si subtraho $16x^2$, remanebit

$$X_3 = 8x + 1.$$

Rursus, quoniam volo $X_1 + X_2 + X_3 =$ □, at haec summa est $13x$, aequetur □; esto cum coefficiente quadratico, $169x^2$; fit $x = 13x^2$. Ad positiones: erit

$$X_1 = 13x^2 - 1, \quad X_2 = 52x^2, \quad X_3 = 104x^2 + 1,$$

et solutae sunt in indeterminato tres conditiones.

Restat ut X_3^2 (hoc est $10816x^4 + 208x + 1$) plus X_1 (hoc est plus $13x^2 - 1$) faciat □; sed facit

$$10816x^4 + 221x^2 = □.$$

Omnia per x^2; fit

$$10816x^2 + 221 = □\text{: a radice } (104x + 1)$$

unde

$$x = \frac{55}{52}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{36621}{2704}, \quad X_2 = \frac{157300}{2704}, \quad X_3 = \frac{317304}{2704}.$$

XVII.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadrato 18
aequalis, et uniuscuiusque quadratus, minus sequente numero, faciat quadratum.

Ponatur rursus $X_2 = 4x$, et quoniam volo: $X_1^2 - X_2$

ποιεῖν □ᵒᵛ, ἀπῆκταί μοι ⟨εἰς τὸ⟩ εὑρεῖν τίς ὁ □ᵒˢ λείψας ς δ̄ ποιεῖ □ᵒᵛ.

Καὶ ζητῶ πρότερον ἀριθμοὺς δύο ὧν τὸ ὑπό ἐστιν ς δ̄. μετροῦσι δὲ ςᵒᵘˢ δ̄, $\mathring{M}$ β̄ κατὰ ς β̄. νῦν τῆς συνθέσεως αὐτῶν λαβὼν τὸ ∠′, τάσσω τὸν αᵒᵛ ς ᾱ $\mathring{M}$ ᾱ, καὶ λέλυταί μοι ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ἀπὸ τοῦ βᵒᵘ □ᵒᵛ, τουτέστι Δ^{Y} ις̄, λείψαντα τὸν γᵒᵛ, ποιεῖν □ᵒᵛ, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν Δ^{Y} ις̄ ἄρωμέν τινα □ᵒᵛ, ἀπὸ ς δ̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ, γίνονται Δ^{Y} ις̄ $\mathring{M}$ ᾱ ⋔ ς η̄· ταῦτα ἀφαιρῶ ἀπὸ Δ^{Y} ις̄· λοιποὶ ς η̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ. τάσσω οὖν τὸν γᵒᵛ ς η̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ· καὶ λέλυται ἕτερον ἐπίταγμα.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τοὺς τρεῖς, τουτέστιν ς ιγ̄, ἴσους εἶναι □ᵠ, ἔστω Δ^{Y} ὁ ἴσος ρξθ̄, καὶ γίνεται ὁ ς Δ^{Y} ιγ̄. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αᵒˢ Δ^{Y} ιγ̄ $\mathring{M}$ ᾱ, ὁ δὲ βᵒˢ Δ^{Y} νβ̄, ὁ δὲ γᵒˢ Δ^{Y} ρδ̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ, καὶ πάλιν λέλυταί μοι ἐν τῷ ἀορίστῳ τρία τῶν ἐπιταγμάτων.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γᵒᵘ □ᵒᵛ λείψαντα τὸν αᵒᵛ ποιεῖν □ᵒᵛ· ἀλλὰ ὁ ἀπὸ τοῦ γᵒᵘ □ᵒˢ λείψας τὸν αᵒᵛ ποιεῖ $\Delta^{Y}\Delta$ ᾱ. ωις̄ ⋔ Δ^{Y} σκᾱ ἴσ. □ᵠ. καὶ πάντα παρὰ Δ^{Y}· γίνονται Δ^{Y} ᾱ. ωις̄ ⋔ $\mathring{M}$ σκᾱ ἴσ. □ᵠ· τῷ ἀπὸ πλ. ς ρδ̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ς
ρδ
ρια.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αᵒˢ
ᾱ. ωις̄
ιζ. Ϡπθ, ὁ δὲ βᵒˢ
ᾱ. ωις̄
ξδ. χϟβ, ὁ δὲ γᵒˢ
ᾱ. ωις̄
ρκζ. φξη.

1 εἰς τὸ suppl. *Ba, Auria.* ὁ-om. B_1. 2 λήψας AB. 3 ἔστι *Ba.* 4 ςᵒᵘˢ δ̄, $\mathring{M}$ β̄ κατὰ ς β̄] ἀριθμοὶ β̄ $\mathring{M}$ β̄ *Ba.* 8 λείψαντα *Ba*, ⋔ A, λήψειν B. 9 τινα □ᵒᵛ] *Ba* add. ἕξωμεν τὸν τρίτον, πλάσσω τὸν τετράγωνον. 10/11 λοιποὶ ς η̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ scripsi, ⋔ ς η̄ $\mathring{M}$ ᾱ AB_1, λοιπὸς ἄρα ὁ γ′ ς η̄ ⋔ $\mathring{M}$ ᾱ *Auria,* om. *Ba.* 11 τάσσω οὖν τὸν τρίτον] λοιπός ἐστι ὁ τρίτος *Ba.* 13 τουτέστι *Ba.* 14 ὁ ἴσος] ὁ ϥ̊ A, ὁ ἀριθμὸς B, om. *Ba.* 17 τρία] τρίτῳ AB_1. 18/19 λήψει τοῦ πρώτου B_1. 19 λήψας AB. 22 ρδ] δ̄ AB_1. 23 ιζ. μ̊ πκθ *Ba.* 24 ξδ. μ̊ χϟβ AB.

(hoc est minus $4x$) facere □, deducor ad inveniendum quis quadratus, minus $4x$, faciat □.

Et quaero primum numeros duos quorum productus sit $4x$; huius $4x$ divisor et quotiens sunt 2 et $2x$; quorum nunc summam dimidiam sumens, pono $X_1 = x + 1$, et soluta est una conditio.

Rursus, quoniam volo X_2^2 (hoc est $16x^2$) $- X_3$ facere □, si a $16x^2$ subtrahimus quendam □, (esto a $4x - 1$, fit $4x^2 + 1 - 8x$, quae subtrahimus a $16x^2$), remanent $8x - 1$.

Pono igitur $X_3 = 8x - 1$, et soluta est secunda conditio.

Rursus, quoniam volo $(X_1 + X_2 + X_3)$, hoc est $13x$, aequalem esse □, esto aequalis $169x^2$, et fit $x = 13x^2$. Ad positiones. Erit

$$X_1 = 13x^2 + 1,\quad X_2 = 52x^2,\quad X_3 = 104x^2 - 1,$$

et rursus solutae sunt mihi in indeterminato tres conditiones.

Restat ut $X_3^2 - X_1$ faciat □; sed $X_3^2 - X_1$ facit

$$10816x^4 - 221x^2 = \square.$$

Omnia per x^2; fit

$$10816x^2 - 221 = \square : \text{a radice } (104x - 1),$$

unde

$$x = \frac{111}{104}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{170989}{10816},\quad X_2 = \frac{640692}{10816},\quad X_3 = \frac{1270568}{10816}.$$

ιη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμούς, ὅπως ὁ ἀπὸ ⟨τοῦ⟩ πρώτου κύβος προσλαβὼν τὸν δεύτερον ποιῇ κύβον, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνος προσλαβὼν τὸν πρῶτον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\varsigma\,\bar{\alpha}$· *ὁ ἄρα* $\beta^{o\varsigma}$ *ἔσται* $\mathring{M}$ *κυβικαὶ* $\bar{\eta} \pitchfork K^Y\bar{\alpha}$. *καὶ γίνεται ὁ ἀπὸ τοῦ* α^{ou} *κύβος, προσλαβὼν τὸν* β^{ov}, *κύβος.*

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ β^{ou} $\square^{ov}$, *προσλαβόντα τὸν* α^{ov}, *ποιεῖν* $\square^{ov}$. *ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ* β^{ou} $\square^{o\varsigma}$, *προσλαβὼν τὸν* α^{ov}, *ποιεῖ* $K^YK\,\bar{\alpha}\ \varsigma\,\bar{\alpha}\ \mathring{M}\,\overline{\xi\delta} \pitchfork K^Y\,\overline{\iota\varsigma}$· ⟨*ταῦτα ἴσα* $\square^{\omega}$ *τῷ ἀπὸ* $\pi^{\lambda.}$ $K^Y\bar{\alpha}\ \mathring{M}\,\bar{\eta}$, *τουτέστι* $K^YK\,\bar{\alpha}\ K^Y\,\overline{\iota\varsigma}\ \mathring{M}\,\overline{\xi\delta}$·⟩ *καὶ κοινῶν προστιθεμένων τῶν λειπομένων καὶ ἀφαιρουμένων τῶν ὁμοίων ἀπὸ ὁμοίων, λοιποὶ* $K^Y\,\overline{\lambda\beta}$ *ἴσοι* $\varsigma\,\bar{\alpha}$· *καὶ πάντα παρὰ* ς· $\Delta^Y\,\overline{\lambda\beta}$ *ἴσαι* $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$.

Καὶ ἔστιν ἡ $\mathring{M}$ $\square^{o\varsigma}$, *καὶ* $\Delta^Y\,\overline{\lambda\beta}$ *εἰ ἦσαν* $\square^{o\varsigma}$, *λελυμένη ἄν μοι ἦν ἡ ἴσωσις· ἀλλ' αἱ* $\Delta^Y\,\overline{\lambda\beta}$ *εἰσὶν* ⟨*ἐκ τῶν*⟩ *δὶς* $K^Y\,\overline{\iota\varsigma}$· *οἱ δὲ* $K^Y\,\overline{\iota\varsigma}$ *εἰσιν ὑπὸ τῶν δὶς* $\mathring{M}\,\bar{\eta}$ *καὶ τοῦ* $K^Y\bar{\alpha}$, *τουτέστι δὶς τῶν* $\mathring{M}\,\bar{\eta}$· *ὥστε αἱ* $\overline{\lambda\beta}\,\Delta^Y$ *ἐκ* $\delta^{\varkappa\iota\varsigma}$ *τῶν* $\bar{\eta}\,\mathring{M}$. *γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν κύβον ὃς* $\delta^{\varkappa\iota\varsigma}$ *γενόμενος ποιεῖ* $\square^{ov}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος $K^Y\bar{\alpha}$· *οὗτος* $\delta^{\varkappa\iota\varsigma}$ *γενόμενος ποιεῖ* $K^Y\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$. *ἔστω* $\Delta^Y\,\overline{\iota\varsigma}$· *καὶ γίνεται ὁ* ς $\mathring{M}\,\bar{\delta}$. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ* $K^Y\ \mathring{M}\,\overline{\xi\delta}$.

Τάσσω ἄρα τὸν β^{ov} $\mathring{M}\,\overline{\xi\delta} \pitchfork K^Y\bar{\alpha}$. *καὶ λοιπόν ἐστι τὸν ἀπὸ ⟨τοῦ⟩* β^{ou} $\square^{ov}$ *προσλαβόντα τὸν* α^{ov} *ποιεῖν* $\square^{ov}$. *ἀλλὰ ὁ ἀπὸ τοῦ* β^{ou} *προσλαβὼν τὸν* α^{ov} *ποιεῖ* $K^YK\,\bar{\alpha}\ \mathring{M}\,\overline{{}_{,}\delta\,\text{ϟ}\varsigma}\ \varsigma\,\bar{\alpha} \pitchfork K^Y\,\overline{\rho\varkappa\eta}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$ *τῷ ἀπὸ* $\pi^{\lambda.}$ $K^Y\bar{\alpha}$

2 τοῦ suppl. *Ba.* 8 κύβος] κύβον AB$_1$. 8 κύβος] κύβον AB$_1$. 11—13 Lacunam suppl. *Ba*, ἴσους $\square^{\omega}$ τῷ ἀπὸ $\pi^{\lambda.}$ $K^Y\bar{\alpha}\ M\bar{\eta}$ *Auria.* 13 λειπομένων scripsi, λειπόντων AB.

XVIII.

Invenire duos numeros tales ut primi cubus plus secundo faciat cubum, et secundi quadratus plus primo faciat quadratum. 19

Ponatur $X_1 = x$. Erit igitur X_2 cum unitatibus cubicis, esto $8 - x^3$. Et fit $X_1{}^3 + X_2 =$ cubo.

Restat ut $X_2{}^2 + X_1$ faciat $\square$. Sed $X_2{}^2 + X_1$ facit

$x^6 + x + 64 - 16x^3$; ⟨ista aeq. $\square$ ab $(x^3 + 8)$, hoc est $x^6 + 16x^3 + 64$⟩.

Utrimque addantur negata et auferantur similia a similibus; linquitur

$$32x^3 = x,$$

et omnia per x,

$$32x^2 = 1.$$

Sed 1 est $\square$; si 32 coefficiens x^2 foret quoque $\square$, solveretur aequatio; sed $32x^2$ est ex $2.(16x^3)$; $16x^3$ est $2.(8) \times x^3$, hoc est ex 2×8; sic $32x^2$ est ex 4×8. Est igitur mihi quaerendus cubus qui, quater sumptus, faciat $\square$.

Sit quaesitus $= x^3$; quater sumptus, fit

$$4x^3 = \square;\quad \text{esto} = 16x^2,\quad \text{et fit}\quad x = 4.$$

Ad positiones; cubus erit 64.

Pono igitur $X_2 = 64 - x^3$, et restat ut $X_2{}^2 + X_1$ faciat $\square$. Sed $X_2{}^2 + X_1$ facit:

$x^6 + 4096 + x - 128x^3 = \square$: a radice $(x^3 + 64)$.

14 ἀπὸ τῶν ὁμοίων *Ba.* 16 ἐστὶ *Ba.* 17 ἴσωσις corr. ex ἰσότης A. εἰσὶ B. 17/18 ἐκ τῶν addidi. 18 δὶς] $\bar{\delta}$ ἴσοι AB$_1$. ὑπὸ] ἀπὸ *Ba.* 20 γέγονε *Ba.* 21 $\delta^{\varkappa\iota\varsigma}$] τετράκις *Ba*, Δ^K A, διακεκριμένος B. ποιῇ *Ba.* 22 $\delta^{\varkappa\iota\varsigma}$] διακεκριμένος AB$_1$. 26 τοῦ suppl. *Ba.* 27 ἀλλ' ὁ *Ba.*

M̊ ξ̄δ̄· καὶ γίνεται ὁ □^{ος} K^{Y}K ᾱ M̊ ͵δ̄ς̄ K^{Y} ρ̄κ̄η̄. καὶ γίνονται λοιποὶ K^{Y} σ̄ν̄ς̄ ἴσ. ϛ ᾱ. καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨ιϛ^{ου}⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ α^{ος} ἑνὸς ιϛ^{ου}, ὁ δὲ β^{ος} κ̄ϛ̄. $\frac{͵δ\,ς}{͵βρμγ}$.

ιθ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν τῷ ἀορίστῳ, ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν μετὰ μονάδος μιᾶς ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου} μετὰ M̊ ᾱ ποιεῖν □^{ον}, ἐὰν ἀπό τινος □^{ου} ἀφέλω τὴν M̊, ἕξω τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου}. πλάσσω □^{ον} ἀπὸ ϛ ὁσωνδήποτε καὶ M̊ ᾱ· ἔστω ϛ ᾱ M̊ ᾱ· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □^{ος} Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ M̊ ᾱ· ἐὰν ἀφέλω τὴν M̊ ᾱ, λοιπὰ Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄· ἔσται ὁ ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου}.

ἔστω ὁ β^{ος} ϛ ᾱ, ὁ ἄρα α^{ος} ἔσται ϛ ᾱ M̊ β̄.

πάλιν ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου} ποιεῖν □^{ον} μετὰ M ᾱ, ἐὰν ὁμοίως ἀπό τινος □^{ου} ἀφέλω M̊ ᾱ, ἕξω τὸν ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου}. πεπλάσθω ὁ □^{ος} ἀπὸ ϛ γ̄ M̊ ᾱ, ἔσται ὁ □^{ος} Δ^{Y} θ̄ ϛ ϛ̄ M̊ ᾱ. ἐὰν ἄρα ἀφέλω M̊ ᾱ, γίνονται Δ^{Y} θ̄ ϛ ϛ̄. δεῖ ἄρα τὸν ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου} εἶναι Δ^{Y} θ̄ ϛ ϛ̄, ὧν ὁ β^{ος} ἐστιν ϛ ᾱ. λοιπὸς ἄρα ὁ γ^{ος} ἔσται ϛ θ̄ M̊ ϛ̄.

---

1 K^{Y} ρ̄κ̄η̄ *Ba*, ἀριθμοῦ ᾱ ⋀ K^{Y} ρη A, ἀριθμοῦ ἑνὸς λείψει κύβων ρ̄κ̄η̄ B. 2/3 ἑνὸς ιϛ^{ου}] ᾱ ε̄ A, εἷς ε̄ B$_1$. 4 ἑνὸς ι̅ϛ̅ AB$_1$. 11 ἀπὸ] ἐκ B. 12 πλάττω B$_1$. 14 λοιπὸν *Ba*. ὁ] τὸ AB. 16 ᾱ prius] δ̄ AB$_1$. 19 γ^{ου}] AB$_1$ add. ποιεῖν τετράγωνον. πεπλάσσω *Ba*. 22 ἐστι A*Ba*.

Fit
$$\square = x^6 + 4096 + 128x^3,$$
et remanent
$$256x^3 = x, \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{16}.$$

Ad positiones; erit
$$X_1 = \frac{1}{16}, \quad X_2 = \frac{262143}{4096}.$$

XIX.

Invenire tres numeros in indeterminato, tales ut binorum quorumvis productus, plus unitate, faciat quadratum.

Quoniam volo $X_1 X_2 + 1$ facere $\square$, si a quodam quadrato subtraho 1, habebo $X_1 X_2$.

Formo quadratum ab x cum quolibet coefficiente, plus 1. Esto ab $x + 1$; erit ipse quadratus
$$x^2 + 2x + 1;$$
si subtraho 1, remanent $x^2 + 2x$; quod erit $X_1 X_2$. Sit
$$X_2 = x, \quad \text{erit ergo} \quad X_1 = x + 2.$$

Rursus quoniam volo $X_2 X_3 + 1$ facere $\square$, si subtraho similiter 1 a quodam quadrato, habebo $X_2 X_3$.

Formetur quadratus a $(3x + 1)$; erit ipse
$$\square = 9x^2 + 6x + 1,$$
a quo si subtraho 1, fit $9x^2 + 6x$. Oportet igitur
$$X_2 X_3 = 9x^2 + 6x;$$
quum sit
$$X_2 = x,$$
remanet
$$X_3 = 9x + 6.$$

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ γ^{ου} μετὰ Μ̊ ᾱ ποιεῖν □^{ον}, ἀλλὰ ὁ ὑπὸ α^{ου} καὶ γ^{ου} μετὰ Μ̊ ᾱ ἐστι Δ^{Υ} θ̄ ϛ κ̄δ̄ Μ̊ ι̅γ̅, ἴσ. □^{ῳ}. καὶ ἔχω τὰς Δ^{Υ} τετραγωνικάς· ⟨εἰ καὶ αἱ Μ̊ ἦσαν τετραγωνικαί⟩ καὶ τὸ δὶς τὸ ὑπὸ τῶν πλευρῶν τῶν Δ^{Υ} καὶ τῶν Μ̊ ἴσον ἦν τοῖς ϛ, ἦν ἂν ἀορίστως τὰ τρία ἐπιτάγματα λελυμένα.

ἀλλ' αἱ Μ̊ ι̅γ̅ εἰσιν ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν Μ̊ β̄ καὶ Μ̊ ϛ̄ μετὰ Μ̊ ᾱ, ἀλλ' αἱ μὲν Μ̊ β̄ ἐκ τοῦ δὶς ὑπὸ ϛ ᾱ καὶ Μ̊ ᾱ, αἱ δὲ Μ̊ ϛ̄ πάλιν ἐκ τοῦ δὶς ὑπὸ ϛ γ̄ καὶ Μ̊ ᾱ. θέλω δὶς τοὺς ϛ ἐπὶ δὶς τοὺς ϛ μετὰ Μ̊ ᾱ ποιεῖν □^{ον}. ἀλλὰ δὶς οἱ ϛ ἐπὶ δὶς τοὺς ϛ ὁ δ^{κις} ὑπὸ τῶν ϛ ἐστιν. θέλω οὖν τὸν δ^{κις} ὑπ' αὐτῶν μετὰ Μ̊ ᾱ ποιεῖν □^{ον}. ἀλλὰ μὴν καὶ πάντων δύο ἀριθμῶν ὁ δ^{κις} ὑπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ποιεῖ □^{ον}. ἐὰν οὖν τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν Μ̊ ᾱ κατασκευάσωμεν, ὁ δ^{κις} ὑπ' αὐτῶν μετὰ Μ̊ ᾱ ποιεῖ □^{ον}.

Εἰ οὖν ὁ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν Μ̊ ᾱ, καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἐστι Μ̊ ᾱ. δεῖ οὖν ἀπὸ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς ϛ πλάσσειν καὶ Μ̊ ᾱ, ἀπὸ ϛ ᾱ καὶ Μ̊ ᾱ καὶ ἀπὸ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ. καὶ ἔσται ὁ μὲν ἀπὸ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ □^{ος}, Δ^{Υ} ϛ β̄ Μ̊ ᾱ. ἐὰν ἀφέλω τὴν Μ̊, λοιπὸν γίνεται Δ^{Υ} ᾱ ϛ β̄. δεῖ ἄρα τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου} εἶναι Δ^{Υ} ᾱ ϛ β̄. τετάχθω ὁ β^{ος} ϛ ᾱ· λοιπὸς ἄρα ὁ α^{ος} ἔσται ϛ ᾱ Μ̊ β̄.

Πάλιν, ἐπεὶ ὁ ἀπὸ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ □^{ος} ἐστι Δ^{Υ} δ̄ ϛ δ̄ Μ̊ ᾱ,

---

2 ἀλλὰ . . . Μ̊ ᾱ om. *Ba*. 4 εἰ δὲ καὶ αἱ Μ̊ ἦσαν τετραγωνικαὶ suppl. *Ba*. τὸ post. om *Ba*. 8 δὶς om. B_1. 10 θέλω οὖν δὶς *Ba*. 11 τετράκις *Ba*, διακεκριμένος AB (item 12, 13). 14 αὐτῶν] *Ba* add. τετραγώνου. 15 μονάδα μίαν post κατασκευάσωμεν B_1. 17 ὁ om. B_1. 19 καὶ Μ̊ ᾱ prius] τετραγώνους. ἔστω *Ba*. καὶ alt. om. *Ba*. 21 λοιπὸς AB. 22 τὸ AB.

Rursus, quoniam volo $X_1X_3 + 1$ facere □, at $X_1X_3 + 1$ est

$$9x^2 + 24x + 13 = \square.$$

Habeo coefficientem x^2 quadratum; ⟨si foret quoque quadraticus coefficiens unitatis⟩ et duplus productus radicum e coefficientibus x^2 et 1 foret aequalis coefficienti x, tres conditiones solverentur in indeterminato.

Sed 13 (coefficiens 1) factus est ex $2 \times 6 + 1$; 2 ex bis $x \times 1$, 6 rursus ex bis $3x \times 1$. Volo igitur 2^{plum} coefficientem x in 2^{plum} coefficientem x, addito 1, facere □. Sed 2^{plus} coefficiens x in 2^{plum} coefficientem x est 4^{plus} productus coefficientium. Volo igitur 4^{plum} productum coefficientium, plus 1, facere □. Sed omnium binorum numerorum 4^{plus} productus plus quadrato differentiae facit □; ergo si quadratum differentiae construamus aequalem 1, 4^{plus} productus, plus 1, faciet □.

Sed si quadratus differentiae est 1, differentia quoque erit 1; oportet igitur formare ab x, cum coefficientibus deinceps sumptis, plus 1, esto ab $(x+1)$ et $(2x+1)$. Erit

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1.$$

Si subtraho 1, remanet $x^2 + 2x$. Oportet igitur esse

$$X_1X_2 = x^2 + 2x.$$

Ponatur

$$X_2 = x;$$

remanet igitur

$$X_1 = x + 2.$$

Rursus, quoniam

$$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1,$$

ἐὰν ὁμοίως ἀφέλω τὴν $\mathring{M}\bar{\alpha}$, λοιπὸς γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\bar{\delta}$· δεῖ δὴ τὸν ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ εἶναι $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\bar{\delta}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$ ἐστιν ς $\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\delta}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$.

Καὶ λέλυται ἐν τῷ ἀορίστῳ, ὥστε τὸν ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, καὶ γίνεται ὁ ς ὅσου τις θέλει. τὸ γὰρ ἀορίστως ζητεῖν ἐστιν ἵνα ἡ ὑπόστασις τοιαύτη ᾖ, ἵνα ὅσου τις θέλει τὸν ς εἶναι, ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις ποιήσας, σώσῃ τὸ ἐπίταγμα.

κ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν μονάδα μίαν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ εἶναι $\square^{ον}$, ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἄρω $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἕξω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$. πλάσσω $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ καὶ γίνεται αὐτὸς ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $M\bar{\alpha}$. ἐὰν ἀφέλω τὴν $\mathring{M}\bar{\alpha}$, λοιπὸς γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$. ἔστω ὁ $\alpha^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$· ⟨ὁ ἄρα $\beta^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}$⟩ $\mathring{M}\bar{\beta}$.

Πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, πλάσσω $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς διὰ τὸ προδειχθέν, καὶ λαβὼν τὸν ἀπό, αἴρω τὴν $\mathring{M}\bar{\alpha}$, καὶ τάσσω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\bar{\delta}$, ὧν ὁ $\alpha^{ος}$ ἐστιν ς $\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἐστὶν ς $\bar{\delta}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$.

---

4 τῷ B, τῇ A *Ba*. 6 τὸ] τῷ AB_1. ἀορίστω B_1. 10/11 ὁποιοῦν AB_1. 11 ποιεῖ AB_1. 12 ἐπεὶ] ἐπὶ A. 17 ὁ ἄρα $\beta^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}$ suppl. *Ba*, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ κ. τ. ἑ. *Auria*. 21 ἐστὶ *Ba*. 22 ἐστὶ A.

si subtraho similiter 1, remanet $4x^2 + 4x$; oportet nempe esse

$$X_2 X_3 = 4x^2 + 4x;$$

quorum quum sit

$$X_2 = x,$$

remanet

$$X_3 = 4x + 4.$$

Solutum est problema in indeterminato, ita ut binorum quorumvis productus, plus unitate, faciat quadratum, et x fit quoti quisque velit. Hoc est enim in indeterminato quaerere talem fieri positionem ut, quoti quisque velit esse x, ad positiones eundo, conditioni satisfactum sit.

XX.

Invenire quatuor numeros tales ut binorum quo- 21
rumvis productus, plus unitate, faciat quadratum.

Quoniam volo $X_1 X_2 + 1$ esse $\square$, si a quodam $\square$ subtraho 1, habebo $X_1 X_2$. Formo $\square$ ab $(x + 1)$ et fit ipse

$$\square = x^2 + 2x + 1.$$

Si subtraho 1, remanet $x^2 + 2x = X_1 X_2$.

Sit $X_1 = x$, ⟨ergo $X_2 = x$⟩ $+ 1$.

Rursus, quoniam volo $X_1 X_3 + 1$ facere $\square$, formo $\square$ ab $(2x + 1)$, cum coefficiente x deinceps sumpto, secundum praecedentem demonstrationem[1]); quadratum sumens, subtraho 1 et pono $X_1 X_3 = 4x^2 + 4x$, quorum quum sit $X_1 = x$, remanet igitur

$$X_3 = 4x + 4.$$

---

1) Vide problema praecedens. Si

$$xy + 1 = [mx + 1]^2, \quad xz + 1 = [(m+1)x + 1]^2,$$

erit

$$yz + 1 = [m(m+1)x + 2m + 1]^2.$$

Πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ τοῦ $α^{ου}$ καὶ $δ^{ου}$ μετὰ $\mathring{M}\,\bar{α}$ ποιεῖν $□^{ον}$, πλάσσω $□^{ον}$ ἀπὸ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς, ς $\bar{γ}$ $\mathring{M}\,\bar{α}$, καὶ λαβὼν τὸν ἀπό, ἀφελὼν $\mathring{M}\,\bar{α}$, ἕξω τὸν ὑπὸ $α^{ου}$ καὶ $δ^{ου}$ $Δ^{Y}\,\bar{θ}$ ς $\bar{ϛ}$, ὧν ὁ $α^{ος}$ ἐστιν ς $\bar{α}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $δ^{ος}$ ἔσται ς $\bar{θ}$ $\mathring{M}\,\bar{ϛ}$.

Καὶ ἐπεὶ συμβαίνει τὸν ὑπὸ τοῦ $γ^{ου}$ καὶ $δ^{ου}$ μετὰ $\mathring{M}\,\bar{α}$ ποιεῖν $□^{ον}$, ἀλλὰ ὁ ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $δ^{ου}$ μετὰ $\mathring{M}\,\bar{α}$ ποιεῖ

$Δ^{Y}\,\bar{θ}$ ς $\overline{κδ}$ $\mathring{M}\,\overline{ιγ}$, ἴσ. $□^{ῳ}$ τῷ ἀπὸ $π^{λ.}$ ς $\bar{γ}$ ⋀ $\mathring{M}\,\bar{δ}$· καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨$ιϛ^{ου}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\bar{α}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overline{λγ}$, ὁ δὲ $γ^{ος}$ $\overline{ξη}$, ὁ δὲ $δ^{ος}$ $\overline{ρε}$.

κα.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἀνάλογον, ὅπως δύο ὁποιωνοῦν ἡ ὑπεροχὴ ᾖ τετράγωνος.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων ς $\bar{α}$, ὁ δὲ μέσος ς $\bar{α}$ $\mathring{M}\,\bar{δ}$, ἵνα ἡ ὑπεροχὴ ᾖ $□^{ος}$, ὁ δὲ $γ^{ος}$ ς $\bar{α}$ $\mathring{M}\,\overline{ιγ}$, ἵνα καὶ ἡ τούτου πρὸς τὸν μέσον ὑπεροχὴ ᾖ $□^{ος}$.

ἔτι δέ, εἰ ἡ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ὑπεροχὴ ἦν $□^{ος}$, ἦν ἂν λελυμένον ἐν τῷ ἀορίστῳ δύο ὁποιωνοῦν ἡ ὑπεροχὴ $□^{ος}$.

ὁ δὲ μέγιστος τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχει $\mathring{M}\,\overline{ιγ}$· αἱ δὲ $\mathring{M}\,\overline{ιγ}$ συντεθεῖσαί εἰσι $□^{ων}$ τοῦ $\bar{δ}$ καὶ τοῦ $\bar{θ}$· γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἴσους ἑνὶ τετραγώνῳ.

1 τοῦ om. B. 3 καὶ ἀφελὼν *Ba*. 6 ἐπεὶ] ἔτι *Ba*. τοῦ om. B_1. 7 $□^{ον}$] *Auria* add. ἀπὸ $π^{λ.}$ ς $\bar{ϛ}$ $\mathring{M}\,\bar{ε}$. ὑπὸ] ἀπὸ AB. μετὰ $\mathring{M}\,\bar{α}$ om. B_1. 8 ποιεῖν A. Post ποιεῖ, B_1 add. τετράγωνον (deletum in A). 9 ⋀ om. AB_1. 10 ἑνὸς $ιϛ^{ου}$] $\bar{α}$ A, εἷς B_1. 11/12 Denomin. add. *Ba*. 14/15 ὁποιονοῦν A. 16 μέσος ς $\bar{α}$] μέσος ἀριθμῶν $\bar{β}$ AB_1. 19 εἰ ἡ *Auria*, ἢ A, καὶ ἡ B, εἰ *Ba*. 20 ἦν prius] ᾖ AB. ἂν λελυμένον] ἀναλελυμένον A*Ba*. τῷ] τῇ A*Ba*. 23 σύνθεμα εἰσὶ *Ba*. εἰσιν A. τετράγωνοι AB_1.

Rursus, quoniam volo $X_1X_4 + 1$ facere □, formo □ (cum coefficiente deinceps sumpto) a $(3x + 1)$, et quadratum sumens, subtrahens 1, habebo

$$X_1X_4 = 9x^2 + 6x,$$

quorum quum sit $X_1 = x$, remanet $X_4 = 9x + 6$.

Et quoniam evenit $X_3X_4 + 1$ facere □, at $X_2X_4 + 1$ facit

$9x^2 + 24x + 13$; ista aequo □ a radice $(3x - 4)$, et fit

$$x = \frac{1}{16}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{1}{16}, \quad X_2 = \frac{33}{16}, \quad X_3 = \frac{68}{16}, \quad X_4 = \frac{105}{16}.$$

XXI.

Invenire tres numeros in proportione, tales ut bi- 22
norum quorumvis differentia sit quadratus.

Ponatur minor $(X_1) = x$, medius $(X_2) = x + 4$, ut differentia sit □; denique (maximus) $X_3 = x + 13$, ut huius quoque ad X_2 differentia sit □.

Si adhuc $X_3 - X_1$ foret □, solveretur in indeterminato problema: binorum quorumvis differentiam esse □.

Sed $X_3 - X_1 = 13$ et 13 est summa quadratorum, $4 + 9$; quaerendi sunt igitur mihi duo quadrati quorum summa sit aequalis quadrato.

τοῦτο δὲ ῥᾴδιον ἀπὸ τριγώνου ὀρθογωνίου· ἔστι δὴ ὁ $\overline{\vartheta}$ καὶ ὁ $\overline{\iota\varsigma}$· καὶ τάσσω τὸν μὲν ἐλάχιστον ϛ $\overline{\alpha}$, τὸν δὲ μέσον ϛ $\overline{\alpha}$ $\mathring{M}\,\overline{\vartheta}$, τὸν δὲ γ$^{\text{ον}}$ ϛ $\overline{\alpha}$ $\mathring{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$, καὶ δύο ὁποιωνοῦν ἡ ὑπεροχή ἐστι $\square^{\text{ος}}$.

λοιπόν ἐστιν αὐτοὺς ἀνάλογον εἶναι· ἐὰν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου.

ἀλλὰ ὁ ὑπὸ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, τουτέστιν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἔστι $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\kappa\varepsilon}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ μέσου

$\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\iota\eta}$ $M\,\overline{\pi\alpha}$, ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\kappa\varepsilon}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\zeta}{\overline{\pi\alpha}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α$^{\text{ος}}$ $\overline{\pi\alpha}$, ὁ δὲ β$^{\text{ος}}$ $\overline{\rho\mu\delta}$, ὁ δὲ γ$^{\text{ος}}$ $\overline{\sigma\nu\varsigma}$.

κβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς προσλαβὼν ἕκαστον αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\beta}$, ὁ δὲ α$^{\text{ος}}$ $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$, ἵνα ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς μετὰ τοῦ α$^{\text{ου}}$ ποιῇ $\square^{\text{ον}}$.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν μετὰ τοῦ β$^{\text{ου}}$ ποιεῖν $\square^{\text{ον}}$, ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{\text{ου}}$ ἄρω $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\beta}$, ἕξω τὸν β$^{\text{ον}}$. πλάσσω $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ ϛ $\overline{\alpha}$ $\mathring{M}\,\overline{\gamma}$, καὶ ὁ ἀπὸ τούτου $\square^{\text{ος}}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\beta}$ ποιεῖ ϛ $\overline{\delta}$ $\mathring{M}\,\overline{\vartheta}$· τάσσω οὖν τὸν β$^{\text{ον}}$ ϛ $\overline{\delta}$ $\mathring{M}\,\overline{\vartheta}$.

---

1 ἔστιν A (item 6 et 9). 2 δὴ] δὲ AB. 5 ἐστι *Ba.* 8/9 τουτέστι *Ba.* 12/13 Denomin. add. *Ba.* 13 $\overline{\rho\mu\delta}$] $\overline{\rho\mu}$ AB_1. $\overline{\sigma\nu\varsigma}$] $\overline{\nu\varsigma}$ AB_1, $\overline{\rho\nu\varsigma}$ A (2^a m.). 17 τῶν om. *Ba.* 19 ποιεῖ A. 20 τῶν om. B_1. στερεῶν A_1.

Hoc est facile ex [aliquo] triangulo rectangulo; [tales] sunt scilicet 9 et 16. Pono

$$X_1 = x,\quad X_2 = x + 9,\quad X_3 = x + 25,$$

et binorum quorumvis differentia est □.

Restat ut sint in proportione. Si tres numeri sint in proportione, productus extremorum aequalis est quadrato medii.

Sed X_3X_1 hoc est productus extremorum, est

$$x^2 + 25x;$$

quadratus medii est

$$x^2 + 18x + 81 = x^2 + 25x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{81}{7}.$$

Ad positiones; erit

$$X_1 = \frac{81}{7},\quad X_2 = \frac{144}{7},\quad X_3 = \frac{256}{7}.$$

XXII.

Invenire tres numeros tales ut productus ipsorum, plus unoquoque, faciat quadratum. 23

Ponatur productus trium $(X_1X_2X_3) = x^2 + 2x$, et $X_1 = 1$, ut $X_1X_2X_3 + X_1$ faciat □.

Rursus quoniam volo $X_1X_2X_3 + X_2$ facere □, si a quodam quadrato subtraho $x^2 + 2x$, habebo X_2. Formo □ ab $(x + 3)$:

$$(x + 3)^2 - (x^2 + 2x) \text{ facit } 4x + 9.$$

Ergo pono

$$X_2 = 4x + 9.$$

ἀλλ' ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς Δ^Y ᾱ ϛ β̄, ὁ δὲ ὑπὸ $\alpha^{\text{ου}}$ καὶ $\beta^{\text{ου}}$ ϛ δ̄ M̊ θ̄, ἐὰν ἄρα Δ^Y ᾱ ϛ β̄ παραβάλω παρὰ ϛ δ̄ M̊ θ̄, ἕξω τὸν $\gamma^{\text{ον}}$.

Οὐ δυνατὴ δὲ ἡ παραβολή· ἵνα δὲ δύνηται ἡ παραβολή, δεῖ εἶναι ὡς Δ^Y ᾱ πρὸς ϛ δ̄, οὕτως ϛ β̄ πρὸς M̊ θ̄, καὶ ἐναλλάξ· ὡς Δ^Y ᾱ πρὸς ϛ β̄, οὕτως ϛ δ̄ πρὸς M̊ θ̄. ἡ δὲ Δ^Y ᾱ τῶν ϛ β̄, ∠′ ἐστι τῷ πλήθει. ὡσεὶ οὖν καὶ ϛ δ̄ τῶν M̊ θ̄, ∠′ ἦν, ἦν ἂν ἡ παραβολή· ἀλλὰ οἱ δ̄ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς εἰσιν, ἧς ὑπερέχουσιν ϛ ϛ̄, β̄ ϛ. ἀλλὰ οἱ ϛ̄ ϛ ἐκ τοῦ δίς εἰσιν ὑπὸ τῶν M̊ γ̄ καὶ ϛ ᾱ, τουτέστι δὶς τῶν M̊ γ̄· αἱ δὲ θ̄ M̊ ὁ ἀπὸ M̊ γ̄ ἐστι $\square^{\text{ος}}$· ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὡς τὰς M̊ γ̄, ὅστις δὶς γενόμενος καὶ λείψας δυάδα, ∠′ ᾖ τοῦ ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνου.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ϛ ᾱ· οὗτος δὶς γενόμενος καὶ λείψας δυάδα, γίνονται ϛ β̄ ⋔ M̊ β̄· ὁ δὲ ἀπ' αὐτοῦ $\square^{\text{ος}}$ ἐστι Δ^Y ᾱ. θέλομεν οὖν ϛ β̄ ⋔ M̊ β̄, ∠′ εἶναι Δ^Y ᾱ.

Δ^Y ἄρα ᾱ ἴση ϛ δ̄ ⋔ M̊ δ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ β̄.

Νῦν ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ εἶχον τὸν μὲν $\alpha^{\text{ον}}$ ἀριθμὸν M̊ ᾱ, τὸν δὲ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν Δ^Y ᾱ ϛ β̄. δεῖ δὲ καὶ τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν προσλαβόντα τὸν $\beta^{\text{ον}}$ ποιεῖν $\square^{\text{ον}}$· ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{\text{ου}}$ ἀφέλω τὴν Δ^Y ᾱ ϛ β̄, ἕξω τὸν $\beta^{\text{ον}}$. πλάσσω τὸν $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ ϛ ᾱ καὶ M̊ τοσούτων, ἵνα αἱ M̊, δὶς γενόμεναι καὶ λείψασαι δυάδα, ∠′ ᾖ τοῦ ἀπ' αὐτῶν $\square^{\text{ου}}$· καὶ προδέδεικται, καὶ

1 β̄ om. AB_1. 2 ὑπὸ] *Ba* add. τοῦ. παραβάλλω AB. 4/5 ἵνα δὲ δύνηται ἡ παραβολή om. B_1. 5 εἶναι] εἰδέναι AB. 10 οἱ ἀριθμοὶ ϛ̄ *Ba*, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ A. τῶν om. *Ba*. 11 τουτέστι δὶς τῶν M̊ γ̄ om. B_1. αἱ *Ba*, ἔσται AB_1. θ̄ M] M̊ θ̄ *Ba*. ἐστιν A. 13 λήψας δυάδος B_1. ∠′] τὸ ἥμισυ *Ba* (item 17). ᾖ *Ba*, τῇ AB. 17 θέλωμεν A.

Sed quoniam

$$X_1 X_2 X_3 = x^2 + 2x, \quad \text{et} \quad X_1 X_2 = 4x + 9,$$

si divido $x^2 + 2x$ per $4x + 9$, habebo X_3.

At impossibilis est divisio, et ut possimus divisionem facere, oporteret esse

$$x^2 : 4x :: 2x : 9,$$

et vicissim

$$x^2 : 2x :: 4x : 9.$$

At coefficiens x^2 est dimidius coefficiens $2x$; ergo si coefficiens $4x$ dimidius 9 esset, foret divisio; sed 4 factus est ex differentia $6x - 2x$; $6x$ ex bis $3 \times x$, hoc est 2×3; 9 denique est 3^2. Deducor igitur ad inveniendum quendam numerum, ut 3, qui, duplicatus et subtracto 2, sit dimidius quadratus ab ipso.

Sit quaesitus x; hic, duplicatus et subtracto 2, fit $2x - 2$, et huius quadratus est x^2. Volumus igitur $(2x - 2)$ esse $\frac{1}{2}x^2$. Ergo

$$x^2 = 4x - 4, \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Nunc redeo ad primitivum problema; habebam

$$X_1 = 1, \quad X_1 X_2 X_3 = x^2 + 2x.$$

Oportet $X_1 X_2 X_3 + X_2$ facere $\square$; ergo si a quodam quadrato subtraho $x^2 + 2x$, habebo X_2. Formo $\square$ ab x plus numero unitatum ita sumpto ut duplicatus et subtracto 2, fiat dimidius quadratus ab ipso; quod supra monstratum est, et est 2.

20 στερεῶν B_1. 23 καὶ M̊ . . . ἀπὸ ϛ ᾱ (p. 240,1) om. B_1. 25 αὐτοῦ A.

ἔστι Μ̊ β̄. πλάσσω τὸν □^{ον} ἀπὸ ϛ ᾱ Μ̊ β̄· ἔσται ἄρα ὁ ἀπό, Δ^{Y} ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ δ̄. ἐὰν ἄρω τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεόν, τουτέστι Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄, λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ β^{ος} ϛ β̄ Μ̊ δ̄. καὶ ἔστιν ὁ ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου}, ⟨ϛ β̄ Μ̊ δ̄· ἐὰν ἄρα τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεόν, τουτέστι Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄, μερίσω εἰς τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ β^{ου}⟩ τουτέστιν εἰς ϛ β̄ Μ̊ δ̄, ἕξω τὸν γ^{ον}· ἀλλ' ἔστιν ὁ μερισμὸς ϛ ∠'.

Καὶ λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν μετὰ τοῦ γ^{ου} ποιεῖν □^{ον}. ἀλλὰ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς μετὰ τοῦ γ^{ου} ἐστι Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ ∠' ἴσ. □^{ῳ} Δ^{Y} δ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\varsigma}{\bar{\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} ϛ̄, ὁ δὲ β^{ος} λδ̄, ὁ δὲ γ^{ος} β̄ ∠'.

κγ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς λείψας ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ α^{ος} ϛ ᾱ, ὁ δὲ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς Δ^{Y} ᾱ ϛ ᾱ· καὶ λείψας τὸν α^{ον} ποιεῖ □^{ον}. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς Δ^{Y} ᾱ ϛ ᾱ, ὁ δὲ α^{ος} ἐστιν ϛ ᾱ, ὁ ἄρα ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου} ἔσται ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ· ἔστω ὁ β^{ος} Μ̊ ᾱ· λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ γ^{ος} ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν λείποντα τὸν β^{ον} καὶ τὸν γ^{ον} ποιεῖν □^{ον}· λιπὼν δὲ ὃν μὲν ποιεῖ Δ^{Y} ᾱ ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ ἴσ. □· ὃν δὲ Δ^{Y} ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ ἴσ. □^{ῳ}.

1/2 ὁ ἀπό om. *Ba*. 3 τουτέστιν A. 3/4 καὶ ἔστιν ὁ] εἰ δὲ καὶ τὸν ὑπὸ τριῶν στερεὸν μερίσω εἰς τὸν *Ba*. 4 ϛ β̄ Μ̊ δ̄ ... καὶ β^{ου} (6) supplevi. 6 τουτέστι *Ba*. Μ̊ δ̄] *Auria* add.: ἐὰν ἄρα Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ παραβάλλω παρὰ ϛ β̄ Μ̊ δ̄. 7 ∠'] τὸ ἥμισυ *Ba*. 9 ἀλλ' ὁ *Ba*. 10 ἐστιν A. 12/13 Denomin. add. *Ba*. 13 ∠' om. A. 17 τῶν om. *Ba*. 18 ᾱ posterius om. B_1. 19 ἐστι *Ba*. 22 τῶν om. B_1. 23 τὸν γ^{ον}] τρία B_1. λιπὸν *Ba*.

Formo □ ab $(x+2)$; erit igitur

$$\square = x^2 + 4x + 4.$$

Si subtraho $X_1X_2X_3$, hoc est $x^2 + 2x$, remanebit

$$X_2 = 2x + 4.$$

Est quoque $X_1X_2 = \langle 2x + 4$; ergo si divido $X_1X_2X_3$, (hoc est $x^2 + 2x$), per $X_1X_2\rangle$, (hoc est $2x + 4$), habebo X_3; sed quotiens est $\frac{1}{2}x$.

Restat ut $X_1X_2X_3 + X_3$ faciat □. At

$$X_1X_2X_3 + X_3 \text{ facit } x^2 + \left(2\tfrac{1}{2}\right)x = \square = 4x^2,$$

et fit

$$x = \frac{5}{6}.$$

Ad positiones; erit

$$X_1 = \frac{6}{6}, \quad X_2 = \frac{34}{6}, \quad X_3 = \frac{2\frac{1}{2}}{6}.$$

XXIII.

Invenire tres numeros tales ut productus ipsorum, 24
minus unoquoque, faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$ et $X_1X_2X_3 = x^2 + x$, qui, subtracto X_1, facit □.

Quoniam $X_1X_2X_3 = x^2 + x$, et $X_1 = x$, erit

$$X_2X_3 = x + 1.$$

Sit $X_2 = 1$; remanet ergo $X_3 = x + 1$.

Restat ut $X_1X_2X_3$, subtracto sive X_2 sive X_3, faciat □. Sed

$$X_1X_2X_3 - X_2 \text{ facit } x^2 + x - 1 = \square,$$
$$X_1X_2X_3 - X_3 \qquad x^2 - 1 \qquad = \square,$$

καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης, καὶ λαμβάνω τὴν ὑπεροχήν· ἔστι δὲ ς ᾱ· ἐκτίθεμαι ἀριθμοὺς δύο ὧν ὁ ὑπὸ τηλικοῦτός ἐστι. τοῦτον ς ᾱ μετρείτω Μ̊ ∠′ κατὰ ς β̄, τουτέστι κατὰ πλευρὰς β̄ τῆς Δ^Υ· καὶ ἔστιν αὐτῶν ὡς οἶδας ἡ ἴσωσις, καὶ γίνεται ὁ ς η^{ων} ιζ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^{ος} ιζ̄, ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ γ^{ος} η^{ων} κε̄.

κδ.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν κύβον παρὰ πλευράν.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς ὁ ς̄.

Τετάχθω ὁ α^{ος} ς ᾱ, λοιπὸς ἄρα ὁ β^{ος} ἔσται Μ̊ ς̄ ⋔ ς ᾱ.

λοιπὸν δεῖ εἶναι τὸν ὑπ' αὐτῶν κύβον παρὰ πλευράν· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν ἔσται ς ς̄ ⋔ Δ^Υ ᾱ· ταῦτα ἴσα κύβῳ παρὰ πλευράν· πλάσσω κύβον ἀπὸ ς ὁσωνδήποτε ⋔ Μ̊ ᾱ· ἔστω δὴ ἀπὸ ς β̄ ⋔ Μ̊ ᾱ. καὶ ὁ ἀπὸ τούτου κύβος λείψας αὐτὸν ποιεῖ Κ^Υ η̄ ς δ̄ ⋔ Δ^Υ ιβ̄. ταῦτα ἴσα ς ς̄ ⋔ Δ^Υ ᾱ.

Καὶ εἰ ἦσαν οἱ ς ἐν ἑκατέρᾳ τῇ ἰσώσει ἴσοι, λοιπὸν ἐγίνετο ἰσῶσαι Κ^Υ ἴσους Δ^Υ, καὶ ὁ ς ἦν ῥητός· ἀλλὰ οἱ ς β̄ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς εἰσιν ὑπὲρ ς β̄, τουτέστιν ἐκ τῶν τρὶς τῶν β̄ ς· καὶ ἐὰν τρὶς οἱ β̄ ς λείψωσιν ς β̄,

---

2 ἔστιν A. ὁ] τὸ *Ba*. 3 τοῦτον scripsi, τούτων AB. Μ̊ τὸ ἥμισυ κατὰ ς^{οὺς} β̄ *Ba*, ς β̄ κατὰ Μ̊ ∠′ B. 5 η^{ων}] μονάδων AB (item 7). 11 δὴ scripsi, δὲ AB, om. *Ba*. 12 α^{ος}] εἷς B_1. 14 δεῖ] δὴ *Ba*. τὸν ὑπ' αὐτῶν κύβον om. B_1. 15 ἔσται A, ἐστιν B. 17 δὴ] δὲ AB. 18 λείψας om. B_1. 20 οἱ om. B_1. ἴσος B_1. 21 λοιπὸς AB_1. 22 ἀλλ' οἱ *Ba*. εἰσιν] τῶν ςς ς̄ add. *Auria*. ὑπὲρ ς^{οὺς} δύο *Ba*, ἐπεὶ ἀριθμοὶ δύο AB. τουτέστι *Ba*. 23 λείψωσι A*Ba*.

et fit dupla aequatio; differentiam sumo, quae est x; expono duos numeros quorum productus huic differentiae aequalis sit. Dividatur x per $\frac{1}{2}$ secundum $2x$, hoc est secundum duplam radicem termini in x^2. Aequatio fit ut scis[1]), et $x = \frac{17}{8}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{17}{8}, \quad X_2 = 1, \quad X_3 = \frac{25}{8}.$$

XXIV.

Datum numerum partiri in duos numeros et facere illorum productum cubum minus radice.

Esto iam datus 6.

Ponatur $X_1 = x$, ergo erit $X_2 = 6 - x$.

Reliquum oportet $X_1 X_2$ esse cubum minus radice; sed $X_1 X_2$ erit $6x - x^2$; ista aequentur cubo minus radice. Formo cubum ab x cum quolibet coefficiente, minus unitate; esto ab $(2x - 1)$; huius cubus, minus ipsa radice, facit:

$8x^3 + 4x - 12x^2$. Ista aequantur $6x - x^2$.

Si coefficientes x in utraque parte aequales essent, restarent aequandi termini in x^3 et x^2, foretque x rationalis. At $4x$ ex differentia provenit supra $2x$, scilicet ex 3^{plo} $(2x)$; et $3 \times 2x - 2x$ faciunt $2 \times 2x$;

---

1) Nempe

$$\left[\frac{1}{2}\left(2x - \frac{1}{2}\right)\right]^2 = x^2 - 1,$$

vel

$$\left[\frac{1}{2}\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]^2 = x^2 + x - 1.$$

16*

ποιοῦσι δὶς τοὺς ς β̅· οἱ δὲ ϛ̅ τυχόντες εἰσὶ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν. ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὡς τοὺς ς β̅, ὃς δὶς γενόμενος ποιεῖ ϛ̅· ἔστι δὲ ὁ γ̅.

Ζητῶ οὖν ς ϛ̅ ⋀ Δ^Υ α̅ ἴσους κύβῳ παρὰ πλευράν. νῦν τάσσω τὴν τοῦ κύβου π^λ· ἀπὸ ς γ̅ ⋀ Μ̊ α̅· καὶ ὁ ἀπὸ τούτου κύβος λείψας αὐτὸν ποιεῖ Κ^Υ κζ̅ ς ϛ̅ ⋀ Δ^Υ κζ̅ ἴσ. ς ϛ̅ ⋀ Δ^Υ α̅, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\kappa\zeta}{\overline{\kappa\varsigma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^{ος} κϛ̅, ὁ δὲ β^{ος} ρλϛ̅.

κε.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς ποιῇ κύβον, οὗ ἡ πλευρά ἐστιν ἴση ταῖς ὑπεροχαῖς αὐτῶν συντεθείσαις.

Ἔστω ὁ δοθεὶς ὁ δ̅.

Καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς κύβος ἐστίν, ἔστω Κ^Υ η̅ οὗ π^λ· ἐστιν ς β̅. ἀλλὰ ἡ τοῦ β^{ου} καὶ τοῦ α^{ου} ὑπεροχὴ καὶ ἡ τοῦ γ^{ου} καὶ β^{ου} ὑπεροχὴ καὶ ἔτι τοῦ γ^{ου} καὶ τοῦ α^{ου}, δίς ἐστιν ὑπεροχὴ τοῦ γ^{ου} καὶ τοῦ α^{ου}, τουτέστιν, ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ τρεῖς ἄνισοι, ἡ τῶν τριῶν ὑπεροχὴ διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ἄκρων.

ἔχομεν δ' ἐν τῇ ὑποστάσει τῆς π^λ· τοῦ κύβου ς β̅· δεῖ δὲ τοὺς ς β̅ τῶν τριῶν τὴν ὑπεροχὴν εἶναι· ὁ γ^{ος} ἄρα τοῦ α^{ου} ὑπερέχει ς α̅. ἔστω ὁ α^{ος} ς β̅ ἢ ὁσωνδήποτε· ὁ γ^{ος} ἔσται ἄρα ς γ̅. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν

---

1 εἰσὶν A. 2 ὑπόθεσιν scripsi, ὑπόστασιν AB. 6 Κ^Υ β̅ AB₁. Δ^Υ κ̅ AB₁. 8/9 Denom. add. *Ba*. 12 ἐστιν om. B, ἡ *Ba*. 15 τῶν om. *Ba*. ἐστί B. 16 ἐστι *Ba* (item 18). 19 τουτέστι *Ba*. 22 δεῖ δὲ . . . . ὁ α^{ος} ς β̅ (23) om. B₁. β̅ om. A. 23 ἔστω] ὧν A. 24 ἄρα om. B₁.

6 vero fortuitus est secundum hypothesin; deducor igitur ad inveniendum quendam numerum, ut 2 coefficiens x, qui duplicatus faciat 6. Est 3.

Quaero igitur $6x - x^2$ aequanda cubo minus radice. Pono nunc cubi radicem $= 3x - 1$; huius cubus minus ipsa radice facit

$$27x^3 + 6x - 27x^2 = 6x - x^2,$$

unde

$$x = \frac{26}{27}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{26}{27}, \quad X_2 = \frac{136}{27}.$$

XXV.

Datum numerum partiri in tres numeros ita ut illorum productus faciat cubum cuius radix aequalis sit summae differentiarum inter ipsos. 26

Esto datus 4.

Et quoniam $X_1 X_2 X_3$ est cubus, esto $8x^3$ cuius radix est $2x$. Sed

$$(X_2 - X_1) + (X_3 - X_2) + (X_3 - X_1) = 2(X_3 - X_1),$$

scilicet, si sint numeri tres inaequales, summa trium differentiarum est dupla differentia extremorum.

Habemus in positione radicis cubi $2x$, et oportet $2x$ esse summam trium differentiarum; ergo

$$X_3 - X_1 = x.$$

Sit $X_1 = 2x$ vel cum quolibet coefficiente; ergo στερεός ἐστι $K^{Y}\bar{\eta}$, ὁ δὲ ὑπὸ ⟨τοῦ⟩ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\xi}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται $ϛ\bar{\alpha}\gamma^{\chi}$.

Καὶ εἰ μὲν ἦν ὁ $\beta^{ος}$ τοῦ $\alpha^{ου}$ μείζων, ἐλάσσων δὲ τοῦ $\gamma^{ου}$, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· ἀλλὰ ὁ $\beta^{ος}$ ἐγένετο ἐκ τοῦ τὸν $\bar{\eta}$ μερισθῆναι εἰς τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$. ἀλλὰ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ οὐκ εἰσι τυχόντες, ἀλλὰ μονάδι διαφέροντες· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς μονάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας, ὅπως ὁ $\bar{\eta}$ μεριζόμενος εἰς τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιῇ τινα ὃς τοῦ μὲν ἐλάσσονος μείζων ᾖ, τοῦ δὲ μείζονος ἐλάσσων.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων $ϛ\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται $ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$. καὶ τὸν $\bar{\eta}$ ἐὰν μερίσω εἰς τὸν ὑπ' αὐτῶν, τουτέστιν εἰς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}$, εὑρεθήσεται ὁ μέσος $\mathring{M}\bar{\eta}$ μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}$. θέλομεν δὲ τοῦτον μείζονα μὲν εἶναι $ϛ\bar{\alpha}$, ἐλάσσονα δὲ $ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἐστι $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ὥστε ἡ ὑπεροχὴ τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ τοῦ $\beta^{ου}$ ἐλάσσων ἐστὶ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ὥστε ὁ $\beta^{ος}$ μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ μείζων ἐστὶ τοῦ $\alpha^{ου}$. ἀλλὰ ὁ $\beta^{ος}$, προσλαβὼν τὴν $\mathring{M}$ καὶ ἀναλυθεὶς εἰς τὴν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}$, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\eta}$ μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}$· ὥστε ταῦτα μείζονά ἐστιν $ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· καὶ πάντα ἐπὶ τὸ μόριον·

$$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\eta} \text{ μείζονά εἰσιν } K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\beta}\,ϛ\bar{\alpha}.$$

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια καὶ γίνονται $M\bar{\eta}$ μείζονες $K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

πλάσσω κύβον ὃς ἔχει $K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· ἔσται ἄρα ἡ $\pi^{λ.}$ τοῦ κύβου $ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\gamma^{\chi}$. ἀλλὰ ἐπεὶ $\mathring{M}\bar{\eta}$ μείζους εἰσὶ

1 τοῦ suppl. *Ba*. 4 ἀλλ' ὁ *Ba*. 5 τὸν post.] τὸ AB. 6 ἀλλ' ὁ *Ba*. $\gamma^{ος}$] δεύτερος AB_1. εἰσιν A. 9 τὸν] τὸ AB. 13 τουτέστι B_1. εἰς om. B_1. 15 ἐλάσσονα] τὸν ἐλάττονα B_1. 16 ἐστιν A. τοῦ ante $\beta^{ου}$ om. *Ba*. 18 ἀλλ' ὁ *Ba*. 19 μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛ\bar{\alpha}$ om. B_1. 20 ἐστι *Ba*.

$X_3 = 3x$, et quoniam $X_1X_2X_3 = 8x^3$, et $X_1X_3 = 6x^2$, reliquus $X_2 = \left(1\frac{1}{3}\right)x$.

Si foret $X_2 > X_1$ et $X_2 < X_3$, soluta esset quaestio. Sed X_2 factus est ex 8 diviso per X_1X_3; at X_1 et X_3 non sunt fortuiti, sed (ipsorum coefficientium) differentia est unitas. Deducor igitur ad inveniendum duos numeros quorum differentia sit unitas et productus, dividens 8, (quotientem) faciat maiorem minore, minoremque maiore.

Ponatur minor $= x$, ergo erit maior $= x + 1$; si divido 8 per ipsorum productum, hoc est per $(x^2 + x)$, invenietur medius $= \frac{8}{x^2 + x}$.

Hunc volumus esse $> x$, et $< x + 1$; quum horum differentia sit 1, differentia[1]) inter 1^{um} et 2^{um} est < 1; est scilicet $2^{us} + 1 > 1^{o}$. Sed $2^{us} + 1$, reductione ad (denominatorem) $x^2 + x$, fit $\frac{x^2 + x + 8}{x^2 + x}$; quae sunt $> x + 1$. Omnia in denominatorem:

$$x^2 + x + 8 > x^3 + 2x^2 + x.$$

A similibus similia; fit

$$8 > x^3 + x^2.$$

Formo cubum qui terminos habeat $x^3 + x^2$; erit igitur cubi radix $= x + \frac{1}{3}$. Sed quoniam $8 > x^3 + x^2$

1) Hic '1^{us}' vocatur idem numerus qui paulo antea 'maior' dictus est, et '2^{us}' idem qui 'medius'; 3^{us} erit idem qui minor.

22 εἰσι B_1. 23 $\mathring{M}$] δυνάμεις B_1. μείζονα AB_1. 26 ἀλλ' ἐπεὶ *Ba*. εἰσὶ om. B_1.

$K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἔστι δὲ καὶ ὁ ἀπὸ ϛ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\gamma^{\times}$ κύβος μείζων $K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἐὰν ἰσώσω καὶ τὴν πλευράν, τουτέστι $\mathring{M}\,\bar{\beta}$ ἴσ. ϛ $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\gamma^{\times}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\gamma^{\omega\nu}$ $\bar{\epsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ α^{os} $\frac{\gamma}{\eta}$, ὁ β^{os} $\frac{\epsilon}{\vartheta}$, ὁ γ^{os} $\frac{\gamma}{\epsilon}$, καὶ πάντα εἰς $\iota\epsilon^{\alpha}$. ἔσται ὁ α^{os} $\bar{\mu}$, ὁ β^{os} $\overline{\kappa\zeta}$, ὁ γ^{os} $\overline{\kappa\epsilon}$. κοινὸν γὰρ ἤρθη τὸ $\overline{\iota\epsilon}$ μόριον, καὶ ηὑρημένοι εἰσὶν τρεῖς ἀριθμοὶ ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς ᾖ κύβος πλευρὰν ἔχων τὰς ὑπεροχὰς αὐτῶν συντεθείσας.

Τάσσω τοίνυν τὸν μὲν $\alpha^{o\nu}$ ϛ $\bar{\mu}$, τὸν δὲ $\beta^{o\nu}$ ⟨ϛ $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν δὲ $\gamma^{o\nu}$⟩ ϛ $\overline{\kappa\epsilon}$, καὶ ἔστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς κύβος οὗ ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπεροχαῖς αὐτῶν συντεθείσαις· λοιπὸν δεῖ ἰσῶσαι τοὺς τρεῖς ταῖς δοθείσαις $\mathring{M}$, ἐδόθησαν δὲ $\mathring{M}\,\bar{\delta}$· ϛ ἄρα $\overline{\text{ϙ}\beta}$ ἴσοι $\mathring{M}\,\bar{\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨$\kappa\gamma^{ou}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\bar{\mu}$, ὁ δὲ β^{os} $\overline{\kappa\zeta}$, ὁ δὲ γ^{os} $\overline{\kappa\epsilon}$.

κϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ κύβον.

Τάσσω τὸν $\alpha^{o\nu}$ ἐκ κυβικῶν ϛ· ἔστω δὴ $\bar{\eta}$· τὸν $\beta^{o\nu}$

---

1 ἔστιν A. καὶ om. *Ba*. 2 τὴν πλευράν] τὰς πλευρὰς *Ba*. 3 καὶ om. *Ba*. $\gamma^{\omega\nu}$] $\mathring{M}$ A, μονάδι B_1. 5 $\iota\epsilon^{\alpha}$] πεντεκαίδεκα AB. 7 κύβος *Ba*, κύβου A, κύβων B. 9/10 ϛ $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν δὲ τρίτον suppl. *Ba*. 12 λοιπὸν δεῖ] λοιπὸν δέ A, θέλω δὲ B. 12/13 ἰσῶσαι τοὺς τρεῖς ταῖς δοθείσαις] τοὺς τρεῖς ἴσους εἶναι δοθεῖσι *Ba*. 14 ἑνὸς $\kappa\gamma^{ou}$] $\bar{\alpha}$ A, εἷς B_1. 15/16 Denomin. add. *Ba*. 20 ἔστι B_1. δὲ] δὴ AB. $\bar{\eta}$] ϛϛ $\bar{\eta}$ *Ba*.

et est quoque $\left(x+\frac{1}{3}\right)^3 > x^3 + x^2$, si radices aequo, hoc est

$$2 = x + \frac{1}{3}, \quad \text{fit} \quad x = \frac{5}{3}.$$

Ad positiones. Erit

$$1^{us} = \frac{8}{3}, \quad 2^{us} = \frac{9}{5}, \quad 3^{us} = \frac{5}{3}.$$

Omnia in 15. Erit

$$1^{us} = 40, \quad 2^{us} = 27, \quad 3^{us} = 25.$$

Sic sublatus est denominator 15 et inventi sunt tres numeri tales ut ipsorum productus sit cubus radicem habens summam differentiarum.

Pono[1]) igitur

$$X_1 = 40x, \quad X_2 = 27x, \quad X_3 = 25x;$$

horum productus est cubus cuius radix aequalis est summae differentiarum. Restat ut summa trium aequetur dato numero; datus vero est 4; ergo

$$92x = 4, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{23}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{40}{23}, \quad X_2 = \frac{27}{23}, \quad X_3 = \frac{25}{23}.$$

XXVI.

Invenire duos numeros quorum productus plus utroque faciat cubum.

Pono X_1 esse x cum coefficiente cubico; esto 8;

---

1) Ordinem ab initio propositum ($X_1 < X_2 < X_3$) invertit Diophantus.

$\Delta^{Y}\bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\bar{\alpha}$· καὶ συμφωνεῖ μοι ἓν ἐπίταγμα. ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν α^{ov} ποιεῖ κύβον.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα τὸν β^{ov} ποιεῖν κύβον. ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν β^{ov} ποιεῖ $K^{Y}\bar{\eta}\, \Delta^{Y}\bar{\alpha} \pitchfork ς\bar{\eta}\, \mathring{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. κύβῳ· πλάσσω τὸν κύβον ἀπὸ $ς\bar{\beta} \pitchfork \mathring{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\gamma}{\iota\delta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ ⟨μὲν⟩ α^{os} $\overset{\iota\gamma}{\rho\iota\beta}$, ὁ δὲ β^{os} $\overset{\rho\xi\theta}{\kappa\zeta}$.

κζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας ἑκάτερον ποιῇ κύβον.

Ὁμοίως ὁ α^{os} τετάχθω κυβικῶν $ς\bar{\eta}$, ὁ β^{os} $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\, \mathring{M}\bar{\alpha}$ ἀεί, καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας ⟨τὸν α^{ov} κύβος. πάλιν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας⟩ τὸν β^{ov} ποιεῖ $K^{Y}\bar{\eta}\, ς\bar{\eta} \pitchfork \Delta^{Y}\bar{\alpha}\, \mathring{M}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα κύβῳ· καὶ ἔστιν ἀδύνατον.

Τάσσω τοίνυν πάλιν τὸν μὲν κυβικῶν $ς\, \mathring{M}\bar{\alpha}$· ἔστω $ς\bar{\eta}\, \mathring{M}\bar{\alpha}$· τὸν δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν β^{ov} κύβος. πάλιν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν α^{ov} ποιεῖ $K^{Y}\bar{\eta}\, \Delta^{Y}\bar{\alpha} \pitchfork ς\bar{\eta}\, \mathring{M}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα κύβῳ τῷ ἀπὸ πλ. $ς\bar{\beta} \pitchfork \mathring{M}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\gamma}{\iota\delta}$.

---

1 συμφωνῇ AB. 2 προσλαβὼν om. B_1. 4 ἀλλ' ὁ *Ba*. προσλαβὼν τὸν β^{ov} om. B_1. 5 ἴσους AB. τὸν om. B_1. 7 μὲν suppl. *Ba*. ριβ] ριγ AB. 12 ὁ δὲ δεύτερος *Ba*. 13 καὶ om. *Ba*. τὸν α^{ov} .... λείψας (14) suppl. *Ba*. 14 πάλιν scripsi, ἀλλὰ *Ba*. ποιεῖν B_1. 16 μὲν scripsi, πρῶτον *Ba*, δεύτερον AB_1. κυβικὸν A. $\mathring{M}\bar{\alpha}$] $\bar{\alpha}\, \mathring{M}$ A, ἕνα $\mathring{M}$ B, μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ *Ba*. 17 τὸν δὲ] ὁ δὲ AB, τὸν δὲ δεύτερον *Ba*. 18 πάλιν ὁ ὑπ' αὐτῶν] ἀλλὰ *Ba*.

$X_2 = x^2 - 1$. Uni conditioni satisfactum est; nam $X_1 X_2 + X_1$ facit cubum.

Reliquum oportet $X_1 X_2 + X_2$ facere cubum. Sed

$$X_1 X_2 + X_2 \text{ facit } 8x^3 + x^2 - 8x - 1, \text{ aeq. cubo.}$$

Formo cubum ab $(2x - 1)$ et fit $x = \frac{14}{13}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{112}{13}, \quad X_2 = \frac{27}{169}.$$

XXVII.

Invenire duos numeros quorum productus minus utroque faciat cubum. 28

Similiter ponatur cum coefficiente cubico $X_1 = 8x$, et semper $X_2 = x^2 + 1$. Sic $X_1 X_2 - X_1$ facit cubum.

Rursus $X_1 X_2 - X_2$ facit $8x^3 + 8x - x^2 - 1$ aeq. cubo; quod est impossibile.[1])

Pono igitur alterum esse x cum coefficiente cubico, plus unitate: esto $8x + 1$; alterum x^2. Horum productus minus X_2 fit cubus; rursus

$$X_1 X_2 - X_1 \text{ facit } 8x^3 + x^2 - 8x - 1 \text{ aeq. cubo}$$
$$\text{a radice } (2x - 1),$$

et fit

$$x = \frac{14}{13}.$$

---

1) Facile solvetur aequatio, si sumas cubum a radice $\left(2x - \frac{1}{12}\right)$ vel $\left(\frac{8}{3}x - 1\right)$, qua methodo usus est supra Diophantus (IV, xxv).

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος $\overset{\iota\gamma}{\rho\kappa\varepsilon}$, ὁ δὲ βος $\overset{\rho\xi\vartheta}{\rho\text{ϟϛ}}$.

κη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ κύβον.

Ἐπεὶ οὖν ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖ κύβον, ποιείτω M̊ ξδ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ ⟨κύβον, ποιείτω⟩ M̊ η. δὶς ἄρα συναμφότερος, ποιῶν αὐτῶν τὴν ὑπεροχήν, ἔσται M̊ νϛ· ὥστε συναμφότερος ἔσται M̊ κη· ἀλλὰ καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖ M̊ ξδ· λοιπὸς ἄρα ὁ ὑπ' αὐτῶν ἔσται M̊ λϛ. ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ⟨ὥστε συναμφότερον ποιεῖν⟩ M̊ κη, ὧν ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι M̊ λϛ.

Τετάχθω ὁ μείζων ϛ α M̊ ιδ· ὁ ἄρα ἐλάσσων ἔσται M̊ ιδ ⋔ ϛ α. λοιπόν ἐστι τὸν ὑπ' αὐτῶν, τουτέστι M̊ ρϟϛ ⋔ Δ^{Y} α, ἰσῶσαι M̊ λϛ, καὶ γίνεται Δ^{Y} α ἴση M̊ ρξ.

Καὶ εἰ ἦσαν M̊ ρξ τετραγωνικαί, λελυμένον μοι ἦν τὸ ζητούμενον. ἀλλὰ αἱ M̊ ρξ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχουσι M̊ ρϟϛ τῶν λϛ. ἀλλὰ αἱ M̊ ρϟϛ ἀπὸ M̊ ιδ ἐστι □ος· ὁ δὲ ιδ ἥμισύ ἐστι τῶν κη· ὥστε τὰ ρϟϛ τὸ ∠′ ἐστι τῶν κη ἐφ' ἑαυτά· ἀλλὰ ὁ κη ἥμισύ ἐστι τῶν νϛ, ὥστε τὰ ιδ, δον ἐστι τοῦ νϛ· ἀλλὰ ὁ νϛ

2 ρϟϛ] ρϟβ B_1. 5 λείψει AB_1. ποιεῖ A. 6 οὖν om. *Ba*. μετὰ συναμφοτέρου] προσλαβὼν συναμφότερον *Ba*. 8 κύβον ποιείτω *Ba*, om. A, κύβον, μονάδας ξδ, ὧν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ B. 9 συναμφοτέρων AB_1. 10 συναμφότερα AB_1. 13 ὥστε συναμφότερον ποιεῖν suppl. *Auria*, οἳ συντεθέντες ποιοῦσι *Ba*. 18 μοι] μὲν *Ba*. 19 ἀλλ' αἱ *Ba* (item 20). ἔστι *Ba*. 20 τῶν] τὰς *Ba*. 21 ἐστιν (bis) A. ὥστε . . . . τῶν κη (22) om. B_1. 22 ἑαυτό melius *Ba*. ἀλλ' ὁ *Ba* (item 23).

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{125}{13}, \quad X_2 = \frac{196}{169}.$$

XXVIII.

Invenire duos numeros quorum productus, sive 29
plus sive minus summa ipsorum, faciat cubum.

Quoniam

$$X_1X_2 + (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, faciat } 64,$$

et quoniam

$$X_1X_2 - (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, faciat } 8.$$

Ergo $2(X_1 + X_2)$ facit differentiam [64 — 8]; erit 56, et

$$X_1 + X_2 = 28.$$

Sed $X_1X_2 + (X_1 + X_2)$ facit 64; reliquus ergo X_1X_2 erit 36.

Deducor igitur ad inveniendum duos numeros quorum summa faciat 28 et productus 36.

Ponatur[1]) maior $= x + 14$; erit igitur minor $= 14 - x$.

Restat ut productus, hoc est $196 - x^2$, aequetur 36, et fit

$$x^2 = 160.$$

Si foret coefficiens unitatis, 160, quadraticus, soluta esset quaestio. Sed

$$160 = 196 - 36; \quad 196 = (14)^2 \quad \text{et} \quad 14 = \tfrac{1}{2} \times 28.$$

Sic $196 = \left(\frac{1}{2} \times 28\right)^2$. Sed $28 = \frac{1}{2} \times 56$; ergo

$$14 = \tfrac{1}{4} \times 56,$$

1) Cf. problema I, xxvii.

δύο κύβων ἐστὶν ὑπεροχὴ τοῦ τε ξ̅δ̅ καὶ τοῦ η̅, ὁ δὲ λ̅ς̅ συναμφοτέρου ἐστὶ τῶν κύβων τὸ 𐅵′. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους ὅπως τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τὸ δ^ον, ἐφ' ἑαυτὸ γενόμενον, καὶ λεῖψαν συναμφοτέρου τὸ 𐅵′, ποιῇ □^ον.

Ἔστω ἡ τοῦ μείζονος κύβου π^λ. ς ᾱ Μ̊ ᾱ, ἡ δὲ τοῦ ἐλάσσονος ς ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ· καὶ γίνονται οἱ κύβοι, ὁ μὲν μείζων ⟨Κ^Υ ᾱ⟩ Δ^Υ γ̅ ς γ̅ Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ ἐλάσσων Κ^Υ ᾱ ς γ̅ ⋔ Δ^Υ γ̅ Μ̊ ᾱ, καὶ τῆς τούτων ὑπεροχῆς τὸ δ^ον, Δ^Υ ᾱ 𐅵′ Μ̊ 𐅵′. ταῦτα ἐφ' ἑαυτὰ γίνονται Δ^ΥΔ β̅ ⟨δ^×⟩ Δ^Υ ᾱ 𐅵′ Μ̊ δ^×. ταῦτα ἐὰν λείψῃ συναμφότερον τῶν κύβων 𐅵′, ὅπερ ἐστὶ Κ^Υ ᾱ ς γ̅, λοιπὸν γίνονται Δ^ΥΔ β̅ δ^× Δ^Υ ᾱ 𐅵′ Μ̊ δ^× ⋔ Κ^Υ ᾱ ς γ̅ ἴσ. □^ῳ· καὶ πάντα δ^κις διὰ τὸ μόριον· γίνεται Δ^ΥΔ θ̅ Δ^Υ ς̅ Μ̊ ᾱ ⋔ Κ^Υ δ̅ ς ι̅β̅· ταῦτα ἴσα □^ῳ τῷ ἀπὸ π^λ. Δ^Υ γ̅ Μ̊ ᾱ ⋔ ς ς̅· αὐτὸς ἄρα ἔσται Δ^ΥΔ θ̅ Δ^Υ μ̅β̅ Μ̊ ᾱ ⋔ Κ^Υ λ̅ς̅ ς ι̅β̅ ἴσ. Δ^ΥΔ θ̅ Δ^Υ ς̅ Μ̊ ᾱ ⋔ Κ^Υ δ̅ ς ι̅β̅. καὶ κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· καὶ λοιποὶ Κ^Υ λ̅β̅ ἴσοι Δ^Υ λ̅ς̅, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\eta}{\overline{\vartheta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὰς τῶν κύβων π^λ., τὴν μὲν ς ᾱ Μ̊ ᾱ, τὴν δὲ ς ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ, καὶ ἔσται ἡ μὲν ι̅ζ̅, ἡ δὲ ᾱ. αὐτοὶ ἄρα οἱ κύβοι ἔσονται, ὁ μὲν α^ος $\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{,\delta\text{ϡ}\iota\gamma}}$, ὁ δὲ β^ος ἑνός.

---

1 δύο κύβων] δυναμοκύβων AB_1. ἐστὶ *Ba*. τε om. *Ba*. 2 συναμφότερος AB_1, συναμφοτέρων *Ba*. 4 λείψας AB. 4/5 συναμφότερον AB_1. 5 ποιεῖ AB_1. 8 Κ^Υ ᾱ suppl. *Ba*. 10 δ^× suppl. *Ba*. 11 λείψει συναμφότερος A, λείψῃ συναμφοτέρου *Ba*. τὸ ἥμισυ *Ba*. 13 δ^κις] διακεκριμένα AB_1. διὰ] δὶς AB_1. 14 τῷ om. A*Ba*. 15 π^λ. om. *Ba*. 16 ἴσας AB_1, ἴσων *Ba*. θ̅ Δ^Υ om. B_1. 17 λῆψις A. 20—22 Denomin. add. *Ba*.

et 56 est differentia duorum cuborum 64 et 8; denique 36 est horum cuborum dimidia summa.

Deducor igitur ad inveniendum duos cubos quorum differentiae quarta pars, in seipsam multiplicata, minus dimidia summa, faciat quadratum.

Sit maioris cubi radix $x + 1$, et minoris radix $x - 1$. Fiunt cubi, maior $= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, minor $= x^3 + 3x - 3x^2 - 1$; et horum differentiae quarta pars, $\left(1\frac{1}{2}\right)x^2 + \frac{1}{2}$, in seipsam multiplicata, fit

$$\left(2\tfrac{1}{4}\right)x^4 + \left(1\tfrac{1}{2}\right)x^2 + \frac{1}{4}.$$

Si subtraho dimidiam summam cuborum, quae est $x^3 + 3x$, remanent

$$\left(2\tfrac{1}{4}\right)x^4 + \left(1\tfrac{1}{2}\right)x^2 + \frac{1}{4} - x^3 - 3x = \square.$$

Omnia in 4, propter denominatorem; fit

$9x^4 + 6x^2 + 1 - 4x^3 - 12x = \square$ a radice $(3x^2 + 1 - 6x)$.

Erit

$$\begin{aligned} \square &= 9x^4 + 42x^2 + 1 - 36x^3 - 12x \\ &= 9x^4 + \ \ 6x^2 + 1 - \ \ 4x^3 - 12x. \end{aligned}$$

Utrimque addantur negata et a similibus similia. Remanent

$$32x^3 = 36x^2, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{9}{8}.$$

Ad positiones. Statui cuborum radices, alteram $x + 1$, alteram $x - 1$; erit altera $\frac{17}{8}$, altera $\frac{1}{8}$, et cuborum

$$1^{us} = \frac{4913}{512}, \quad 2^{us} = \frac{1}{512}.$$

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ ζητῶ τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν κύβον τῶν $\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,δϡιγ}}}$, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν κύβον τὸ $\bar{\alpha}$.

Ἐπεὶ οὖν ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖ κύβον, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,δϡιγ}}}$, ὧν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ κύβον, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\alpha}}$, ὁ δὶς ἄρα συναμφότερός ἐστιν αὐτῶν ἡ ὑπεροχή, τουτέστι $\overline{\text{,δϡιβ}}$, ὥστε συναμφότερος ἔσται $\overline{\text{,βυνς}}$· ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου $\overline{\text{,δϡιγ}}$, ὧν συναμφότερος $\overline{\text{,βυνς}}$· ἔσται ἄρα ὁ ὑπ' αὐτῶν $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,βυνζ}}}$. καὶ προδέδεικται αὕτη ἡ ἀπόδειξις ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ, καὶ νῦν δὲ δειχθήσεται διὰ τὸ πρόβλημα.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{\text{ος}}$, ς $\bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}$ τοῦ ∠′ ὧν εἰσι συναμφότερα, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,ασκη}}}$· ὁ $\beta^{\text{ος}}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,ασκη}}}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$· καὶ ἔστι μὲν συναμφότερος $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,βυνς}}}$· ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι $\overset{\upsilon}{M}\,\overline{\text{ρν}}$. $\overline{\text{,ζϡπδ}}$ μορίου $\overline{\text{κς}}$. $\overline{\text{,βρμδ}}$ ⋔ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\text{,βυνζ}}}$· καὶ πάντα ἐπὶ ⟨τὸ⟩ μόριον, τουτέστιν $\overline{\text{κς}}$. $\overline{\text{,βρμδ}}$· καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. γίνεται $\Delta^{Y}\,\overline{\text{κς}}$. $\overline{\text{,βρμδ}}$ ἴσαι $\overset{\upsilon}{M}\,\overline{\text{κε}}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\,\overset{\varphi\iota\beta}{\overline{\varphi}}$.

2 τῶν] τὸν B. 2 et 4 Denomin. add. *Ba.* 3 λείψας AB_1. 4 τὸ] τὸν AB. 6 τουτέστιν A (item 7). 8 ἐστι A*Ba.* 8—10 Denomin. add. *Ba* (item p. 258, 1). 9 ἀλλ' ὁ *Ba.* 10 συναμφοτέρου] *Ba* add. ἐστί. 12 δὲ om. B_1. 14 τοῦ ∠′] τῆς ἡμισείας AB. 14/15 συναμφότεροι *Ba.* 17 $\overset{\upsilon}{M}$] μονάδας AB. 18 τὸ addidi. τουτέστι A*Ba.* 20 $\overset{\upsilon}{M}$] μονάδων A, $\overset{\circ}{M}$B.

Redeo nunc ad primitivum problema et quaero

$$X_1X_2 + (X_1 + X_2) \text{ facere cubum } \frac{4913}{512},$$

$$X_1X_2 - (X_1 + X_2) \text{ facere cubum } \frac{1}{512}.$$

Quoniam

$$X_1X_2 + (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, hoc est } \frac{4913}{512},$$

et

$$X_1X_2 - (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, hoc est } \frac{1}{512},$$

ergo

$$2(X_1 + X_2) \text{ est differentia } \frac{4912}{512}, \text{ et } X_1 + X_2 = \frac{2456}{512}.$$

Sed

$$X_1X_2 + (X_1 + X_2) = \frac{4913}{512}, \text{ quorum } X_1 + X_2 = \frac{2456}{512};$$

ergo

$$X_1X_2 = \frac{2457}{512}.$$

Iam demonstrata est in Libro I solutio[1]); nunc quoque demonstrabitur huius problematis gratia.

Ponatur X_1 esse x plus dimidia summa, hoc est $\frac{1228}{512}$; ergo

$$X_2 = \frac{1228}{512} - x; \quad \text{est} \quad X_1 + X_2 = \frac{2456}{512}$$

et

$$X_1X_2 = \frac{1507984}{262144} - x^2; \quad \text{aeq. } \frac{2457}{512}.$$

Omnia in denominatorem, hoc est 262144, et a similibus similia; fit

$$262144x^2 = 250000, \quad \text{et} \quad x = \frac{500}{512}.$$

1) I, XXVII.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\overline{{}_{,}\alpha\psi\kappa\eta}$, ὁ $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\psi\kappa\eta}$, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

Ἄλλως.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ κύβον.

Ἐν δὲ τῷ τοιούτῳ, ἅπας τετράγωνος ἀριθμὸς διαιρεθεὶς εἴς τε τὴν πλευρὰν καὶ τὸν λοιπόν, ποιεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου κύβον. τετάχθω τοίνυν ὁ τετράγωνος $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, καὶ διῃρήσθω εἴς τε τὴν π^{λ} καὶ τὸν λοιπόν. ἔσται ϛ $\overline{\alpha}$ καὶ $\Delta^{Y}\overline{\alpha} \pitchfork$ ϛ $\overline{\alpha}$· καὶ ἔστιν ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου κύβος.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν κύβον. ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ $K^{Y}\overline{\alpha} \pitchfork \Delta^{Y}\overline{\beta}$· ταῦτα ἴσα κύβῳ ἐλάσσονι τοῦ $K^{Y}\overline{\alpha}$· πλάσσω $K^{Y}\eta^{\times}$, καὶ πάντα $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$· γίνονται

$$K^{Y}\overline{\eta} \pitchfork \Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}\ \text{ἴσ.}\ K^{Y}\overline{\alpha},\ \text{καὶ γίνεται ὁ ϛ}\ \overset{\zeta}{\overline{\iota\varsigma}}.$$

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\zeta}{\overline{\iota\varsigma}}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overset{\mu\vartheta}{\overline{\rho\mu\delta}}$.

κθ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ⟨τετραγώνους⟩, οἳ συντεθέντες καὶ προσλαβόντες τὰς ἰδίας πλευρὰς συντεθείσας ποιοῦσι δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω δὴ τὸν $\overline{\iota\beta}$.

3 Ἄλλως om. *Ba*. 5 λείψει A. ποιεῖ AB_1. 6 δὲ om. *Ba*. ἀριθμὸς om. B_1. 8/9 ὁ τετράγωνος τοίνυν B_1. 14 ἐλάττονι B_1. 15 πλάσσω κύβον ἀπὸ ϛ $\overline{\alpha}^{?}$, τουτέστι $K^{Y}\overline{\alpha}^{?}$ *Ba*. $\eta^{\times}$] ς $\overline{\eta}$ AB (an μορίου $\overline{\eta}$?) 17 ἔσται om. B_1. 19 τετραγώνους suppl. *Ba*. 21 ποιῶσι *Ba*. 22 δὲ] δὴ AB.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{1728}{512}, \quad X_2 = \frac{728}{512},$$

et probatio evidens.

Aliter.[1]

30 Invenire duos numeros quorum productus, sive plus sive minus summa ipsorum, faciat cubum.

In tali quaestione, omnis quadratus numerus, partitus in radicem ipsius et residuum, facit duos numeros quorum productus, plus summa, est cubus.

Ponatur igitur quadratus x^2, et partes sint radix et residuus, scilicet x et $x^2 - x$; productus plus summa est cubus.

Reliquum oportet productum minus summa facere cubum, sed productus minus summa facit $x^3 - 2x^2$; ista aequentur cubo qui sit $< x^3$. Formo $\frac{1}{8}x^3$, et omnia 8^{ies}. Fit

$$8x^3 - 16x^2 = x^3, \quad \text{et} \quad x = \frac{16}{7}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{16}{7}, \quad X_2 = \frac{144}{49}.$$

XXIX.

31 Invenire quatuor numeros quadratos quorum summa, plus ipsorum radicum summa, faciat datum numerum.

Esto iam 12.

1) Haec solutio altera, priore elegantior, a Diophanti abiudicari nequit.

Ἐπεὶ πᾶς □^{ος} προσλαβὼν τὴν ἰδίαν π$^{λ.}$ καὶ $\mathring{M}$ δ$^{×}$, ποιεῖ □^{ον}, οὗ ἡ π$^{λ.}$ ⋀ $\mathring{M}$ ∠′ ποιεῖ ἀριθμόν τινα, ὅς ἐστι τοῦ ἐξ ἀρχῆς □^{ου} πλευρά, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἄρα, προσλαβόντες μὲν τὰς ἰδίας π$^{λ.}$, ποιοῦσι $\mathring{M}$ $\overline{\iota\beta}$, προσλαβόντες δὲ καὶ $\bar{\delta}$ δ^{α}, ποιοῦσι τέσσαρας □^{ους}· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ $\mathring{M}$ $\overline{\iota\beta}$ μετὰ $\bar{\delta}$ δ^{ων}, ὅ ἐστι $\mathring{M}$ $\bar{\alpha}$, $\mathring{M}$ $\overline{\iota\gamma}$. τὰς $\overline{\iota\gamma}$ ἄρα $\mathring{M}$ διαιρεῖν δεῖ εἰς τέσσαρας □^{ους}, καὶ ἀπὸ τῶν πλευρῶν, ἀφελὼν ἀπὸ ἑκάστης π$^{λ.}$ $\mathring{M}$ ∠′, ἕξω τῶν $\bar{\delta}$ □^{ων} τὰς π$^{λ.}$.

Διαιρεῖται δὲ ὁ $\overline{\iota\gamma}$ εἰς δύο □^{ους}, τόν τε $\bar{\delta}$ καὶ $\bar{\vartheta}$. καὶ πάλιν ἑκάτερος τούτων διαιρεῖται εἰς δύο □^{ους}, εἰς $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\xi\delta}}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\lambda\varsigma}}$, καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\mu\delta}}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\pi\alpha}}$. λαβὼν τοίνυν ἑκάστου τὴν πλευράν, $\overset{\varepsilon}{\bar{\eta}}$, ⟨$\overset{\varepsilon}{\bar{\varsigma}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}$⟩, $\overset{\varepsilon}{\bar{\vartheta}}$, καὶ αἴρω ἀπὸ ἑκάστου τούτων πλευρᾶς $\mathring{M}$ ∠′, καὶ ἔσονται αἱ π$^{λ.}$ τῶν ζητουμένων □^{ων}, $\overset{\iota}{\overline{\iota\alpha}}$, $\overset{\iota}{\bar{\zeta}}$, $\overset{\iota}{\overline{\iota\vartheta}}$, $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$. αὐτοὶ ἄρα οἱ □^{οι}, ὃς μὲν $\overset{\rho}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$, ὃς δὲ $\overset{\rho}{\overline{\mu\vartheta}}$, ὃς δὲ $\overset{\rho}{\overline{\tau\xi\alpha}}$, ὃς δὲ $\overset{\rho}{\overline{\rho\xi\vartheta}}$.

λ.

Εὑρεῖν τέσσαρας τετραγώνους οἳ συντεθέντες καὶ λείψαντες τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας ποιοῦσι δοθέντα ἀριθμόν.

---

2 λείψασα μονάδος ἡμίσεως A Ba, λείψασα μονάδος ἥμισυ B. 6 ἔστιν A. τὰς] ταῖς A. 7/8 καὶ ἀπὸ ἑκάστης πλευρᾶς ἀφελὼν μονάδος τὸ ἥμισυ Ba. 10 διαιροῦνται δὲ οἱ τρεῖς AB, διαιροῦνται δὲ οἱ $\overline{\iota\gamma}$ Ba. 13 τὴν πλευράν] τὰς πλευρὰς B_1. $\bar{\varsigma}^{\varepsilon}$, $\overline{\iota\beta}^{\varepsilon}$ suppl. Ba. καὶ om. Ba. 14 πλευρᾶς om. Ba. μονάδος τὸ ἥμισυ Ba. 19 λείψαντες Ba, ⋀ A, λείψει B. ποιῶσι Ba.

Quoniam omnis quadratus, plus radice ipsius et $\frac{1}{4}$, facit quadratum cuius radix minus $\frac{1}{2}$ facit numerum qui radix est primitivi quadrati, ergo summa quatuor (quaesitorum), plus radicibus ipsorum, facit 12, et plus $4 \times \frac{1}{4}$ insuper, facit summam quatuor quadratorum; at 12 plus $4 \times \frac{1}{4}$ (hoc est 1) est 13; oportet partiri 13 in quatuor quadratos, quorum ab unaquaque radice subtrahens $\frac{1}{2}$, habebo radices quatuor quaesitorum.

Partitur autem 13 in duos quadratos 4 et 9, et rursus uterque in duos quadratos, alter in $\frac{64}{25}$ et $\frac{36}{25}$, alter in $\frac{144}{25}$ et $\frac{81}{25}$. Sumens uniuscuiusque radicem,

$$\frac{8}{5}, \quad \frac{6}{5}, \quad \frac{12}{5}, \quad \frac{9}{5},$$

ab unaquaque radice subtraho $\frac{1}{2}$; erunt quaesitorum quadratorum radices

$$\frac{11}{10}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{19}{10}, \quad \frac{13}{10},$$

et quadrati ipsi

$$\frac{121}{100}, \quad \frac{49}{100}, \quad \frac{361}{100}, \quad \frac{169}{100}.$$

XXX.

Invenire quatuor quadratos quorum summa, minus 32
ipsorum radicum summa, faciat datum numerum.

Ἔστω δὴ $\mathring{M}\,\bar{\delta}$.

Ἐπεὶ οὖν τὸν $\alpha^{ον}$ λείψαντα αὐτοῦ τὴν π^{λ}, καὶ τὸν $\beta^{ον}$ λείψαντα αὐτοῦ τὴν π^{λ}, καὶ τὸν $\gamma^{ον}$, καὶ τὸν $\delta^{ον}$, ὁμοίως λείψαντα, ⟨δεῖ⟩ ποιεῖν $\mathring{M}\,\bar{\delta}$, ἀλλὰ μὴν καὶ πᾶς $\square^{ος}$, λείψας τὴν ἑαυτοῦ π^{λ}, καὶ προσλαβὼν $\mathring{M}\,\delta^{\times}$, ποιεῖ $\square^{ον}$, οὗ ἡ π^{λ} προσλαβοῦσα $\mathring{M}\,\angle'$ ποιεῖ τὴν τοῦ ἐξ ἀρχῆς $\square^{ου}$ πλευράν, ὥστε οἱ τέσσαρες, λείψαντες αὐτῶν τὰς π^{λ}, καὶ προσλαβόντες $\mathring{M}^{ος}\,\bar{\delta}\ \delta^{α}$, τουτέστι $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, ποιήσουσι τέσσαρας $\square^{ους}$· ἀλλὰ καὶ οἱ τέσσαρες, λείψαντες αὐτῶν τὰς π^{λ}, ποιοῦσι $\mathring{M}\,\bar{\delta}$· προσλαβόντες δὲ καὶ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, ποιοῦσι $\mathring{M}\,\bar{\varepsilon}$. ἀπῆκται οὖν μοι τὸν $\bar{\varepsilon}$ διελεῖν εἰς τέσσαρας $\square^{ους}$. [ἑκάστῃ τῶν π^{λ} προσέθηκα $\mathring{M}\,\angle'$ καὶ εὗρον τὰς τῶν ζητουμένων $\square^{ων}$ π^{λ}.]

Διαιρεῖται δὲ ὁ $\bar{\varepsilon}$ εἰς τέσσαρας $\square^{ους}$, $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\vartheta}}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\xi\delta}}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\lambda\varsigma}}$. λαμβάνω τούτων τὰς πλευράς, γίνονται $\overset{\varepsilon}{\overline{\gamma}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\delta}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\eta}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\varsigma}}$. προστίθημι ἑκάστῳ τούτων $\mathring{M}\,\angle'$ καὶ εὑρίσκω τὰς πλευράς, ἣν μὲν $\overset{\iota}{\overline{\iota\alpha}}$, ἣν δὲ $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$, ἣν δὲ $\overset{\iota}{\overline{\kappa\alpha}}$, ἣν δὲ $\overset{\iota}{\overline{\iota\zeta}}$. ἔσονται δὲ ἄρα οἱ ζητούμενοι τετράγωνοι, ὃς μὲν $\overset{\varrho}{\overline{\varrho\kappa\alpha}}$, ὃς δὲ $\overset{\varrho}{\overline{\varrho\xi\vartheta}}$, ὃς δὲ $\overset{\varrho}{\overline{\upsilon\mu\alpha}}$, ὃς δὲ $\overset{\varrho}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$.

---

1 δὲ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$ A, δὲ μονὰς μία B, δὲ τὸν $\bar{\delta}$ *Ba*. 2 οὖν] *Ba* add. θέλω. λείψαντα] λείψει B_1. καὶ τὸν $\beta^{ον}$ ... τὴν π^{λ} (3) om. B_1, καὶ $\beta^{ον}$ τοῦ αὐτοῦ Λ τὴν π^{λ} *Auria*. 4 λείψαντας *Ba* qui add. αὐτῶν τὰς πλευράς. δεῖ suppl. *Auria*. 7 τέσσαρες] *Ba* add. τετράγωνοι. 12 τέσσαρας *Ba*, δύο A, $\bar{\beta}$ B. ἑκάστῃ ... $\square^{ων}$ π^{λ} (13) interpolata censeo. μονάδος τὸ ἥμισυ *Ba* (item 16). 19 ὃς δὲ $\overline{\varrho\xi\vartheta}^{\varrho}$ om. *Ba*.

Esto iam 4.

Quoniam oportet [simul additos] 1um minus ipsius radice, et 2um minus ipsius radice, et similiter 3um et 4um minus radicibus, facere 4; sed omnis quadratus, minus radice ipsius, et plus $\frac{1}{4}$, quadratum facit cuius radix plus $\frac{1}{2}$ facit primitivi quadrati radicem; quatuor quaesitorum summa, minus radicibus ipsorum et plus $4 \times \frac{1}{4}$, hoc est 1, faciet summam quatuor quadratorum. Sed summa quatuor (quaesitorum), minus radicibus ipsorum, facit 4; et insuper addito 1, facit 5.

Deducor igitur ad partiendum 5 in quatuor quadratos; [unicuique radix addens $\frac{1}{2}$, habeo quaesitorum quadratorum radius].

Partitur autem 5 in quatuor quadratos,

$$\frac{9}{25},\quad \frac{16}{25},\quad \frac{64}{25},\quad \frac{36}{25};$$

horum sumo radices, fiunt

$$\frac{3}{5},\quad \frac{4}{5},\quad \frac{8}{5},\quad \frac{6}{5};$$

unicuique horum addo $\frac{1}{2}$ et invenio radices

$$\frac{11}{10},\quad \frac{13}{10},\quad \frac{21}{10},\quad \frac{17}{10}.$$

Erunt igitur quaesiti quadrati,

$$\frac{121}{100},\quad \frac{169}{100},\quad \frac{441}{100},\quad \frac{289}{100}.$$

λα.

Τὴν μονάδα διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ δοθέντα ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν τετράγωνον.

Ἔστω τὴν $\mathring{M}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ ᾧ μὲν προστιθέναι $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$, ᾧ δὲ $\mathring{M}\,\bar{\varepsilon}$, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν $\square^{ον}$.

Τετάχθω ὁ $α^{ος}$ ς $\bar{α}$, ὁ ἄρα $β^{ος}$ ἔσται $\mathring{M}\,\bar{α}$ ⋔ ς $\bar{α}$· καὶ ἐὰν μὲν τῷ $α^{ῳ}$ προστεθῶσι $\mathring{M}\,\bar{γ}$, ἔσται ς $\bar{α}$ $\mathring{M}\,\bar{γ}$· ἐὰν δὲ τῷ $β^{ῳ}$ $\mathring{M}\,\bar{ε}$, ἔσται $\mathring{M}\,\bar{ϛ}$ ⋔ ς $\bar{α}$· καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν ς $\bar{γ}$ $\mathring{M}\,\overline{ιη}$ ⋔ $Δ^{Υ}\,\bar{α}$ ἴσ. $\square^{ῳ}$. ἔστω $Δ^{Υ}\,\bar{δ}$. καὶ κοινῇ προσκείσθω τὰ τῆς λείψεως· γίνονται ς $\bar{γ}$ $\mathring{M}\,\overline{ιη}$ ἴσ. $Δ^{Υ}\,\bar{ε}$, καὶ οὐκ ἔστιν ἡ ἴσωσις ῥητή.

ἀλλὰ αἱ $Δ^{Υ}\,\bar{ε}$ ἐστὶ $\square^{ος}$ μετὰ $\mathring{M}\,\bar{α}$· δεῖ ταύτας ἐπὶ τὰς $\overline{ιη}$ $\mathring{M}$ πολλαπλασιασθείσας καὶ προσλαβούσας τὸν ἀπὸ τοῦ ∠′ τῶν $\bar{γ}$ ς $\square^{ον}$, τουτέστι $\bar{β}\,δ^{Χ}$, ποιεῖν $\square^{ον}$. διὰ τοῦτο τοίνυν ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ ζητῆσαι $\square^{ον}$, ⟨ὃς⟩ προσλαβὼν $\mathring{M}\,\bar{α}$, καὶ $ιη^{κις}$ γενόμενος, καὶ προσλαβὼν $\mathring{M}\,\bar{β}\,δ^{Χ}$, ποιεῖ $\square^{ον}$.

ἔστω ὁ $\square^{ος}$ $Δ^{Υ}\,\bar{α}$· οὗτος μετὰ $\mathring{M}\,\bar{α}$, $ιη^{κις}$ γενόμενος καὶ προσλαβὼν $\mathring{M}\,\bar{β}\,δ^{Χ}$, ⟨ποιεῖ⟩ $Δ^{Υ}\,\overline{ιη}$ $\mathring{M}\,\bar{κ}\,δ^{Χ}$ ἴσ. $\square^{ῳ}$. πάντα $δ^{κις}$, γίνονται $Δ^{Υ}\,\overline{οβ}$ $\mathring{M}\,\overline{πα}$ ἴσ. $\square^{ῳ}$. καὶ πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\bar{η}$ $\mathring{M}\,\bar{θ}$· γίνεται ὁ ς $\mathring{M}\,\overline{ιη}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ $\square^{ος}$ $\overline{τκδ}$.

4 αὐτῶν *Ba*, αὐτοῦ AB. 6 προστιθέναι] προσθεῖναι *Ba*. 11 ἔστω] ἔσται A. 14 ἀλλ' αἱ *Ba*. ἐστὶν A. δεῖ δὴ *Ba*. ταύτας scripsi, ταῦτα AB. 15 πολλαπλασιασθέντα καὶ προσλαβόντα *Ba*. 16 τοῦ ∠′] τῆς ἡμισείας AB. τουτέστιν A. 18 ὃς suppl. *Ba*. προσλαβὼν prius] προσλαβόντα B_1. 19 ποιῇ *Ba*. 21 ποιεῖ suppl. *Ba*.

XXXI.

Unitatem partiri in duos numeros et utrique ad- 33
dere datum numerum, ita ut productus summarum faciat quadratum.

Sit unitas partienda in duos numeros, et addendus alteri 3, alteri 4, ita ut productus summarum faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$, erit $X_2 = 1 - x$.

Si ad X_1 addo 3, fiet $x + 3$; si ad X_2 addo 5, fiet $6 - x$. Erit productus

$$3x + 18 - x^2 \text{ aeq. } \square; \quad \text{esto } 4x^2.$$

Utrimque addantur negata, fiet

$$3x + 18 = 5x^2,$$

quae aequatio non est rationalis.

Sed 5, coefficiens x^2, est quadratus plus unitate; oportet hunc coefficientem, in 18 multiplicatum, addito quadrato a dimidio 3 coefficiente x, hoc est $2\frac{1}{4}$, facere quadratum.

Propter hoc deducor ad quaerendum quadratum qui, addito 1, summa in 18 multiplicata, producto addito $2\frac{1}{4}$, faciat $\square$.

Sit quadratus x^2; addo 1, multiplico in 18, addo $2\frac{1}{4}$, fit

$$18x^2 + 20\tfrac{1}{4} = \square.$$

Omnia in 4, fit

$$72x^2 + 81 = \square.$$

Formo $\square$ ab $(8x + 9)$; fit

$$x = 18.$$

Ad positiones; quadratus erit 324.

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, ἰσῶσαι ϛ γ̄ Μ̊ ῑη̄ ⋔ Δ^Υ ᾱ ἴσ. □^ῳ·

νῦν τάσσω Δ^Υ τ̄κ̄δ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ τκε^ων οη̄, τουτέστιν ϛ̄ κε.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^ος ϛ̄· ὁ δὲ β^ος ι̅θ̅.

Ἄλλως.

Τὴν μονάδα διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ δοθέντα ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν τετράγωνον.

Ἔστω δὴ τὴν Μ̊ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ ᾧ μὲν προσθεῖναι Μ̊ γ̄, ᾧ δὲ Μ̊ ε̄, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν □^ον.

Τετάχθω ὁ α^ος ϛ ᾱ καὶ ⋔ Μ̊ γ̄ ἃς προσλαμβάνει. λοιπὸς ἄρα ὁ β^ος ἔσται Μ̊ δ̄ ⋔ ϛ ᾱ.

καὶ ἐὰν μὲν τῷ α^ῳ προστεθῶσι Μ̊ γ̄, γί. ϛ ᾱ, ἐὰν δὲ τῷ β^ῳ Μ̊ ε̄, γί. Μ̊ θ̄ ⋔ ϛ ᾱ. καὶ ἔστιν ὁ ὑπ' αὐτῶν ϛ θ̄ ⋔ Δ^Υ ᾱ ἴσ. □^ῳ· ἔστω Δ^Υ δ̄. καὶ γίνεται ὁ ϛ θ̄ ε. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· καὶ οὐ δύναμαι ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ ϛ^οῦ γ̄ Μ̊.

Δεῖ οὖν τὸν ϛ μείζονα μὲν εἶναι Μ̊ γ̄, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ δ̄. ὁ δὲ ϛ εὕρηται ἐκ τοῦ τὸν θ̄ μερισθῆναι εἰς τὸν ε̄, ὅς ἐστι □^ος σὺν Μ̊ ᾱ. εἰ δὲ ὁ θ̄, μεριζόμενος εἴς τινα □^ον σὺν Μ̊ ᾱ, ποιεῖ Μ̊ γ̄, εἰς ὃν ἄρα μερίζεται, ἔστι δὴ ὁ γ̄· εἰς ὃν δὲ ὁ θ̄ μερίζεται, □^ος ἐστι

3 νῦν] ὂν νῦν *Ba*. τκε^ων] μ̊ A, μονάδων B_1. 5 Denomin. add. *Ba* 6 Ἄλλως om. *Ba*. 8 δοθέντι ἀριθμῷ AB_1. 10 δὴ] δὲ AB. 13 λεῖψις AB. 15 γί. A, γίνονται B, γίνεται *Ba* (item 16). 16 ⋔ om. A. 18/19 τοῦ ϛ^οῦ, γ̄ Μ̊] ϛ^οῦ ᾱ μονάδας γ̄ *Ba*. 22 ἐστιν τετράγωνος *Ba*, ἐστιν ὁ A, ἐστιν ō B. 23 ποιεῖ] ἀριθμὸν ποιεῖ μείζονα *Ba*. 24 ἔστι δὴ ὁ γ̄ scripsi, ἔστι δὲ ὁ τρίτος AB, ἐλάσσων ἐστὶ τῶν γ̄ *Ba*.

Redeo nunc ad primitivum problema; aequandum

$$3x + 18 - x^2 = \square.$$

Nunc pono $324x^2$, et fit $x = \frac{78}{325}$ hoc est $\frac{6}{25}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{6}{25}, \quad X_2 = \frac{19}{25}.$$

Aliter.

Unitatem partiri in duos numeros et utrique addere datum numerum ita ut productus summarum faciat quadratum. 34

Sit iam unitas partienda in duos numeros, et addendus alteri 3, alteri 5, ita ut productus summarum faciat quadratum.

Ponatur

$$X_1 = x - 3,$$

nempe minus addendo numero. Erit igitur

$$X_2 = 4 - x.$$

Et si ad X_1 addo 3, fit x; si ad X_2 addo 5, fit $9 - x$, eritque productus $9x - x^2 = \square$; esto $= 4x^2$, et fit

$$x = \frac{9}{5}.$$

Ad positiones; non possum subtrahere 3 ab x. Oportet igitur esse $x > 3$ et < 4. Sed x inventus est ex divisione 9 per 5, qui est quadratus plus unitate; si autem 9, divisus per summam $(\square + 1)$, dat quo-

⟨σὺν⟩ Μ̊, ὥστε ὁ □ᵒˢ σὺν Μ̊ α̅ ⟨ἐλάσσων ἐστὶ Μ̊ γ̅⟩. καὶ ἤρθω ἡ Μ̊· ὁ ἄρα □ᵒˢ ⟨ἐλάσσων⟩ ἐστὶ Μ̊ β̅.

πάλιν θέλομεν τὸν θ̅ μερίζοντες εἰς □ᵒⁿ σὺν Μ̊ α̅ ποιεῖν Μ̊ δ̅. εἰς ὃν ἄρα μερίζεται, ⟨ἔστι δὴ Μ̊ β̅ δˣ· εἰς ὃν δὲ μερίζεται⟩ ὁ θ̅, □ᵒˢ ἐστι σὺν Μ̊ α̅, ὥστε ὁ □ᵒˢ σὺν τῇ Μ̊ μείζων ἐστὶ Μ̊ β̅ δˣ· καὶ ἤρθω ἡ Μ̊ α̅· ὥστε ὁ □ᵒˢ μείζων Μ̊ α̅ δˣ.

ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσων β̅ □ᵒˢ· γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν τινα □ᵒⁿ ὅς ἐστι μείζων Μ̊ α̅ δˣ, ἐλάσσων δὲ β̅.

Καὶ ἀναλύω ταῦτα εἰς μόρια τετραγωνικά, εἰς ξδ^α, καὶ γίνονται π̅ καὶ ρ̅κ̅η̅· τοῦτο δέ ἐστι ῥᾴδιον, καὶ ἔστιν ὁ □ᵒˢ $\overset{\xi\delta}{\overline{\rho}}$, τουτέστιν $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\varepsilon}}$.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ ἐζήτουν ϛ θ̅ ⋔ Δʸ α̅ ἴσ. □ᵚ, τουτέστι τῷ εὑρημένῳ ἴσ. Δʸ $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\varepsilon}}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\mu\alpha}{\overline{\rho\mu\delta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ αᵒˢ κ̅α̅, ὁ βᵒˢ κ̅.

λβ.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν τρίτον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς ὁ ϛ̅.

Τετάχθω ὁ γᵒˢ ϛ α̅, καὶ ὁ βᵒˢ Μ̊ ἐλασσόνων τοῦ ϛ̅·

1 σὺν suppl. *Ba*. ὥστε *Ba*, ὧν AB. ἐλάσσων ἐστὶ τῶν γ̅ suppl. *Ba*. 2 ἐλάσσων suppl. *Ba*. 3 θ̅ scripsi, δεύτερον AB. μερίζοντα *Ba*. 4 ποιεῖν] *Ba* add. ἀριθμὸν ἐλάσσονα. εἰς ὃν] ἴσον AB_1. ἔστι . . . μερίζεται (5)] μείζων ἔστι Μ̊ β̅ α̅^δ, εἰς ὃν δὲ μερίζεται suppl. *Ba*; aliter tentavi. 7 μείζων ἐστὶ μονάδος καὶ α̅^δ *Ba*. 8 ἐλάσσων β̅ □ᵒˢ scripsi, ὁ δεύτερος □ᵒˢ AB, ἐλάσσων Μ̊ β̅ *Ba*. γέγονε *Ba*. 10 τετραγωνικά *Ba*, $\overset{\alpha}{\square}$ $\overset{\alpha}{\square}$ A, τετράγωνα B. 14 τουτέστιν A. 16 Denomin. add. *Ba*. 20 λείψει, ποιεῖ A. 22 ἐλασσόνων τοῦ ϛ̅ scripsi, ψ′ ὧν τὸ ϛϛ′ A, ὑπὲρ ὧν τὸ β̅ B, ὑπὲρ ὧν τὸ ϛ̅ *Ba*.

tientem[1]) 3, divisor est 3; sed divisor est $\square + 1$; ergo $\square + 1 < 3$; tollatur 1; ergo $\square < 2$.

Rursus si volumus 9 divisum per $(\square + 1)$ dare quotientem 4, divisor est $2\frac{1}{4}$; sed divisor est $\square + 1$; ergo $\square + 1 > 2\frac{1}{4}$; tollatur 1; ergo $\square > 1\frac{1}{4}$.

Sed monstratus quoque est < 2; est igitur mihi inveniendus $\square$ qui sit $> 1\frac{1}{4}$, et < 2.

Ista reduco ad denominatorem quadraticum 64; fiunt 80 et 128. Facile est invenire $\square = \frac{100}{64}$, hoc est $\frac{25}{16}$.

Redeo nunc ad primitivum problema; quaerebam $9 - x^2 = \square$, hoc est invento $\frac{25}{16}x^2$, et fit $x = \frac{144}{41}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{21}{41}, \quad X_2 = \frac{20}{41}.$$

XXXII.

Datum numerum partiri in tres numeros ita ut primi et secundi productus, sive plus sive minus tertio, faciat quadratum.

Sit datus 6.

Ponatur $X_3 = x$, et X_2 esse numerum unitatum

1) De textu dubitare licet; attamen Diophantus inaequalitates tractare videtur primo ut aequationes.

ἔστω M̊β̄· ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται M̊δ̄ ⋔ ς ᾱ· καὶ λοιπά ἐστι δύο ἐπιτάγματα, τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν $\gamma^{ον}$, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖν $\square^{ον}$. καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης· M̊η̄ ⋔ ς ᾱ ἴσ. $\square^{ῳ}$· καὶ M̊η̄ ⋔ ς γ̄ ἴσ. $\square^{ῳ}$· καὶ οὐ ῥητόν ἐστι διὰ τὸ μὴ εἶναι τοὺς ς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντας ὃν $\square^{ος}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ον}$ ἀριθμόν.

ἀλλὰ ὁ ς ὁ ᾱ μονάδι ἐλάσσων τοῦ β̄, οἱ δὲ ς γ̄ ὁμοίως μείζ. ⟨M̊ι⟩ τοῦ β̄. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν ἀριθμόν τινα, ὡς τὸν β̄, ἵνα ὁ M̊ι αὐτοῦ μείζων, πρὸς τὸν M̊ι ⟨αὐτοῦ ἐλάσσονα, λόγον ἔχῃ ὃν $\square^{ος}$ ἀριθμὸς πρὸς⟩ $\square^{ον}$ ἀριθμόν.

Ἔστω ἡ ζητούμενος ς ᾱ, καὶ ⟨ὁ⟩ M̊ι ᾱ αὐτοῦ μείζων ἔσται ς ᾱ M̊ᾱ, ὁ δὲ M̊ι αὐτοῦ ἐλάσσων ς ᾱ ⋔ M̊ᾱ. θέλομεν οὖν αὐτοὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν ὃν $\square^{ος}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ον}$ ἀριθμόν. ἔστω ὃν δ̄ πρὸς ᾱ· ὥστε ς ᾱ ⋔ M̊ᾱ ἐπὶ M̊δ̄ γίνονται ς δ̄ ⋔ M̊δ̄· καὶ ς ᾱ M̊ᾱ ἐπὶ τὴν M̊ᾱ ⟨γίνονται ς ᾱ M̊ᾱ⟩. καί εἰσιν οὗτοι οἱ ἐκκείμενοι ἀριθμοὶ λόγον ἔχοντες πρὸς ἀλλήλους ὃν ἔχει $\square^{ος}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ον}$ ἀριθμόν· νῦν ς δ̄ ⋔ M̊δ̄ ἴσ. ς ᾱ M̊ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\overset{\gamma}{\bar{\varepsilon}}$.

τάσσω οὖν τὸν $\beta^{ον}$ $\overset{\circ}{M}\overset{\gamma}{\bar{\varepsilon}}$· ὁ γὰρ $\gamma^{ος}$ ἐστὶν ς ᾱ· ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\overset{\gamma}{\overline{\iota\gamma}}$ ⋔ ς ᾱ.

---

1 δ̄] ᾱ A. λοιπά ἐστι δύο *Ba*, λοιπός ἐστι δεύτερος AB. 3 λείψει, ποιεῖ A. 4 ἰσώτης A*Ba*. ς ᾱ . . . . ⋔ om. B_1. 7 ὁ (ante ᾱ) om. *Ba*. 8 μείζ.] μείζων A, μείζους B, μείζονες *Ba*. μονάδι suppl. *Ba*. μοι om. *Ba*. 9 μονάδι μιᾷ *Ba*. 10 αὐτοῦ . . . πρὸς (11) suppl. *Ba*. 12 ὁ suppl. V. αὐτοῦ . . . . M̊ᾱ om. B_1. 15 ὃν om. *Ba*. 17 γίνεται ς ᾱ M̊ᾱ suppl. *Ba*. 20 M̊ post. om. B_1. 21 ἐστι *Ba*.

minorem quam 6; esto 2. Erit igitur $X_1 = 4 - x$. Supersunt duae conditiones:

$$X_1 X_2 \pm X_3 = \square;$$

et fit dupla aequatio:

$$8 - x = \square, \quad 8 - 3x = \square;$$

quod haud rationale est quia coefficientes x inter se non habent rationem quadrati numeri ad quadratum numerum.

Sed 1 coefficiens x est $(2 - 1)$, et 3 coefficiens x est similiter $(2 + 1)$; deducor igitur ad inveniendum numerum talem ut, addita et subtracta unitate, numeri facti inter se habeant rationem quadrati numeri ad quadratum numerum.

Sit quaesitus x; si additur 1, fit $x + 1$; si subtrahitur 1, $x - 1$; illos volumus inter se rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum: esto 4 ad 1. Ergo

$$(x - 1) \times 4 \text{ fit } 4x - 4, \quad \text{et} \quad (x + 1) \times 1 \text{ fit } x + 1.$$

Et sunt hi numeri expositi[1]) rationem habentes inter se quadrati numeri ad numerum quadratum. Nunc aequo

$$4x - 4 = x + 1, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{5}{3}.$$

Pono igitur $X_2 = \frac{5}{3}$; nam $X_3 = x$; erit

$$X_1 = \frac{13}{3} - x.$$

---

1) Haud integer esse videtur textus.

λοιπὸν δεῖ εἶναι τὸ ἐπίταγμα, ἔστω τὸν ὑπὸ αου καὶ βου, προσλαβόντα τὸν γον, ποιεῖν □ον, καὶ λείψαντα τὸν γον, ποιεῖν □ον· ἀλλ' ὁ ὑπὸ αου καὶ βου, προσλαβὼν τὸν γον, ποιεῖ Μ̊ ξε ⋔ ϛ ω^θ ἴσ. □ῳ· ⋔ δὲ τοῦ γου, ποιεῖ Μ̊ ξε ⋔ ϛ β ω^θ ἴσ. □ῳ. καὶ πάντα ἐπὶ τὸν θ̄, καὶ γίνονται Μ̊ ξε ⋔ ϛ ς̄ ἴσ. □ῳ, καὶ Μ̊ ξε ⋔ ϛ κδ ἴσ. □ῳ. καὶ ἐξισῶ, τοὺς ϛ τῆς μείζονος ἰσότητος ποιήσας δκις, καὶ ἔστι

Μ̊ σξ ⋔ ϛ κδ ἴσ. □ῳ καὶ Μ̊ ξε ⋔ ϛ κδ ἴσ. □ῳ.

νῦν τούτων λαμβάνω τὴν ὑπεροχὴν καὶ ἔστι Μ̊ ρϟε· καὶ ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστι Μ̊ ρϟε, καί εἰσι ιε καὶ ιγ· καὶ τῆς τούτων ὑπεροχῆς τὸ ∠' ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον ἐστὶ τῷ ἐλάσσονι □ῳ, καὶ γίνεται ὁ ϛ γων η̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος ε̄, ὁ δὲ βος ε̄, ὁ δὲ γος η̄. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

λγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἕτερος, παρὰ τοῦ ἑτέρου προσλαβὼν τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, λόγον ἔχῃ πρὸς τὸν περιλειφθέντα ὑπὸ τοῦ δοθέντος τὸν ἐπιταχθέντα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν αον, προσλαβόντα παρὰ τοῦ βου μέρος τι ἢ μέρη, τοῦ λοιποῦ εἶναι γπλ., τὸν δὲ βον,

---

1 ἔστω] τουτέστι Ba. 2 λείψας A. 3 ἀλλ' ὁ Ba. 4 ω] ϟ A, β̄ B, β̄γ ϛϛ Ba. ⋔ δὲ τῷ τρίτῳ A, λείψας δὲ τὸν τρίτον Ba. 5 ϛ β ω] ϥϥ ς A, ἀριθμῶν ς̄ B, ϛϛ ηγ Ba. ἐπὶ scripsi, εἰς AB. 6 ς̄ Ba, ō AB. 7 μείζονος] μιᾶς Ba. 8 ἔστιν B_1. 10 ἔστιν A. 12 εἰσι Ba, ἔστι AB.

Reliquum oportet conditioni satisfacere; esto

$$X_1X_2 + X_3 = \square, \quad \text{et} \quad X_1X_2 - X_3 = \square.$$

Sed

$$X_1X_2 + X_3 \text{ facit } \frac{65}{9} - \frac{2}{3}x = \square;$$

$$X_1X_2 - X_3 \text{ facit } \frac{65}{9} - \frac{2}{3}x = \square.$$

Omnia in 9; fiunt

$$65 - 6x = \square, \quad \text{et} \quad 65 - 24x = \square.$$

Coefficientes x exaequo, maioris formae terminos multiplicando in 4; fit

$$260 - 24x = \square, \quad \text{et} \quad 65 - 24x = \square.$$

Nunc illarum sumo differentiam, quae est 195, et expono duos numeros quorum productus sit 195; tales sunt 15 et 13, quorum dimidia differentia, in seipsam multiplicata, aequalis est minori quadrato, et fit $x = \frac{8}{3}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{5}{3}, \quad X_2 = \frac{5}{3}, \quad X_3 = \frac{8}{3},$$

et probatio evidens.

XXXIII.

Invenire duos numeros tales ut uterque, ab altero accipiens eandem fractionem aliquotam vel non aliquotam, ad residuum ex dante rationem habeat propositam. 36

Proponatur iam X_1, ab X_2 accipientem quandam huius fractionem (aliquotam vel non aliquotam), re-

---

13 ἐφ' ἑαυτοῦ ἴσα εἰσὶ AB_1. γων] μ̊ AB. 19 ὑπὸ τοῦ δοθέντος om. Ba, ἀπὸ τοῦ διδόντος libentius scriberem. 21 παρὰ] πρὸς A.

προσλαβόντα παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, τοῦ λοιποῦ εἶναι $\varepsilon^{πλ.}$

Τετάχθω ὁ $\beta^{ος}$ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ, τὸ δὲ μέρος ἢ μέρη αὐτοῦ ἔστω Μ̊ ᾱ· ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται ϛ γ̄ ⋀ Μ̊ ᾱ, καὶ ὁ $\alpha^{ος}$, ἐὰν προσλάβῃ τοῦ $\beta^{ου}$ μέρος τι ἢ μέρη, τουτέστι Μ̊ ᾱ, γίνεται τοῦ λοιποῦ $\gamma^{πλ.}$. θέλομεν δὲ καὶ τὸν $\beta^{ον}$, προσλαβόντα ⟨τοῦ $\alpha^{ου}$⟩ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, τοῦ λοιποῦ εἶναι $\varepsilon^{πλ.}$

ἀλλ' ἐπειδὴ οἱ δύο εἰσὶν ϛ δ̄ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ λαμβάνει τι καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ δίδωσι, καὶ ὁ γενόμενος τοῦ λοιποῦ γίνεται $\varepsilon^{πλ.}$, ὥστε ὁ συναμφότερος, ὁ γενόμενος καὶ ὁ λοιπός, ἔσται ϛ δ̄, ὥστε ὁ λοιπὸς ἔσται ἐὰν τῶν ϛ δ̄ λάβωμεν τὸ $ϛ^{ον}$, τουτέστιν ϛ ϣ· ἐὰν ἄρα ἀπὸ ϛ γ̄ ⋀ Μ̊ ᾱ ἄρωμεν ϛ ϣ, ἕξομεν τοῦ $\alpha^{ου}$ μέρος ἢ μέρη.

ἐὰν δὲ ἄρωμεν, λοιπός ἐστι γενόμενος ϛ $\overset{\gamma}{\zeta}$ ⋀ Μ̊ ᾱ· λαβὼν γὰρ ὁ $\beta^{ος}$, ὁ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ, παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ ϛ $\overset{\gamma}{\zeta}$ ⋀ Μ̊ ᾱ, γίνεται $\varepsilon^{πλ.}$ τοῦ καταλιμπανομένου τοῦ $\alpha^{ου}$.

λοιπὸν δεῖ ἐνθάδε ζητῆσαι, εἰ ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη Μ̊ ᾱ, $ϛ^{οῦ}$ ᾱ Μ̊ ᾱ, τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη $ϛ^{ῶν}$ γ̄ ⋀ Μ̊ ᾱ οἱ ϛ $\overset{\gamma}{\zeta}$ ⋀ Μ̊ ᾱ.

ὅταν δέ τι τοιοῦτο ζητῇς, τὸ ὑπὸ ⟨τῶν⟩ ϛ $\overset{\gamma}{\zeta}$ ⋀ Μ̊ ᾱ καὶ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ϛ γ̄ ⋀ Μ̊ ᾱ ἐπὶ τὴν Μ̊,

5 τί μέρος B_1. 6 δὲ] δὴ AB. 7 τοῦ πρώτου suppl. Ba. 13 $ϛ^{ον}$] ἀριθμοστόν AB_1. τουτέστι Ba. ϣ] δύο A, β B_1. 14 ϣ] ᾱ AB_1. 15 λοιπός ἐστι γενόμενος] ⋀ ∕. $\gamma^{ν}$ AB, γίνεται Ba. ϛ $\overset{\zeta}{\bar\gamma}$ ⋀ Μ̊ ᾱ] Ba add. τοῦτο ἄρα τοῦ πρώτου μέρος ἐστὶν ἢ μέρη. 16 ὁ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ om. Ba. 18 ἐστὶ A. 20 οἱ] εἰσὶ οἱ Ba. 21 τὸ ὑπὸ τῶν Ba, τοὺς AB. 22 ὑπὸ] ὑπὸ τῶν Ba.

sidui esse 3^{plum}; et X_2, ab X_1 accipientem eandem huius fractionem[1]), residui esse 5^{plum}.

Ponatur $X_2 = x + 1$, et fractio huius sit 1.

Erit igitur $X_1 = 3x - 1$; sic enim X_1, ab X_2 accipiens fractionem huius quandam, hoc est 1, residui fit 3^{plus}.

Volumus adhuc et X_2, ab X_1 accipientem eandem fractionem huius, residui esse 5^{plum}.

Sed quoniam $X_1 + X_2 = 4x$, et quod X_2 accipit, hoc dat X_1, et auctus residui fit 5^{plus}, ergo summa aucti et residui erit $4x$, et residuum habebimus, si sumpserimus $\frac{1}{6} \times 4x$, hoc est $\frac{2}{3}x$. Ergo si ab $(3x - 1)$ subtrahimus $\frac{2}{3}x$, habebimus fractionem ipsius X_1.

Subtrahendo, residuus factus est $\frac{7}{3}x - 1$; sic X_2, hoc est $x + 1$, ab X_1 accipiens $\frac{7}{3}x - 1$, fit 5^{plus} residui ex X_1.

Reliquum oportet hîc quaerere num quae fractio est 1 ad $(x + 1)$, eadem fractio sit $\left(\frac{7}{3}x - 1\right)$ ad $(3x - 1)$.

Quando tale quid quaeris, aequales sunt producti

$$\left(\frac{7}{3}x - 1\right) \times (x + 1) \quad \text{et} \quad (3x - 1) \times 1;$$

fractiones nempe invertendo multiplicantur.

1) Hic et ubique infra subaudi 'aliquotam vel non aliquotam'.

τουτέστι τὰ μέρη ἐναλλὰξ πολλαπλασιάζεται· ὧν εἰσιν $\Delta^Y \overset{\gamma}{\overline{\zeta}}\, ⸓\, \overset{\gamma}{\overline{\delta}}\, ⋔\, \mathring{M}\,\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $⸓\,\bar{\gamma}\, ⋔\, \mathring{M}\,\bar{\alpha}$*· καὶ γίνεται ὁ* $⸓$ $\overset{\zeta}{\bar{\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\overset{\zeta}{\bar{\eta}}$, *ὁ δὲ* β^{os} $\overset{\zeta}{\iota\beta}$.

Ἦν δὲ τοῦ $\beta^{ου}$ *μέρη* $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$*· σκεπτόμεθα· ἡ* $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$ *τοῦ* $\beta^{ου}$*· εἰσὶ δὲ* $\overset{\iota\beta}{\bar{\zeta}}$*· καὶ ποιῶ* $\zeta^{κις}$ *τοὺς δύο ἀριθμούς. ἔσται ὁ* α^{os} $\mathring{M}\,\bar{\eta}$, *ὁ* β^{os} $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$, *τὰ δὲ μέρη* $\overset{\iota\beta}{\bar{\zeta}}$. *ἀλλὰ ἐπεὶ ὁ* α^{os} *οὐκ ἔχει* $\iota\beta^{ον}$, *ποιῶ αὐτὰ τρίς, ἵνα μὴ εἰς μόρια ἐμπίπτῃ· ἔσται ὁ* α^{os} $\overline{\kappa\delta}$, *ὁ* β^{os} $\overline{\lambda ϛ}$, *τὰ δὲ μέρη τῶν* $\overset{\iota\beta}{\bar{\zeta}}$, *καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.*

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἀορίστους ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν. ποιείτω $\mathring{M}\,\bar{\eta}$.

Τετάχθω ὁ α^{os} $⸓\,\bar{\alpha}$, *ὁ* β^{os} $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$*· καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ἐστὶν* $⸓\,\bar{\delta}\, \mathring{M}\,\bar{\gamma}$*· ταῦτα ἴσα* $\mathring{M}\,\bar{\eta}$. *καὶ γίνεται ὁ* $⸓$ $\delta^{ων}$ $\langle\bar{\varepsilon}\rangle$. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ* α^{os} $\delta^{ων}$ $\bar{\varepsilon}$, *ὁ* β^{os} $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$.

Νῦν σκέπτομαι ὁ $⸓$ *πόθεν ἐγένετο* $\overset{\delta}{\bar{\varepsilon}}$*· ἐκ τοῦ τὸν* $\bar{\varepsilon}$ *μερισθῆναι εἰς τοὺς* $⸓\,\bar{\delta}$*· ἀλλ' ὁ* $\bar{\varepsilon}$ *ἐστὶν ἐκ τῆς ὑπερ-*

---

1 ὧν om. B_1. 2 Δ^Y] ἀριθμοὶ AB_1. ⸓ primum] καὶ AB_1. 3 $\bar{\eta}$] $\overline{\iota\varepsilon}$ AB_1. 4 ἡ scripsi, ἢ AB, ἃ μέρη ἢ *Ba*. 5 $\beta^{ου}$] *Auria* add. ὃ μέρος ἢ μέρη ἔσται. εἰσὶν A, ἐστὶ *Ba*. 7 μόρια scripsi, μονάδα AB. 8 ἐμπίπτει A*Ba*. $\zeta^{\iota\beta}$] *Ba* add. τοῦ μὲν $\overline{\iota\delta}$, τοῦ δὲ $\overline{\kappa\alpha}$. 10 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 16 $\delta^{ων}$] δ' AB_1. 17 $\delta^{ων}$] μονάδων AB.

Ex quibus

$$\frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - 1 = 3x - 1, \quad \text{et} \quad x = \frac{5}{7}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{8}{7}, \quad X_2 = \frac{12}{7}.$$

Fractio ex X_2 erat 1; consideramus : 1 ad X_2. Est $\frac{7}{12}$. Duos numeros multiplico in 7.

Erit $X_1 = 8$, $X_2 = 12$, et horum fractio $\frac{7}{12}$.

Sed quoniam X_1 per 12 non dividitur, ista multiplico in 3, ut fractiones vitemus. Erit $X_1 = 24$, $X_2 = 36$, horum fractio $\frac{7}{12}$, et probatio evidens.

Lemma ad sequens problema.

Invenire duos numeros indeterminatos tales ut productus ipsorum plus summa faciat datum numerum. 37

Faciat 8.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 3;$$

$$X_1X_2 + X_1 + X_2 = 4x + 3\text{: ista aequentur 8.}$$

Et fit $x = \frac{5}{4}$. Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{5}{4}, \quad X_2 = 3.$$

Nunc considero unde x factus est $\frac{5}{4}$; ex 5 diviso οχῆς τοῦ η̅ ἧς ὑπερέχει τὸν γ̅. οἱ δὲ ϛ δ̅ εἰσιν ὁ $\mathring{M}$ μείζων τοῦ β^{ov}.

ἐὰν ἄρα τάξωμεν τὸν β^{ov} ϛ^{οῦ} οἱουδήποτε, καὶ ἄρω αὐτὸν ἀπὸ $\mathring{M}$ η̅, καὶ τὰ λοιπὰ μερίσω παρὰ τὸν $\mathring{M}$ μείζονα τοῦ β^{ov}, ἕξω τὸν α^{ov}.

οἷον, ἔστω ὁ β^{ος} ϛ α̅ ⋔ $\mathring{M}$ α̅· ταῦτα αἴρω ἀπὸ $\mathring{M}$ η̅· λοιπὸν $\mathring{M}$ θ̅ ⋔ ϛ α̅· ταῦτα μερίζω εἰς τὸν $\mathring{M}$ α̅ μείζονα, τουτέστιν εἰς ϛ α̅, καὶ γίνεται ϛ$^{\times}$ θ̅ ⋔ $\mathring{M}$ α̅· ἔσται ὁ α^{ος}.

Καὶ λέλυται ἐν τῇ ἀορίστῳ, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν $\mathring{M}$ η̅. τὸ δὴ ἐν τῇ ἀορίστῳ τοιοῦτόν ἐστιν, ἵνα τὸν ϛ, ὅσων ἄν τις θέλῃ $\mathring{M}$ εἶναι, ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις ποιήσας, περανῇ τὸ πρόβλημα.

λδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν συναμφότερον ποιῇ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς. — Δεῖ δὴ τοὺς δοθέντας τετραγώνους εἶναι παρὰ μονάδα μίαν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ α^{ov} καὶ β^{ov} μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν $\mathring{M}$ η̅, τὸν ὑπὸ τοῦ β^{ov} καὶ γ^{ov} μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν $\mathring{M}$ ι̅ε̅, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ α^{ov} καὶ τοῦ γ^{ov} μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν $\mathring{M}$ κ̅δ̅.

Ἐπεὶ οὖν θέλω τὸν ὑπὸ α^{ov} καὶ β^{ov} μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν $\mathring{M}$ η̅, ἐὰν ἄρα τάξω τὸν β^{ov} ὁσουδήποτε καὶ ἀπὸ $\mathring{M}$ η̅ ἄρω αὐτόν, καὶ μερίσω παρὰ τὸν $\mathring{M}$ μείζονα τοῦ β^{ov}, ἕξω τὸν α^{ov}.

---

1 η̅] β̅ AB_1. ἧς] ἡ̅ B_1. 4 τὴν μονάδα AB_1 (item 7, 24). 7 μείζονα] *Ba* add. τοῦ δευτέρου. 9 ὑπὸ αὐτῶν A. 10 συναμφότερον A (item 18/19). τὸ δὴ] τῷ δὲ AB_1, τὸ δὲ *Ba*. 11 ἐστι A. θέλει A *Ba*. 12 ποιήσας, περανῇ τὸ πρόβλημα om. *Ba*. 14 δύο om. *Ba*. 15 τοὺς om. *Ba*.

per 4 coefficientem x. Sed 5 est excessus 8 supra 3, et 4 coefficiens x est $X_2 + 1$.

Ergo si ponamus X_2 quocumque modo in x, et illum subtrahamus a 8, et residuum dividamus per $(X_2 + 1)$, habebimus X_1.

Exempli gratia, esto $X_2 = x - 1$; hunc subtraho a 8; residuus est $9 - x$; dividimus per $X_2 + 1$, hoc est per x; fit $\frac{9}{x} - 1 = X_1$.

Haec est solutio indeterminata quaestionis: productum plus summa facere 8. Indeterminata nempe solutio est quum sumendo in positionibus x quot unitatum quisque velit, peragatur problema.

XXXIV.

Invenire tres numeros tales ut binorum quorumvis 38
productus plus eorundem summa faciat datum numerum. Oportet datos esse quadratos minus unitate.

Proponatur iam facere

$$X_1X_2 + X_1 + X_2 = 8, \quad X_2X_3 + X_2 + X_3 = 15,$$
$$X_1X_3 + X_1 + X_3 = 24.$$

Quoniam volo

$$X_1X_2 + X_1 + X_2 = 8,$$

si ponam X_2 quocumque modo, et illum subtraham a 8, et residuum dividam per $X_2 + 1$, habebo X_1.

---

19 β^{ov}] α^{ov} AB_1. 21 τοῦ om. *Ba*. ποιεῖν om. B_1. 24 μερίσω] τὸν λοιπὸν μερίσω *Ba*.

τετάχθω ὁ β^{ος} ς ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ· καὶ ἐὰν ἀπὸ Μ̊ η̄ ἄρω αὐτά, καὶ μερίσω παρὰ τὸν Μ̊·ᾱ μείζονα τοῦ β^{ου}, ἔσται ὁ α^{ος} ς^{χ} θ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ.

πάλιν ὁμοίως ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ τοῦ β^{ου} καὶ τοῦ γ^{ου} μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν Μ̊ ι̅ε̅, ⟨ἐὰν ἀπὸ Μ̊ ι̅ε̅⟩ ἀφέλω ς ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ καὶ μερίσω εἰς τὸν Μ̊·ᾱ μείζονα τοῦ β^{ου}, τουτέστιν εἰς ς ᾱ, γίνονται ς^{χ} ι̅ς̅ ⋔ Μ̊ ᾱ, ἕξω τὸν γ^{ον}.

λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ γ^{ου} μετὰ συναμφοτέρου· ποιεῖ Δ^{Υχ} ρ̅μ̅δ̅ ⋔ Μ̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα Μ̊ κ̅δ̅, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{ε}{\overline{ιβ}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{ιβ}{\overline{λγ}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{ε}{\overline{ζ}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{ιβ}{\overline{ξη}}$. καὶ πάντα εἰς ἓν μόριον καὶ γίνεται ὁ α^{ος} $\overset{ξ}{\overline{ρξε}}$, ὁ β^{ος} $\overset{ξ}{\overline{πδ}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{ξ}{\overline{τμ}}$.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἀορίστους, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν τὸν δοθέντα. Ἔστω τὸν η̄.

Τετάχθω ὁ α^{ος} ς ᾱ, ὁ β^{ος} Μ̊ γ̄, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ ς β̄ ⋔ Μ̊ γ̄ ἴσ. Μ̊ η̄. καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ε̄ ∠'. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^{ος} Μ̊ ε̄ ∠', ὁ δὲ β^{ος} Μ̊ γ̄.

2 καὶ τὰ λοιπὰ μερίσω *Ba.* παρὰ τὴν μονάδα μία AB_1. ᾱ om. *Ba.* 3 Μ̊ ᾱ] AB, add. τάσσω τὸν α' ἀριθμῶν θ̄ λεῖψις Μ̊ ᾱ. 4 τοῦ post. om. A*Ba.* 5 ἐὰν ἀπὸ Μ̊ ι̅ε̅ suppl. *Auria.* 6 καὶ τὸν λοιπὸν μερίσω *Ba.* τὸν] τὴν AB_1. ᾱ post. om. *Ba.* β^{ου}] πρώτου AB_1. 7 τουτέστι *Ba.* 9 ποιεῖ] ποιεῖν AB_1, ποιεῖν Μ̊ κδ· ποιεῖ δὲ *Ba.* ἴσα om. AB_1.

Ponatur $X_2 = x - 1$.

Si ista subtrahimus a 8, et residuum dividimus per $X_2 + 1$, erit

$$X_1 = \frac{9}{x} - 1.$$

Rursus similiter quoniam volo $X_2X_3 + X_2 + X_3$ facere 15, si a 15 subtraho $x - 1$, et residuum divido per $X_2 + 1$, hoc est per x, fit

$$\frac{16}{x} - 1 = X_3.$$

Restat $X_1X_3 + X_1 + X_3$; facit $\frac{144}{x^2} - 1$; quae aequantur 24, et fit $x = \frac{12}{5}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{33}{12}, \quad X_2 = \frac{7}{5}, \quad X_3 = \frac{68}{12}.$$

Omnia reducamus ad eundem denominatorem; fit

$$X_1 = \frac{165}{60}, \quad X_2 = \frac{84}{60}, \quad X_3 = \frac{340}{60}.$$

Lemma ad sequens problema.

Invenire duos numeros indeterminatos tales ut productus ipsorum minus summa faciat datum. Esto 8. 39

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 3.$$

$X_1X_2 - (X_1 + X_2)$ facit $2x - 3 = 8$, et fit $x = 5\frac{1}{2}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 3.$$

11 δὲ om. AB_1. 13 τμ] σμ AB. 14 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba.* 16 λείψει συναμφοτέρου B_1 (item 19). 19 ποιεῖν A. 21 δὲ om. AB.

Πάλιν οὖν σκέπτομαι πόθεν ἐγένετο ὁ ς M̊ ε̄ ∠′· ἐκ τοῦ τὸν ῑᾱ μερισθῆναι εἰς τὸν β̄· ἀλλὰ ὁ ῑᾱ ὁ δοθείς ἐστι μετὰ τοῦ β^{ου}· οἱ δὲ ς β̄ εἰσὶν ὁ M̊ʹ ἐλάσσων τοῦ β^{ου}.

ἐὰν οὖν τάξω τὸν β^{ον} ὁσουδήποτε καὶ προσθῶμεν αὐτὸν τῷ δοθέντι, καὶ τὰ γενόμενα μερίσωμεν παρὰ τὸν M̊ʹ ᾱ ἐλάσσονα τοῦ β^{ου}, εὑρήσομεν τὸν α^{ον}.

ἔστω ὁ β^{ος} ς ᾱ M̊ ᾱ· ταῦτα μετὰ M̊ η̄ ποιεῖ ς ᾱ M̊ θ̄. μερίζω ταῦτα εἰς τὸν M̊ʹ ᾱ ἐλάσσονα τοῦ β^{ου}, τουτέστιν εἰς ς ᾱ, καὶ γίνεται M̊ ᾱ ς^{×} θ̄.

καὶ λέλυται ἐν τῇ ἀορίστῳ, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν M̊ η̄.

λε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας συναμφότερον ποιῇ τοὺς δοθέντας. — Δεῖ δὴ τοὺς δοθέντας τετραγώνους εἶναι παρὰ μονάδα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ τοῦ α^{ου} καὶ τοῦ β^{ου}, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν M̊ η̄, τὸν δὲ ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου}, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν M̊ ῑε̄, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ γ^{ου} καὶ τοῦ α^{ου}, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν M̊ κ̄δ̄.

Ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ τοῦ α^{ου} καὶ τοῦ β^{ου}, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν M̊ η̄, ἐὰν ἄρα τάξω τὸν β^{ον} οἱουδήποτε, καὶ προσθῶμεν αὐτὸν εἰς M̊ η̄, καὶ τὰ γενόμενα μερίσω παρὰ τὸν M̊ʹ ἐλάσσονα τοῦ β^{ου}, ἕξω τὸν α^{ον}, κατὰ τὸ λῆμμα τὸ προγεγραμμένον.

---

2 ἀλλ' ὁ *Ba*. 3 ἐστιν A. M̊ʹ] μοναδικὸς AB_1, μοναδικῶς *Ba*. 5 τάξωμεν *Ba*. 6 τῷ om. B_1. 6/7 παρὰ τὴν μονάδα ᾱ AB, ᾱ om. *Ba*. 7 εὑρήσωμεν A*Ba*. 9 τὸν μονάδι ἐλάσσονα μιᾶς τοῦ β^{ου} B_1. τουτέστι *Ba*. 11 ὑπὸ αὐτῶν A. 12 λείψει συναμφοτέρου B_1 (item 15). 17/18 λείψει συναμφοτέρου B (item 19, 20, 22/23). 19/20 τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου *Ba*. 24 προσθῶ *Ba*. 25 μερίζω *Ba*.

Rursus considero unde x factus est $5\frac{1}{2}$; ex 11 diviso per 2. Sed 11 est datus plus X_2, et 2, coefficiens x, est $X_2 - 1$.

Ergo si ponamus X_2 quocumque modo et addamus eum dato, summamque dividamus per $(X_2 - 1)$, inveniemus X_1.

Sit $X_2 = x + 1$; addendo 8, fit $x + 9$; dividendo per $X_2 - 1$, hoc est per x, fit $1 + \frac{9}{x}$.

Solutio est indeterminata quaestionis: productum minus summa facere 8.

XXXV.

Invenire tres numeros tales ut binorum quorumvis productus minus eorundem summa faciat datum numerum. Oportet datos esse quadratos minus unitate. 40

Proponatur iam

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) = 8, \quad X_2 X_3 - (X_2 + X_3) = 15, \quad X_3 X_1 - (X_1 + X_3) = 24.$$

Quoniam volo $X_1 X_2 - (X_1 + X_2)$ facere 8, si ponam X_2 quocumque modo, et addamus eum ad 8, summamque dividam per $X_2 - 1$, habebimus X_1 secundum praecedens lemma.

ἔστω ὁ β^{ος} ς ᾱ Μ̊ ᾱ· προστίθημι αὐτῷ Μ̊ η̄· γίνεται ς ᾱ Μ̊ θ̄· ταῦτα μερίζω εἰς τὸν πρῶτον ἐλάσσονα τοῦ β^{ου}, τουτέστιν εἰς ς ᾱ, καὶ γίνεται Μ̊ ᾱ ς^{×} θ̄· ἔσται ὁ α^{ος}. ὁμοίως δὲ καὶ ὁ γ^{ος} ἔσται Μ̊ ᾱ ς^{×} ις̄, καὶ λέλυταί μοι δύο ἐπιτάγματα.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπὸ α^{ου} καὶ γ^{ου} λείψαντα συναμφότερον· ποιεῖ Δ^{Υ×} ρμδ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ ἴσ. Μ̊ κδ̄· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\iota\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\iota\beta}{\nu\zeta}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\varepsilon}{\iota\zeta}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{\iota\beta}{\text{϶}\beta}$· καὶ ἐὰν θέλῃς αὐτοὺς εἶναι ἑνὸς μορίου, πάντα εἰς ξ^{α}, ἔσται ⟨ὁ α^{ος}⟩ σπε̄, ὁ β^{ος} σδ̄, ὁ γ^{ος} υξ̄.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν ἀριθμοὺς ἀορίστους δύο, ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ αὐτῶν συναμφότερον εἶναι τρίς.

Καὶ τετάχθω ὁ α^{ος} ς ᾱ, ὁ β^{ος} Μ̊ ε̄. καὶ ἔστιν ὁ ὑπ' αὐτῶν ς ε̄· ταῦτα θέλομεν εἶναι τρὶς ς ᾱ Μ̊ ε̄. ὥστε ς γ̄ Μ̊ ιε̄ ἴσοι εἰσὶν ς ε̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ζ∠'. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ α^{ος} Μ̊ ζ∠', ὁ β^{ος} Μ̊ ε̄.

2 πρῶτον AB, μονάδι *Ba*, forsan Μ̊ ᾱ. 3 τουτέστι *Ba*. 4 ὁμοίως δὲ *Ba*, ο δ̄ AB. γ^{ος}] δεύτερος AB_1. 6/7 λείψει συναμφοτέρου B_1. 7 ποιεῖ] ποιεῖν AB_1, ποιεῖν Μ̊ κδ· ποιεῖ δὲ *Ba*. 8 ιβ̄] ιε̄ AB_1. 11 ὁ πρῶτος suppl. *Ba*. Denom. add. *Ba*. 12 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς A, ἄλλως B, om. *Ba*. 13 δύο ἀριθμοὺς ἀορίστους B_1. 15 ὑπ' αὐτῶν *Ba*. συναμφοτέρου *Ba*. 16 τρίς] γ' AB, τριπλασίονα *Ba*. 18 τρὶς] γ' AB_1, τριπλάσια *Ba*.

Sit $X_2 = x + 1$; addendo 8, fit $x + 9$; dividendo per $(X_2 - 1)$ hoc est per x, fit

$$1 + \frac{9}{x} = X_1.$$

Similiter erit

$$X_3 = 1 + \frac{16}{x},$$

et duabus conditionibus satisfactum est.

Reliquum oportet $X_1 X_3 - (X_1 + X_3)$: facit

$$\frac{144}{x^2} - 1 = 24, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{12}{5}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{57}{12}, \quad X_2 = \frac{17}{5}, \quad X_3 = \frac{92}{12}.$$

Et si velis communem esse denominatorem, sit 60; erit

$$X_1 = \frac{285}{60}, \quad X_2 = \frac{204}{60}, \quad X_3 = \frac{460}{60}.$$

Lemma ad sequens problema.

Invenire numeros indeterminatos duos quorum productus ad summam rationem habeat datam. 41

Proponatur iam productum summae esse 3^{plum}.

Ponatur $X_1 = x$, $X_2 = 5$; est $X_1 X_2 = 5x$, quod volumus esse 3^{plum} $(x + 5)$. Ergo

$$3x + 15 = 5x, \quad \text{et fit} \quad x = 7\tfrac{1}{2}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 7\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 5.$$

Βλέπω οὖν ⟨πόθεν⟩ ὁ ϛ γέγονεν $\overset{\circ}{Μ}$ ζ̅ 𐅵· ἐκ τοῦ τὸν ι̅ε̅ μερισθῆναι εἰς β̅ ϛ. ἀλλὰ ὁ ι̅ε̅ ὁ $β^{ος}$ πολλαπλασιαζόμενός ἐστιν ἐπὶ τὸν λόγον. ὁ δὲ β̅ ἐστὶν ἐκ τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει ὁ $β^{ος}$ τοῦ λόγου.

Ἐὰν οὖν τάξωμεν τὸν $β^{ον}$ οἱουδήποτε ϛ, καὶ πολλαπλασιάσωμεν αὐτὸν ἐπὶ τὸν λόγον, ποιεῖ ϛ γ̅, καὶ ἐὰν μερισθῇ εἰς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει ὁ $β^{ος}$ τοῦ λόγου, τουτέστιν εἰς ϛ α̅ ⋔ $\overset{\circ}{Μ}$ γ̅, γίνεται ὁ $α^{ος}$ ϛ γ̅ ἐν μορίῳ ϛ α̅ ⋔ $\overset{\circ}{Μ}$ γ̅.

λϛ.

Εὑρεῖν ἀριθμοὺς τρεῖς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ $α^{ου}$ καὶ $β^{ου}$ συναμφοτέρους εἶναι $γ^{ις}$, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ συναμφοτέρους εἶναι $δ^{κις}$, τὸν δὲ ὑπὸ $α^{ου}$ καὶ τοῦ $γ^{ου}$ συναμφοτέρους εἶναι $ε^{κις}$.

Τετάχθω ὁ $β^{ος}$ ϛ α̅· ἔσται δή, διὰ τὸ λῆμμα, ὁ $α^{ος}$ ϛ γ̅ ἐν μορίῳ ϛ α̅ ⋔ $\overset{\circ}{Μ}$ γ̅· ὁμοίως καὶ ὁ $γ^{ος}$ ϛ δ̅ ἐν μορίῳ ϛ α̅ ⋔ $\overset{\circ}{Μ}$ δ̅.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπὸ τοῦ $α^{ου}$ καὶ τοῦ $γ^{ου}$ συναμφοτέρους εἶναι $ε^{κις}$. ἀλλὰ ὁ ὑπὸ τοῦ $α^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ $Δ^{Υ}$ ι̅β̅ ἐν μορίῳ $Δ^{Υ}$ α̅ $\overset{\circ}{Μ}$ ι̅β̅ ⋔ ϛ ζ̅, συναμφότερος δέ ἐστιν ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $γ^{ος}$ $Δ^{Υ}$ ζ̅ ⋔ ϛ κ̅δ̅ μορίου $Δ^{Υ}$ α̅ $\overset{\circ}{Μ}$ ι̅β̅ ⋔ ϛ ζ̅.

1 πόθεν suppl. *Ba*, *Auria*. ὁ] δ AB₁. 2 ι̅ε̅] ε̅ AB₁. ϛ om. *Ba*. ἀλλὰ οἱ ε̅ A, ἀλλ' οἱ ι̅ε̅ *Ba*. $β^{ος}$ πολλαπλασίων AB₁, δευτέρου πολλαπλασίων *Ba*. 5 ϛ] *Auria* add. οἷον $ϛ^{οῦ}$ α̅. 6 λόγον] *Ba* add. καὶ γενόμενον μερίσωμεν εἰς τὴν ὑπεροχὴν ἧς ὑπερέχει ὁ δεύτερος τοῦ λόγου, ἕξωμεν τὸν πρῶτον. ἔστω ὁ δεύτερος $ϛ^{οῦ}$ α̅· οὗτος ἐπὶ τὸν λόγον. 8 τουτέστι A. 11 εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς *Ba*. 14 τοῦ om. *Ba* (item 15). 15 ὑπὸ τοῦ $α^{ου}$ B₁. 18 γ̅. ὁμοίως . . . ⋔ $\overset{\circ}{Μ}$ (19) om. B₁.

Considero unde x factus est $7\frac{1}{2}$; ex 15 diviso per 2 coefficientem x. Sed 15 est X_2 multiplicatus in rationem, et 2 excessus X_2 supra rationem.

Ergo si ponamus X_2 quocumque modo in x, esto x, et multiplicemus in rationem, quod facit $3x$, et dividamus per excessum X_2 supra rationem, hoc est per $x-3$, fit

$$X_1 = \frac{3x}{x-3}.$$

XXXVI.

Invenire numeros tres tales ut binorum quorumvis productus ad summam rationem habeat datam. 42

Proponatur iam esse

$$X_1X_2 = 3(X_1 + X_2); \quad X_2X_3 = 4(X_2 + X_3);$$
$$X_1X_3 = 5(X_1 + X_3).$$

Ponatur $X_2 = x$.

Erit, secundum lemma,

$$X_1 = \frac{3x}{x-3};$$

et similiter

$$X_3 = \frac{4x}{x-4}.$$

Reliquum oportet

$$X_1X_3 = 5(X_1 + X_3).$$

Sed

$$X_1X_3 = \frac{12x^2}{x^2 + 12 - 7x}.$$

et

$$X_1 + X_2 = \frac{7x^2 - 24x}{x^2 + 12 - 7x}.$$

19 δ] α̅ AB₁. 20/21 συναμφότερον B₁. 21 ἀλλ' ὁ *Ba*. $γ^{ου}$] *Ba* add. ἐστί. 23 $\overset{\circ}{Μ}$ om. AB₁.

Οὕτως· ὅταν γὰρ δεήσῃ συνθεῖναι μόρια, οἷον·

ϛ γ̄ μορ. ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ γ̄ καὶ ϛ δ̄ μορ. ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ δ̄,

οἱ ϛ τοῦ μέρους ἐπὶ τὰ ἐναλλὰξ μόρια πολλαπλασιασθήσονται, οἷον ϛ γ̄ ἐπὶ τὰ τοῦ ἑτέρου μόρια τουτέστιν ἐπὶ ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ δ̄, καὶ πάλιν οἱ ϛ δ̄ ἐπὶ τὰ μόρια τοῦ ἑτέρου, ἐπὶ ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ γ̄. οὕτως ἐποίησεν ἡ σύνθεσις Δ^{Y} ζ̄ ⋔ ϛ κδ̄ μορίου τοῦ ὑπὸ τῶν μορίων, τουτέστι Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ιβ̄ ⋔ ϛ ζ̄.

ἔχομεν δὲ καὶ τὸν ὑπὸ τοῦ α^ου^ καὶ γ^ου^ Δ^{Y} ιβ̄ μορίου Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ιβ̄ ⋔ ϛ ζ̄.

Δ^{Y} ἄρα ιβ̄ ⟨μορίου Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ιβ̄⟩ ⋔ ϛ ζ̄ ε^πλ.^ εἰσι τῆς συνθέσεως. ε^κις^ ἄρα ἡ σύνθεσις· γίνεται Δ^{Y} λε̄ ⋔ ϛ ρκ̄ μορίου Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ιβ̄ ⋔ ϛ ζ̄. καὶ πάντα ἐπὶ τὸ κοινὸν αὐτῶν μόριον ἐπὶ Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ιβ̄ ⋔ ϛ ζ̄· καὶ γίνονται Δ^{Y} ιβ̄ ἴσαι Δ^{Y} λε̄ ⋔ ϛ ρκ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\kappa\gamma}{\overline{\rho\kappa}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· εἶχες δὴ τὸν μὲν α^ον^ ϛ γ̄ μορ. ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ γ̄, τὸν δὲ β^ον^ ϛ ᾱ, τὸν δὲ γ^ον^ ϛ δ̄ μορ. ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ δ̄.

εὑρέθη δὲ ὁ ϛ $\overset{\kappa\gamma}{\overline{\rho\kappa}}$. ἐὰν μὲν ἐπὶ τὸν α^ον^ ποιῇς, ἐπὶ ϛ γ̄, ἔσονται Μ̊ τξ̄· λοιπὸς ἐπὶ τὸ μόριον, Μ̊ ρκ̄ ἐπὶ ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ γ̄. γίνονται Μ̊ νᾱ. λοιπὸς ἄρα ὁ α^ος^ $\overset{\nu\alpha}{\overline{\tau\xi}}$· ὁ δὲ

1 δεήσει *Ba*. 2 ϛ ᾱ post om. AB_1. 3 ϛ τοῦ μέρους] ξη̄ τοῦ μ^ε^ AB_1, μὲν ϛϛ^οἱ^ *Ba*. 4 ϛ γ̄] ϥϥ ϛ̀ γ̄ A, ἀριθμοὶ ξ̄ γ B_1. 6 ϛ ᾱ] AB_1 add. μονάδας δ' καὶ πάλιν οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐπὶ τὰ μόρια τοῦ ἑτέρου ἐπὶ ἀριθμὸν ᾱ (ex repet.). 7/8 τουτέστι A. 9 εἴχομεν B. τὸν] τὸ AB. 11 μορίου Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ιβ̄ suppl. *Ba*. εἰσὶν A. 13 ϛ ξ̄] *Ba* add. ἴσαι Δ^{Y} ιβ̄ μορίου τοῦ αὐτοῦ. 14 ἐπὶ] ε̄ A, om. B. 16 εἶχε B, εἶχον *Ba*. δὴ] δὲ AB. μορίου *Ba*, μείζονος AB_1. 19 τξ̄] τξα̅ *Ba*. Μ̊ ante ρκ̄ om. *Ba*. Denom. add. *Ba* (item 20, p. 290, 2, 3).

Sic: quando oportebit addere fractiones, ut

$$\frac{3x}{x-3} \quad \text{et} \quad \frac{4x}{x-4},$$

numeratores in denominatores invertendo multiplicabuntur, ut $3x$ in denominatorem alterius, hoc est in $(x-4)$; et rursus $4x$ in denominatorem alterius, in $(x-3)$. Sic fecit numeratorum additio $7x^2 - 24x$, cum denominatore, producto denominatorum, hoc est

$$x^2 + 12 - 7x.$$

Habemus autem

$$X_1 X_2 = \frac{12x^2}{x^2 + 12 - 7x}.$$

Ergo $\frac{12x^2}{x^2+12-7x}$ est $5 \times (X_1 + X_2)$; sed

$$5 \times (X_1 + X_2) = \frac{35x^2 - 120x}{x^2 + 12 - 7x}.$$

Omnia in communem denominatorem, $(x^2 + 12 - 7x)$; fit

$$12x^2 = 35x^2 - 120x, \quad \text{et} \quad x = \frac{120}{23}.$$

Ad positiones. Habebas

$$X_1 = \frac{3x}{x-3}, \quad X_2 = x, \quad X_3 = \frac{4x}{x-4}.$$

Inventus est autem $x = \frac{120}{23}$. Si facis in X_1, in $3x$, erit 360; restat in denominatorem[1]), 120 in $x - 3$; fit 51. Erit ergo

$$X_1 = \frac{360}{51}, \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{120}{23};$$

non habet enim denominatorem in x.

1) $120 - 3 \times 23 = 51$. Ibidem infra $120 - 4 \times 23 = 28$.

β^{ος} $\overset{κγ}{\overline{ρκ}}$, οὐ γὰρ εἶχεν ἀριθμητικὸν μόριον· ὁ δὲ γ^{ος}· ὁμοίως $\overline{ρκ}$ ἐπὶ τοὺς $\overline{δ}$ ϛ, γίνονται $\overline{υπ}$· ὁμοίως καὶ ἐπὶ τὸ μόριον, $\overline{ρκ}$ ἐπὶ ϛ $\overline{α}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{δ}$, γίνονται $\mathring{M}\,\overline{κη}$, λοιπὸς ἄρα ὁ γ^{ος} $\mathring{M}\,\overset{κη}{\overline{υπ}}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

λζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν ὑπὸ τοῦ α^{ου} καὶ τοῦ β^{ου} τῶν τριῶν εἶναι γ$^{πλ.}$, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ β^{ου} καὶ τοῦ γ^{ου} τῶν τριῶν εἶναι δ$^{πλ.}$, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ γ^{ου} καὶ τοῦ α^{ου} τῶν τριῶν εἶναι ε$^{πλ.}$.

Ἐπεὶ οὖν ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς τὸν ἐκ τῶν τριῶν λόγον ἔχει δεδομένον, ζητῶ πρότερον τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ τυχόντα ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς τὸν τυχόντα λόγον ἔχῃ τὸν ἐπιταχθέντα.

ἔστω ὁ τυχὼν $\mathring{M}\,\overline{ε}$· καὶ ἐπεὶ ὁ ὑπὸ τοῦ α^{ου} καὶ τοῦ β^{ου}, τυχόντος ἐστὶ γ$^{πλ.}$, τουτέστι τοῦ $\overline{ε}$, ὁ ὑπὸ τοῦ α^{ου} ἄρα καὶ τοῦ β^{ου} ἔσται $\mathring{M}\,\overline{ιε}$. ἔστω ὁ β^{ος} ϛ $\overline{α}$, ὁ ἄρα α^{ος} ἔσται ϛ$^{\times}$ $\overline{ιε}$.

πάλιν ἐπεὶ ὁ ὑπὸ τοῦ β^{ου} καὶ τοῦ γ^{ου}, τοῦ $\overline{ε}$ ἐστὶ δ$^{πλ.}$, ὁ ἄρα ὑπὸ β^{ου} καὶ γ^{ου} ἔσται $\mathring{M}\,\overline{κ}$. ἔστι δὲ ὁ β^{ος} ϛ $\overline{α}$· ὁ ἄρα γ^{ος} ἔσται ϛ$^{\times}$ $\overline{κ}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπὸ τοῦ γ^{ου} καὶ τοῦ α^{ου}, ὅς Δ$^{Υ\times}$ εἰσι $\overline{τ}$, ταῦτα τοῦ $\overline{ε}$ εἶναι ε$^{πλ.}$· γίνονται Δ$^{Υ\times}$ $\overline{τ}$ ἴσ. $\mathring{M}\,\overline{κε}$.

---

3 τὸ μόριον *Ba*, τῶν μορίων AB$_1$. $\overline{κη}$] $\overline{κ}$ AB$_1$. 9 τῶν τριῶν *Ba*, τὸν τρίτον AB$_1$ (item 10, 11). 12 δύο *Ba*, ξ AB$_1$. 15 ἔχῃ *Ba*, ἔχει AB. 16 τυχὸν A. 18 β^{ος} $\mathring{M}\,\overline{α}$ AB$_1$ (item 21/22). 20 ἐστὶν A. 24/25 γίνονται $\mathring{M}\,\overline{τ}$ ἴσαι Δ^{Υ} $\overline{κε}$ *Ba*.

X_3: similiter $\frac{120}{23}$ in $4x$, fit 480; et in denominatorem, 120 in $x-4$, fit 28; erit ergo $X_3 = \frac{480}{28}$, et probatio evidens.

XXXVII.

Invenire tres numeros tales ut binorum quorumvis productus ad summam trium rationem habeat datam. 43

Proponatur iam

$$X_1X_2 = 3(X_1+X_2+X_3);\quad X_2X_3 = 4(X_1+X_2+X_3);$$
$$X_3X_1 = 5(X_1+X_2+X_3).$$

Quoniam binorum quorumvis productus ad summam trium rationem habet datam, quaero primum tres numeros et alium arbitrarium ita ut binorum quorumvis productus ad arbitrarium rationem habeat propositam.

Sit arbitrarius 5. Quoniam X_1X_2 est 3^{plus} arbitrarii, hoc est 5,

$$X_1X_2 = 15.$$

Sit

$$X_2 = x;\quad \text{erit}\quad X_1 = \frac{15}{x}.$$

Rursus quoniam X_2X_3 est 4^{plus} 5, ergo

$$X_2X_3 = 20.$$

Sed

$$X_2 = x;\quad \text{igitur}\quad X_3 = \frac{20}{x}.$$

Restat ut X_3X_1, qui est $\frac{300}{x^2}$, sit 5^{plus} 5. Fiunt

$$\frac{300}{x^2} = 25.$$

Καὶ εἰ ἦν τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον ἔχον ὃν □$^{\text{ος}}$ πρὸς □$^{\text{ον}}$, λελυμένον ἂν ἦν μοι τὸ ζητούμενον. ἀλλὰ τὰ τ̅ $\Delta^{Y\times}$ ὑπὸ τοῦ ι̅ε̅ ἔστι καὶ τοῦ κ̅. ἀλλὰ ὁ ι̅ε̅ γ$^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ τοῦ ε̅, ὁ δὲ κ̅ δ$^{\pi\lambda.}$ τοῦ ε̅. θέλομεν οὖν τὸν γ$^{\pi\lambda.}$ τοῦ ε̅ ἐπὶ τὸν δ$^{\pi\lambda.}$ τοῦ ε̅ γενόμενον πρὸς τὸν ε$^{\pi\lambda.}$ τοῦ ε̅ λόγον ἔχειν ὃν □$^{\text{ος}}$ πρὸς □$^{\text{ον}}$· ὁ δὲ ε̅ τυχών ἐστιν. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ ζητεῖν τινα ἀριθμόν, ὅπως ὁ γ$^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν δ$^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ καὶ ὁ γενόμενος πρὸς τὸν ε$^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ λόγον ἔχῃ ὃν □$^{\text{ος}}$ πρὸς □$^{\text{ον}}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ς α̅· καὶ ὁ γ$^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν δ$^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ ποιείτω Δ^{Y} ι̅β̅· δεῖ τοίνυν τοῦτον πρὸς τὸν ε$^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ λόγον ἔχειν ὃν □$^{\text{ος}}$ πρὸς □$^{\text{ον}}$. Δ^{Y} ἄρα ι̅β̅ πρὸς ς ε̅ θέλομεν εἶναι ἐν λόγῳ ᾧ ἔχει □$^{\text{ος}}$ ἀριθμὸς πρὸς □$^{\text{ον}}$ ἀριθμόν· ὁ ἄρα ὑπ' αὐτῶν καὶ αὐτὸς ἔσται □$^{\text{ος}}$· K^{Y} ἄρα ξ̅ ἴσ. □^{ῳ}. τοῦτο δὲ ῥᾴδιον· ἴσ. Δ^{Y} ϡ̅. καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}$ ι̅ε̅. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ ζητούμενος $\mathring{M}$ ι̅ε̅.

τάσσω οὖν αὐτὸν $\mathring{M}$ ι̅ε̅· ἔσται ἄρα ὁ ὑπὸ τοῦ α$^{\text{ου}}$ καὶ τοῦ β$^{\text{ου}}$ $\mathring{M}$ μ̅ε̅. καὶ ἔστιν ὁ β$^{\text{ος}}$ ς α̅· ὁ ἄρα α$^{\text{ος}}$ ἔσται ς$^{\times}$ μ̅ε̅. ὁμοίως καὶ ὁ γ$^{\text{ος}}$ ς$^{\times}$ ξ̅.

λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ α$^{\text{ου}}$ καὶ γ$^{\text{ου}}$, τουτέστι $\Delta^{Y\times}$ ͵β̅ψ̅, τῶν $\mathring{M}$ ι̅ε̅ κατασκευάσαι ε$^{\pi\lambda.}$· $\Delta^{Y\times}$ ͵β̅ψ̅ ἴσ. $\mathring{M}$ ο̅ε̅. καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}$ ς̅. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ α$^{\text{ος}}$ $\mathring{M}$ ζ̅ ∠', ὁ δὲ β$^{\text{ος}}$ $\mathring{M}$ ς̅, ὁ δὲ γ$^{\text{ος}}$ $\mathring{M}$ ι̅.

---

3 *ἀλλὰ τὰ τ̅ $\Delta^{Y\times}$] ἀλλὰ αἱ Γ̅ δυνάμεις* AB, *ἀλλ' αἱ $\mathring{M}$ τ̅ Ba.* *ἔστιν* A (item 4). *ἀλλ' οἱ ι̅ε̅ Ba.* 4/5 *τοῦ τριπλασίονος Ba.* 5 *γενόμενον] γενομένου* AB, *πολλαπλασιασθέντος γενόμενον Ba.* 7 *ἔστι* A*Ba.* 12 *ποιείτω] ποιεῖ Ba.* 14 *πρὸς □$^{\text{ον}}$]* AB$_1$ repet. *ἔστω ὁ ζητούμενος* (11) . . . . . *πρὸς □$^{\text{ον}}$.* *ἐθέλομεν Ba.* 15 *ᾧ] ὃν Ba.* *ἀριθμὸς* om. B$_1$. *ἀριθμὸν* om. B$_1$.

Si coefficiens ad coefficientem rationem haberet quadrati ad quadratum, soluta mihi foret quaestio. Sed 300, coefficiens $\frac{1}{x^2}$, est 15×20; 15 est 3×5; 20 est 4×5. Volumus igitur productum 3^{pli} 5 et 4^{pli} 5 ad 5^{plum} 5 rationem habere quadrati ad quadratum; at 5 arbitrarius est. Deducor igitur ad quaerendum quendam numerum talem ut productus 3^{pli} ipsius et 4^{pli} ipsius ad 5^{plum} ipsius rationem habeat quadrati ad quadratum.

Sit quaesitus $= x$. 3^{plus} ipsius multiplicatus in 4^{plum} ipsius faciat $12x^2$. Oportet hunc ad 5^{plum} ipsius rationem habere quadrati ad quadratum. Volumus ergo $12x^2$ ad $5x$ rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum. Illorum ergo productus erit ipse quadratus; ergo $60x^3 = \square$.

Hoc facile est; aequo $900x^2$, et fit $x = 15$. Ad positiones. Quaesitus erit 15.

Illum igitur pono $= 15$. Erit ergo $X_1 X_2 = 45$; est $X_2 = x$. Ergo

$$X_1 = \frac{45}{x}. \quad \text{Similiter} \quad X_3 = \frac{60}{x}.$$

Restat ut $X_1 X_3$, hoc est $\frac{2700}{x^2}$, fiat 5^{plus} 15. Ergo

$$\frac{2700}{x^2} = 75, \quad \text{et fit} \quad x = 6.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 7\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 6, \quad X_3 = 10.$$

---

16 *τοῦτο] οὗτος Ba.* 17 *ῥᾴδιον] ἄρα Ba.* ϡ *Ba*, μ AB. $\mathring{M}$ om. B$_1$. 21 μ̅ε̅] κ̅ε̅ B$_1$. 23 ε$^{\pi\lambda.}$] *Ba* add. *τὸ ἄρα.* ο̅ε̅ *Ba*, ο̅θ̅ AB.

Καὶ ὡσεὶ ἦν ἡ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν Μ̊ ιε, λελυμένον ἂν ἦν μοι τὸ ζητούμενον· τάσσω οὖν τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ΔΥ ιε, αὐτοὺς δὲ τοὺς τρεῖς ἐν ς, ὡς εὕρομεν, τὸν μὲν αον ς ζ∠′, τὸν δὲ βον ς ς, τὸν δὲ γον ς ι.

Καὶ λοιπὸν δεῖ τοὺς τρεῖς εἶναι ΔΥ ιε· εἰσὶ δὲ οἱ τρεῖς ς κγ∠′·

ς ἄρα κγ∠′ ἴσ. ΔΥ ιε, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ μζ/λ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος τνβ∠′, ὁ δὲ βος σπβ, ὁ δὲ γος υο.

λη.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ μὲν τὸν πρῶτον ποιῇ τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τὸν δεύτερον ποιῇ τετράγωνον, ἐπὶ δὲ τὸν τρίτον ποιῇ κύβον.

Τετάχθω δὴ οἱ τρεῖς ΔΥ α, ὁ δὲ αος δυναμοστῶν τριγωνικῶν· ἔστω ΔΥ× ς· ὁ δὲ βος ΔΥ× δ, ὁ δὲ γος δυναμοστῶν κυβικῶν· ἔστω ΔΥ× η.

Καὶ ἡ ΔΥ α πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ μὲν τὸν αον ποιεῖ Μ̊ ς ὅς ἐστι τρίγωνος· ἐπὶ δὲ τὸν βον ποιεῖ Μ̊ δ, ὅς ἐστι □ος· ἐπὶ δὲ τὸν γον ποιεῖ Μ̊ η, ὅς ἐστι κύβος.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς εἶναι ΔΥ α· ἀλλὰ οἱ τρεῖς

1 ὡσεὶ] εἰ B. 2 ἂν om. A*Ba*. τάττω B_1. 4 ς ante ς et ι (5) om. B_1. 8 Denom. add. B 2a m. (item 9/10). 9 τη AB_1. 10 σπβ∠′ AB_1. 16 δυναμοστῶν] δυνάμεων A, δυνάμεως B, δυναμοστὸν μονάδων *Ba* (item 18). 17 βος] *Ba* add. δυναμοστὸν μονάδων τετραγωνικῶν· ἔστω. 20 ποιεῖ post.] ποιείτω AB_1 (item 21). 21 ἐστιν bis A. Μ̊ om. AB_1. 22 ἀλλ' οἱ *Ba*.

Ita si foret

$$X_1 + X_2 + X_3 = 15,$$

soluta mihi esset quaestio. Pono igitur

$$X_1 + X_2 + X_3 = 15x^2,$$

et unumquemque trium in x cum coefficiente invento:

$$X_1 = \left(7\tfrac{1}{2}\right)x, \quad X_2 = 6x, \quad X_3 = 10x.$$

Reliquum oportet summam trium esse $15x^2$; sed summa trium est $\left(23\frac{1}{2}\right)x$. Ergo

$$\left(23\tfrac{1}{2}\right)x = 15x^2, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{47}{30}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{352\frac{1}{2}}{30}, \quad X_2 = \frac{282}{30}, \quad X_3 = \frac{470}{30}.$$

XXXVIII.

Invenire tres numeros tales ut summa trium mul- 44
tiplicata in primum faciat triangulum, in secundum faciat quadratum, in tertium faciat cubum.

Ponatur $X_1 + X_2 + X_3 = x^2$.

X_1 sit $\frac{1}{x^2}$ cum coefficiente triangulo; esto $\frac{6}{x^2}$.

X_2 sit $\frac{4}{x^2}$, et X_3 sit $\frac{1}{x^2}$ cum coefficiente cubico; esto $\frac{8}{x^2}$.

Sic x^2 multiplicata in X_1 facit 6 qui est triangulus, in X_2 facit 4 qui est quadratus, in X_3 facit 8 qui est cubus.

Restat ut summa trium sit x^2; sed summa trium est

$$\frac{18}{x^2} = x^2.$$

εἰσι $\Delta^{Y}\overline{\iota\eta}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$. καὶ πάντα ἐπὶ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$· γίνεται $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}$ ἴσ. $\mathring{M}\,\overline{\iota\eta}$.

δεῖ οὖν τὸν $\overline{\iota\eta}$ εἶναι $\square^{ov}$, πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ov}$, ἀλλὰ ὁ $\overline{\iota\eta}$ σύνθεσίς ἐστι τριγώνου καὶ τετραγώνου καὶ κύβου. ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν· $\square^{ov}$, πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ov}$, διελεῖν εἰς τρίγωνον καὶ τετράγωνον καὶ κύβον.

ἔστω ὁ τετράγωνος $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}\,\mathring{M}\,\overline{\alpha} \pitchfork \Delta^{Y}\overline{\beta}$. ἐὰν ἄρα ἀπὸ $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}$ ἄρω $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}\,\mathring{M}\,\overline{\alpha} \pitchfork \Delta^{Y}\overline{\beta}$, λοιπὸς καταλείπεται $\Delta^{Y}\overline{\beta} \pitchfork \mathring{M}\,\overline{\alpha}$· πάλιν ταῦτα δεῖ διαιρεθῆναι εἴς τε κύβον καὶ τρίγωνον. καὶ ἔστω ὁ κύβος $\mathring{M}\,\overline{\eta}$. λοιπὸς ἄρα ὁ τρίγωνος $\Delta^{Y}\overline{\beta} \pitchfork \mathring{M}\,\overline{\vartheta}$ ἴσ. τριγώνῳ.

πᾶς δὲ τρίγωνος, $\eta^{\varkappa\iota\varsigma}$ γενόμενος καὶ προσλαβὼν $M\,\overline{\alpha}$, $\square^{o\varsigma}$ γίνεται.

Δ^{Y} ἄρα $\overline{\iota\varsigma} \pitchfork \mathring{M}\,\overline{o\alpha}$ ἴσ. $\square^{\varphi}$· πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ $\varsigma\,\overline{\delta} \pitchfork \mathring{M}\,\overline{\alpha}$. γίνεται ὁ $\square^{o\varsigma}$, $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}\,\mathring{M}\,\overline{\alpha}\,\langle \pitchfork \varsigma\,\overline{\eta}\rangle$· καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}\,\overline{\vartheta}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν τρίγωνος $\mathring{M}\,\overline{\rho\nu\gamma}$, ὁ δὲ τετράγωνος $\mathring{M}\,\overline{{,}\varsigma\upsilon}$, ὁ δὲ κύβος $\mathring{M}\,\overline{\eta}$.

Ἔρχομαι εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὸν ἐκ τῶν τριῶν συγκείμενον τετράγωνον $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, τὸν δὲ α^{ov} $\Delta^{Y\times}\overline{\rho\nu\gamma}$, ἐπεὶ δεῖ τρίγωνον γενέσθαι, τὸν δὲ β^{ov} $\Delta^{Y\times}\overline{{,}\varsigma\upsilon}$, ἐπεὶ δεῖ τετράγωνον γενέσθαι, τὸν δὲ γ^{ov} $\Delta^{Y\times}\overline{\eta}$, ἐπεὶ δεῖ κύβον γενέσθαι· καὶ ἡ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, τετράγωνος οὖσα, ἐφ' ὃν ἂν πολλαπλασιασθῇ, ποιεῖ ὃν μὲν τρίγωνον, ὃν δὲ τετράγωνον, ὃν δὲ κύβον.

---

1 εἰσιν A. 3 $\square^{ov}$ πλευρὰν ἐχόντων $\square^{\omega v}$ AB, δυναμοδύναμιν *Ba*. 4 ἀλλ' ὁ *Ba*. 6 $\square^{ov}$ om. AB_1, *Ba* add. καὶ αὐτόν. 7 ὁ] ὁ δὲ *Ba*. $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ om. AB_1. 11 ἴσας τετραγώνῳ A, om. *Ba*. 13 $\overline{\alpha}$ om. *Ba*. 14 δύναμις ἄρα $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$ A. 15 γίνεται . . . $\pitchfork \varsigma\,\overline{\eta}$ καὶ om. B, ultima supplevi. 17 $\mathring{M}\,\overline{{,}\varsigma\upsilon}$] $\overset{\cdot\cdot}{\smile}\;\overline{o}$ AB_1, $\overline{{,}\varsigma\upsilon}$ *Ba*. 20 ἐπεὶ δεῖ] ἐπειδὴ AB_1 (item 21, 22).

Omnia in x^2, fit $x^4 = 18$.

Oportet igitur 18 esse quadratum pro radice habentem quadratum. Sed 18 summa est trianguli, quadrati et cubi. Deducor igitur: invenire quadratum pro radice habentem quadratum et partiendum in triangulum, quadratum et cubum.

Sit quadratus $= x^4 + 1 - 2x^2$. Si ab x^4 subtraho $(x^4 + 1 - 2x^2)$, residuus superest $(2x^2 - 1)$, quem rursus oportet partiri in cubum et triangulum. Sit cubus 8. Reliquus ergo triangulus

$$2x^2 - 9 = \text{triangulo}.$$

Omnis triangulus, 8^{ies} sumptus et addito 1, fit quadratus. Ergo

$$16x^2 - 71 = \square.$$

Formo $\square$ ab $(4x - 1)$; fit ipse $\square = 16x^2 + 1 - 8x$ et

$$x = 9.$$

Ad positiones. Erit triangulus 153, quadratus 6400, cubus 8.

Redeo ad primitivum problema et pono

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2,$$

$X_1 = \frac{153}{x^2}$, quoniam debet triangulus fieri,

$X_2 = \frac{6400}{x^2}$, quoniam debet quadratus fieri,

$X_3 = \frac{8}{x^2}$, quoniam debet cubus fieri.

Quadratus enim quum sit x^2, si multiplicatur in unumquemque horum, illum facit triangulum, illum quadratum, hunc cubum.

δεῖ δὴ τοὺς τρεῖς εἶναι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· εἰσὶ δὲ $\Delta^{Y\times}\ \overline{,\varsigma\varphi\xi\alpha}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. καὶ πάντα ἐπὶ Δ^{Y}· γίνεται $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}$ ἴσ. $\mathring{M}\ \overline{,\varsigma\varphi\xi\alpha}$· καὶ ἔστιν ὁ ς $\mathring{M}\bar{\vartheta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\frac{\pi\alpha}{\overline{\varrho\nu\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\frac{\pi\alpha}{\overline{,\varsigma\upsilon}}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\frac{\pi\alpha}{\bar{\eta}}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

λθ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλάσσονος λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἔτι δὲ καὶ σὺν δύο λαμβανόμενοι, ποιῶσι τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου εἶναι $\gamma^{\pi\lambda}$.

Ἐπεὶ δὲ συναμφότερος ὁ μέσος καὶ ὁ ἐλάσσων ποιεῖ $\square^{ov}$, ποιείτω $\mathring{M}\bar{\delta}$. ὁ ἄρα μέσος μείζων ἐστὶ δυάδος· ἔστω ς $\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\bar{\beta}$. ὁ ἄρα ἐλάχιστος ἔσται $\mathring{M}\bar{\beta}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$.

Καὶ ἐπειδὴ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου $\gamma^{\pi\lambda}$ ⟨ἐστί⟩, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ς $\bar{\beta}$, ἡ ἄρα ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου ἔσται ς $\bar{\varsigma}$, καὶ ὁ μείζων ἄρα ἔσται ς $\bar{\zeta}$ $\mathring{M}\bar{\beta}$.

λοιπόν ἐστι δύο ἐπιτάγματα, τό τε συναμφότερον ⟨τὸν μείζονα καὶ τὸν ἐλάχιστον ποιεῖν $\square^{ov}$, καὶ τὸ τὸν μείζονα⟩ καὶ τὸν μέσον ποιεῖν $\square^{ov}$. καὶ γίνεταί μοι διπλῆ ἡ ἰσότης·

ς $\bar{\eta}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, καὶ ς $\bar{\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$.

1 εἰσὶν A. 2 Δ^{Y}] B_1 add. *μίαν*. 3 ἔστι *Ba*. 4 δὲ

Summam trium oportet esse x^2; est autem

$$\frac{6561}{x^2} = x^2.$$

Omnia in x^2; fit $x^4 = 6561$, et est $x = 9$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{153}{81}, \quad X_2 = \frac{6400}{81}, \quad X_3 = \frac{8}{81},$$

et probatio evidens.

XXXIX.

Invenire tres numeros tales ut differentia maximi 45
et medii ad differentiam medii et minimi rationem habeat datam, et adhuc bini quomodocumque additi faciant quadratum.

Proponatur iam differentiam maximi (G) et medii (M) differentiae medii (M) et minimi (P) esse 3^{plam}.

Quoniam $(M + P)$ facit $\square$, faciat 4. Ergo $M > 2$; esto $M = x + 2$; igitur $P = 2 - x$.

Et quoniam $(G - M)$ est 3^{pla} $(M - P)$, et

$$M - P = 2x,$$

ergo $G - M$ erit $6x$, et $G = 7x + 2$.

Restant duae conditiones:

$$G + P = \square, \quad \text{et} \quad G + M = \square.$$

Mihi fit dupla aequatio:

$$8x + 4 = \square, \quad \text{et} \quad 6x + 4 = \square.$$

om. AB_1. 15 ἐστὶν A. 19 ἐστί suppl. *Ba*. 20/21 ἡ ἄρα] ἢ A. 24/25 *τὸν μείζονα καὶ τὸν μέσον ποιεῖν τετράγωνον τό τε τὸν μείζωνα καὶ τὸν ἐλάχιστον ποιεῖν* *Ba*; supplementum paulum mutavi. 25 τὸν] τὸ AB_1. 26 ἰσώτης A.

καὶ διὰ τὸ τὰς Μ̊ εἶναι τετραγωνικάς, εὐχερής ἐστιν ἡ ἴσωσις.

πλάσσω ἀριθμοὺς δύο ἵνα ὁ ὑπ' αὐτῶν ᾖ ϛ β̄, καθὼς ἴσμεν διπλῆν ἰσότητα· ἔστω οὖν ϛ ∠' καὶ Μ̊ δ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ρῑβ̄. ἐλθὼν ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις, οὐ δύναμαι ἀφελεῖν ἀπὸ Μ̊ β̄ τὸν ϛ ᾱ τουτέστι τὰς Μ̊ ρῑβ̄· θέλω οὖν τὸν ϛ εὑρεθῆναι ἐλάττονα Μ̊ β̄, ὥστε καὶ ϛ ϛ̄ Μ̊ δ̄ ἐλάσσονες ἔσονται Μ̊ ῑϛ̄. ἐὰν γὰρ ἡ δυὰς ἐπὶ ϛ ϛ̄ γένηται καὶ προσλάβῃ Μ̊ δ̄, ποιεῖ Μ̊ ῑϛ̄.

ἐπεὶ οὖν ζητῶ ϛ η̄ Μ̊ δ̄ ἴσ. □$^{\varphi}$ καὶ ϛ ϛ̄ Μ̊ δ̄ ἴσ. □$^{\varphi}$, ἀλλὰ καὶ ὁ ἀπὸ τῆς δυάδος, τουτέστι Μ̊ δ̄, □^{ος} ἐστι, γεγόνασι τρεῖς □^{οι}, ϛ η̄ Μ̊ δ̄, καὶ ϛ ϛ̄ Μ̊ δ̄, καὶ Μ̊ δ̄, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ον} μέρος ἐστίν. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν ⟨τρεῖς⟩ τετραγώνους, ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ον} μέρος ᾖ, ἔτι δὲ ὁ μὲν ἐλάχιστος ᾖ Μ̊ δ̄, ὁ δὲ μέσος ἐλάσσων Μ̊ ῑϛ̄.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάχιστος Μ̊ δ̄, ἡ δὲ τοῦ μέσου π^{λ} ϛ ᾱ Μ̊ β̄· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □^{ος}, Δ^{Υ} ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ δ̄.

ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ον} μέρος ἐστίν, καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου Δ^{Υ} ᾱ ϛ δ̄, ὥστε ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου ἔσται Δ^{Υ} γ$^{\times}$ ϛ ᾱ γ$^{\times}$· καὶ ἔστιν ὁ μέσος Δ^{Υ} ᾱ ϛ δ̄ Μ̊ δ̄· ὁ ἄρα μέγιστος ἔσται Δ^{Υ} ᾱ γ$^{\times}$ ϛ ε̄ γ$^{\times}$ Μ̊ δ̄ ἴσ. □$^{\varphi}$·

3 τὸ ὑπ' AB, τὸ ὑπὸ *Ba*. 4 ἔστωσαν ϛ^{οῦ} τὸ ἥμισυ *Ba*. 5 ρῑβ̄] ῑβ̄ B_1. 6 τουτέστιν A. 15 τρεῖς suppl. *Ba*. τετράγωνον A. 23 ἐστί prius B. 25 γ$^{\times}$ alterum om. AB_1. ᾱ (post Δ^{Υ}) om. *Ba*. 26 γ$^{\times}$ prius om. A (1^a m.) B_1.

Quum coefficientes unitatis sint quadratici, tractabilis est aequatio.

Formo duos numeros quorum productus sit $2x$, secundum quod scimus de dupla aequatione. Sint $\frac{1}{2}x$ et 4; fit $x = 112$.

Ad positiones transiens, non possum a 2 subtrahere x, hoc est 112; volo igitur inventum iri $x < 2$, itaque $6x + 4 < 16$. Nam si 2 multiplicetur in 6 coefficientem x et addatur 4, fit 16.

Quoniam igitur quaero

$$8x + 4 = \square, \quad \text{et} \quad 6x + 4 = \square,$$

est autem $(2)^2$, hoc est 4, quadratus, sunt tres quadrati

$$8x + 4, \quad 6x + 4, \quad 4,$$

et differentia maximi et medii differentiae medii et minimi tertia pars est. Deducor igitur ad inveniendum tres quadratos $[\square_g, \square_m, \square_p]$, tales ut $(\square_g - \square_m)$ sit $\frac{1}{3}(\square_m - \square_p)$, et adhuc sit $\square_p = 4$, $\square_m < 16$.

Ponatur $\square_p = 4$, $\square_m^{\frac{1}{2}}$ radix $= x + 2$; ergo erit ipse

$$\square_m = x^2 + 4x + 4.$$

Quoniam igitur

$$(\square_g - \square_m) \quad \text{est} \quad \frac{1}{3}(\square_m - \square_p),$$

et est

$$\square_m - \square_p = x^2 + 4x,$$

erit

$$\square_g - \square_m = \frac{1}{3}x^2 + 1\frac{1}{3}x.$$

Sed est

$$\square_m = x^2 + 4x + 4;$$

ergo

$$\square_g = 1\frac{1}{3}x^2 + 5\frac{1}{3}x + 4 = \square.$$

πάντα θκις· Δ^Y ἄρα ιβ ς μη M̊ λς ἴσ. □ῳ· καὶ τὸ δον αὐτῶν· Δ^Y γ ς ιβ M̊ θ ἴσ. □ῳ.

ἔτι δὲ θέλω τὸν μέσον τετράγωνον ἐλάσσονα εἶναι M̊ ις, καὶ τὴν πλ. δηλαδὴ ἐλάσσονος M̊ δ. ἡ δὲ πλευρὰ τοῦ μέσου ἐστὶν ς α M̊ β· ἐλάττονές εἰσι M̊ δ. καὶ κοινῶν ἀφαιρεθεισῶν τῶν β M̊, ὁ ς ἔσται ἐλάσσονος M̊ β.

γέγονεν οὖν μοι Δ^Y γ ς ιβ M̊ θ ἴσ. ποιῆσαι □ῳ. πλάσσω □ον τινα ἀπὸ M̊ γ λειπουσῶν ς τινας· καὶ γίνεται ὁ ς ἔκ τινος ἀριθμοῦ ςκις γενομένου καὶ προσλαβόντος τὸν ιβ, τουτέστι τῆς ἰσώσεως τῆς ς ιβ, καὶ μερισθέντος εἰς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ □ος τῶν Δ^Y τῶν ἐν τῇ ἰσώσει γ. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὃς ςκις γενόμενος καὶ προσλαβὼν M̊ ιβ καὶ μεριζόμενος εἰς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ □ος τριάδος, ποιεῖ τὴν παραβολὴν ἐλάσσονος M̊ β.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ς α· οὗτος ςκις γενόμενος καὶ προσλαβὼν M̊ ιβ, ποιεῖ ς ς M̊ ιβ· ὁ δὲ ἀπ' αὐτοῦ □ος, ⋔ M̊ γ, ποιεῖ Δ^Y α ⋔ M̊ γ. θέλω οὖν ς ς M̊ ιβ μερίζεσθαι εἰς Δ^Y α ⋔ M̊ γ καὶ ποιεῖν τὴν παραβολὴν ἐλάσσονος M̊ β. ἀλλὰ καὶ ὁ β μεριζόμενος εἰς M̊ α, ποιεῖ τὴν παραβολὴν β· ὥστε ς ς M̊ ιβ πρὸς Δ^Y α ⋔ M̊ γ ἐλάσσονα λόγον ἔχουσιν ἤπερ β πρὸς α.

1 δον] τέρτον δὲ A, τέ (lacunam 4 litter.) δὲ B_1. 2 Δ^Y] μονάδαι A. 3 ἔτι δὲ ... τετράγωνον] δεῖ δὲ καὶ τὸν μέσον *Ba*. ἐλάσσονα] ἐλάσσων A. 4 ἐλάσσονος A, ἐλάττονα B_1, ἐλάσσονα *Ba* qui add. εἶναι. 5 β] *Ba* add.: ἀριθμὸς ἄρα εἰς μ̊ β. 6/7 ἐλάσσων B. 8 γέγονε *Ba*. ποιῆσαι om. B_1. 9 λείποντα AB, λειπόντων *Ba*. 10 ἑξάκι A (item 14, 18). γενόμενος A. 11 τουτέστιν A. τῆς post.] τοὺς *Ba*. 14 τὸ] τὸ ῡ A. 15 ιβ] ч ιβ A (ἴσας ιβ?). καὶ (post ιβ) om. *Ba*. καὶ μεριζόμενος ... προσλαβὼν M̊ ιβ (19) om. B_1. 17 ἐλάσσονα *Ba*. 18 οὗτος *Ba*. 19 αὐτῶν B_1. 21/22 ἐλάττονα B, ἐλάσσονα *Ba*. 22 ἀλλὰ om. *Ba*. 23 β] δίς AB, δυάδα *Ba*.

Omnia 9ies:

$$12x^2 + 48x + 36 = \square,$$

et sumendo 4am partem:

$$3x^2 + 12x + 9 = \square.$$

Adhuc volo esse $\square_m < 16$, scilicet huius radicem < 4.

Sed $\square_m^{\frac{1}{2}}$ radix est $x + 2$. Ista sunt < 4. Communibus ablatis 2, erit $x < 2$.

Mihi igitur aequandum est

$$3x^2 + 12x + 9 = \square.$$

Formo $\square$ ab 3 minus x cum quodam coefficiente. Fiet x ex quodam numero 6ies sumpto, cui addito 12 (hoc est coefficiens $12x$ in aequatione), summa dividetur per excessum quadrati a numero supra 3 coefficientem x^2 in aequatione.

Deducor igitur ad inveniendum numerum qui 6ies sumptus, si addatur 12 et summa dividatur per excessum supra 3 quadrati ab ipso numero, quotientem det minorem quam 2.

Sit quaesitus x. Sumatur 6ies et addatur 12, facit $6x + 12$; quadratus ab ipso, minus 3, facit $x^2 - 3$. Volo igitur dividere $6x + 12$ per $x^2 - 3$ et facere quotientem minorem quam 2. Sed 2 divisus per 1, facit quotientem 2. Ergo

$$6x + 12 : x^2 - 3 < 2 : 1.$$

Καὶ χωρίον χωρίῳ ἄνισον· ὁ ἄρα ὑπὸ ϛ ϛ̄ Μ̊ ι̅β̅ καὶ Μ α̅ ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ ὑπὸ δυάδος καὶ Δ^Υ α̅ ⋔ Μ̊ γ̅, τουτέστιν ϛ ϛ̄ Μ̊ ι̅β̅ ἐλάσσονές εἰσιν Δ^Υ β̅ ⋔ Μ̊ ϛ̄. καὶ κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ Μ̊ ϛ̄. ϛ ϛ̄ Μ̊ ι̅η̅ ἐλάσσονες Δ^Υ β̅.

ὅταν δὲ τοιαύτην ἴσωσιν ἰσώσωμεν, ποιοῦμεν τῶν ϛ τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτό, γίνεται θ̅, καὶ τὰς Δ^Υ β̅ ἐπὶ τὰς Μ̊ ι̅η̅, γίνονται λ̅ϛ̅· πρόσθες τοῖς θ̅, γίνονται μ̅ε̅, ὧν π^λ· οὐκ ἔλαττόν ἐστι Μ̊ ζ̅· πρόσθες τὸ ἡμίσευμα τῶν ϛ· ⟨γίνεται οὐκ ἔλαττον Μ̊ ι̅· καὶ μέρισον εἰς τὰς Δ^Υ·⟩ γίνεται οὐκ ἔλαττον Μ̊ ε̅.

γέγονεν οὖν μοι Δ^Υ γ̅ ϛ ι̅β̅ Μ̊ θ̅ ἴσ. □^ῳ τῷ ἀπὸ π^λ Μ̊ γ̅ ⋔ ϛ ε̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ $\overset{\kappa\beta}{\overline{\mu\beta}}$ τουτέστιν $\overset{\iota\alpha}{\overline{\kappa\alpha}}$.

τέταχα δὲ τὴν τοῦ μέσου □^ου π^λ ϛ α̅ Μ̊ β̅· ἔσται ἡ τοῦ □^ου π^λ Μ̊ $\overset{\iota\alpha}{\overline{\mu\gamma}}$. αὐτὸς δὲ ὁ □^ος Μ̊ $\overset{\rho\kappa\alpha}{\overline{͵\alpha\omega\mu\theta}}$.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω Μ̊ $\overset{\rho\kappa\alpha}{\overline{͵\alpha\omega\mu\theta}}$, ὄντα □^ον, ἴσ. τοῖς ϛ ϛ̄ Μ̊ δ̅· καὶ πάντα εἰς ρ̅κ̅α̅· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\psi\kappa\varsigma}{\overline{͵\alpha\tau\xi\varepsilon}}$, καὶ ἔστιν ἐλάσσων δυάδος.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις τοῦ προβλήματος τοῦ ἐξ ἀρχῆς· ὑπέστημεν δὴ τὸν μὲν μέσον ϛ α̅ Μ̊ β̅, τὸν δὲ ἐλάχιστον Μ̊ β̅ ⋔ ϛ α̅, τὸν δὲ μέγιστον ϛ ζ̅ Μ̊ β̅. ἔσται ὁ μὲν μέ-

1 χωρίον corr. ex χωρίων A (1ª m.?). ἀνίσῳ B₁. 2 ἐλάσσονές εἰσι *Ba*. ἐστὶ B₁. 2/3 τουτέστι *Ba*. 3 εἰσὶ B. 4 ϛ̄ (prius) scripsi, μείζονες AB. ἐλάσσονες] αἱ *Ba*. Δ^Υ] μ̊ AB₁. 9 καὶ μέριζον εἰς δυνάμεις suppl. *Ba*, alia tentavi. 10 γίνεται ὁ ϛ οὐκ ἐλάττων *Ba*. 12 τουτέστι *Ba*. 13 τέταχα] τέθεικα *Ba*. 14 ͵αων̅θ AB₁ (item 15). 17 ͵αψξε AB₁. 19 δὴ scripsi, δὲ AB. μὲν om. B₁. β̅] θ AB₁.

Productus producto inaequale: ergo

$$(6x + 12) \times 1 < 2 \times (x^2 - 3),$$

hoc est

$$6x + 12 < 2x^2 - 6.$$

Utrimque addantur 6:

$$6x + 18 < 2x^2.$$

Quando talem aequationem solvimus, multiplicamus dimidium coefficientem x in seipsum, — fit 9 —; 2 coefficientem x^2 in coefficientem unitatis 18, — fit 36 —; adde ad 9, fit 45, cuius radix: haud minor[1]) quam 7; adde dimidium coefficientem x: fit haud minor quam 10; divide per coefficientem x^2: fit haud minor quam 5.

Mihi igitur aequandum est

$$3x^2 + 12x + 9 = \square \text{ a radice } (3 - 5x),$$

et fit

$$x = \frac{42}{22}, \text{ hoc est } \frac{21}{11}.$$

Posui medii quadrati radicem esse $x + 2$; erit quadrati radix $\frac{43}{11}$, quadratus ipse $\frac{1849}{121}$.

Redeo ad primitivum problema et pono $\frac{1849}{121}$, qui est $\square$, $= 6x + 4$. Omnia in 121. Fit $x = \frac{1365}{726}$, et est minor quam 2.

Ad positiones problematis primitivi. Posuimus nempe

$$M = x + 2, \quad P = 2 - x, \quad \text{et} \quad G = 7x + 2.$$

1) Exactum limitem x haud quaerit Diophantus; sed quum cadat $\sqrt{45}$ inter integros 6 et 7, maiorem sumit 7 et notat sibi licere numero ex operationibus fingendo aequalem vel maiorem ponere x.

γιστος $\overline{\alpha.\,{,}\alpha\xi}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overline{{,}\beta\omega\iota\zeta}$, ὁ δὲ ἐλάχιστος ὁ γ^{ος} $\overline{\pi\zeta}$. καὶ ἐπεὶ τὸ μόριον, ἔστι τὸ $\overline{\psi\kappa\varsigma}$^{ον}, οὐκ ἔστιν □^{ος}, ϛ^{ον} δέ ἐστιν αὐτοῦ, ἐὰν λάβωμεν $\overline{\rho\kappa\alpha}$, ὅ ἐστι □^{ος}, πάντων οὖν τὸ ϛ^{ον}, καὶ ὁμοίως ἔσται ὁ μὲν α^{ος} ρκα^{ων} $\overline{{,}\alpha\omega\lambda\delta}$ ∠′, ὁ δὲ β^{ος} $\overline{\upsilon\xi\vartheta}$ ∠′, ὁ δὲ γ^{ος} $\overline{\iota\delta}$ ∠′.

Καὶ ἐὰν ἐν ὁλοκλήροις θέλῃς ἵνα μὴ τὸ ∠′ ἐπιτρέχῃ, εἰς δ^{α} ἔμβαλε. καὶ ἔσται ὁ α^{ος} $\overset{\upsilon\pi\delta}{\overline{{,}\zeta\tau\lambda\eta}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\upsilon\pi\delta}{\overline{{,}\alpha\omega o\eta}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{\upsilon\pi\delta}{\overline{\nu\eta}}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

μ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ μεγίστου τετράγωνος τοῦ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνου, πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἔτι δὲ σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Ἡ δὴ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ μ$^{γ·}$ □^{ος} τοῦ ἀπὸ τοῦ μ$^{σ·}$ □^{ου}, τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει ὁ μ$^{σ·}$ τοῦ ἐ$^{λ·}$, ἔστω γ$^{πλ.}$.

Ἐπεὶ ὁ μ$^{γ·}$ καὶ ὁ μ$^{σ·}$ ποιοῦσι □^{ον}, ποιείτωσαν $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$· ὁ ἄρα μ$^{γ·}$ ἔσται μείζων $\Delta^{Y}\overline{\eta}$· ἔστω $\Delta^{Y}\overline{\eta}\,\mathring{M}\overline{\beta}$.

καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ὁ μ$^{γ·}$ καὶ ὁ μ$^{σ·}$ μείζων ἐστὶ συναμφοτέρου τοῦ μ$^{γ·}$ καὶ τοῦ ἐ$^{λ·}$, καὶ ἔστι συναμφότερος ὁ μ$^{γ·}$ καὶ ὁ μ$^{σ·}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$, συναμφότερος ὁ ἄρα μ$^{γ·}$ καὶ ἐ$^{λ·}$ ἐλάσσων μέν ἐστι $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$, μείζων δὲ $\Delta^{Y}\overline{\eta}$. ἔστω

1, 4, 5 Denom. add. *Ba*. 1 ἐλάχιστος ὁ om. B$_1$. $\overline{\pi\zeta}$] ωπζ AB$_1$. 2 ἔστι prius om. *Ba*. 3 ἔστι (ante αὐτοῦ) A. $\overline{\rho\kappa\alpha}$ *Ba*, $\overline{\kappa\alpha}$ AB. 4 ρκα^{ων}] μονάδων AB$_1$. 6/7 ἐπιτρέχει B$_1$. 7 δ^{α}] τέσσαρα A*Ba*. ἔμβαλες *Ba*. 15 δὴ scripsi, δὲ AB. μ$^{γ·}$ = μεγίστου] μέσου AB$_1$ (item 21). 16 ἧς AB,

Erit

$$G = \frac{11007}{726},\quad M = \frac{2817}{726},\quad P = \frac{87}{726}.$$

Quoniam denominator 726 non est □, sed tantum $\frac{1}{6}$ huius, si sumimus 121 qui est □, omnia per 6; similiter erit

$$G = \frac{1834\frac{1}{2}}{121};\quad M = \frac{469\frac{1}{2}}{121},\quad \text{et}\quad P = \frac{14\frac{1}{2}}{121}.$$

Si mavis in integris, ne excurrat $\frac{1}{2}$, in 4 resolve. Erit

$$G = \frac{7338}{484},\quad M = \frac{1878}{484},\quad P = \frac{58}{484},$$

et probatio evidens.

XL.

Invenire tres numeros tales ut differentia qua maximi quadratus superat medii quadratum ad differentiam medii et minimi rationem habeat datam, et adhuc bini quocumque modo additi faciant quadratum. 46

Sit differentia quadrati a G supra quadratum ab M, differentiae $(M - P)$ 3$^{\text{pla}}$.

Quoniam $G + M = □$, faciant $16x^2$. Ergo $G > 8x^2$. Sit

$$G = 8x^2 + 2.$$

Et quoniam $G + M > G + P$, et $G + M = 16x^2$, ergo

$$16x^2 > G + P > 8x^2.$$

ᾗ *Ba*. 19 ἔσται B$_1$. 22 μ$^{γ·}$ posterius] μέσος AB$_1$. 23 καὶ ὁ ἐλάχιστος *Ba*.

οὖν συναμφότερος ὁ $\mu^{\gamma\cdot}$ καὶ ὁ $\varepsilon^{\lambda\cdot}$ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\vartheta}$. ἔστιν καὶ ὁ $\mu^{\gamma\cdot}$ καὶ ὁ $\mu^{\sigma\cdot}$ $\Delta^{\Upsilon}\overline{\iota\varsigma}$, ὧν ὁ $\mu^{\gamma\cdot}$ ἐστι $\Delta^{\Upsilon}\bar{\eta}\ \mathring{M}\bar{\beta}$. ἔσται ἄρα καὶ ὁ $\mu^{\sigma\cdot}$ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\eta} \pitchfork \mathring{M}\bar{\beta}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\bar{\beta}$.

καὶ ἐπεὶ θέλω τὴν ὑπεροχὴν ἣν ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ $\mu^{\gamma\cdot}$ τὸν ἀπὸ τοῦ $\mu^{\sigma\cdot}$, τῆς ὑπεροχῆς τοῦ $\mu^{\sigma\cdot}$ καὶ τοῦ $\varepsilon^{\lambda\cdot}$ εἶναι $\gamma^{\pi\lambda\cdot}$, ἀλλὰ ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ $\mu^{\gamma\cdot}$ $\square^{o\varsigma}$ τοῦ ἀπὸ τοῦ $\mu^{\sigma\cdot}$ $\square^{ov}$ ἐστὶν $\Delta^{\Upsilon}\overline{\xi\delta}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ τοῦ $\mu^{\sigma\cdot}$ καὶ τοῦ $\varepsilon^{\lambda\cdot}$ ἐστιν $\Delta^{\Upsilon}\bar{\zeta}$· καὶ θέλομεν τὰς $\Delta^{\Upsilon}\overline{\xi\delta}$ τῶν $\Delta^{\Upsilon}\bar{\zeta}$ εἶναι $\gamma^{\pi\lambda\cdot}$ ἀλλὰ αἱ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\zeta}$ $\gamma^{\pi\lambda\cdot}$ γενόμεναι ποιοῦσι $\Delta^{\Upsilon}\overline{\kappa\alpha}$. ἀλλὰ αἱ $\Delta^{\Upsilon}\overline{\xi\delta}$ ἐκ τοῦ $\lambda\beta^{\kappa\iota\varsigma}$ ἐστι τῶν $\mathring{M}\bar{\beta}$· γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὃς $\lambda\beta^{\kappa\iota\varsigma}$ γενόμενος ποιεῖ $\mathring{M}\overline{\kappa\alpha}$· ἔστιν δὴ τὰ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$.

τάσσω οὖν τὸν μὲν α^{ov} $\Delta^{\Upsilon}\bar{\eta}\ \mathring{M}\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$, τὸν δὲ $\mu^{\sigma\cdot}$ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\eta} \pitchfork \mathring{M}\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$, τὸν δὲ γ^{ov} $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$.

καὶ λοιπόν ἐστιν ἓν ἐπίταγμα συναμφότερον τὸν $\mu^{\sigma\cdot}$ καὶ τὸν $\varepsilon^{\lambda\cdot}$ εἶναι $\square^{ov}$. ἔστιν δὲ ὁ $\mu^{\sigma\cdot}$ καὶ ὁ $\varepsilon^{\lambda\cdot}$ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\vartheta} \pitchfork \mathring{M}\overset{\lambda\beta}{\overline{\mu\beta}}$ ἴσ. $\square^{\varphi}$ ἀπὸ $\pi^{\lambda\cdot}$ $\varsigma\bar{\gamma} \pitchfork \mathring{M}\bar{\varsigma}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varphi o\varsigma}{\overline{\varphi ϟ \zeta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overline{\tau\varsigma}$. $\overline{,\vartheta}$ μορ. $\overline{\lambda\gamma}$. $\overline{,\alpha\psi o\varsigma}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\sigma\xi\gamma}$. $\overline{,\gamma\varphi\mu\delta}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\overline{\iota\gamma}$. $\overline{,\eta\chi\pi\alpha}$.

---

1 ἔστι B. 4 ἣν] ἡ Ba. 5 τὸν] τὸ A. 7 ἐστι B (item 8, 12, 16). 8 $\bar{\xi}$ ∟' AB$_1$. θέλωμεν Ba. 9 ἀλλ' αἱ B. 10 ἀλλ' αἱ Ba. 12 ποιεῖν A, ποιῇ Ba. δὴ] δὲ AB. 14 τὸν δὲ γ^{ov} $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$ om. Ba. 15 ἐστι A. 16 $\varepsilon^{\lambda\cdot}$ prius] ἐλάσσονα AB, ubique supra ἐλάχιστ. 19/20 $\overline{\tau\varsigma}$. $\overline{,\vartheta}$ μορ. $\overline{\lambda\gamma}$. $\overline{,\alpha\psi o\varsigma}$] $\overline{\tau\varsigma}$ (correcta ex $\overline{\lambda\varsigma}$ A) ὁ ἄρα τρίτος $\overline{,\alpha\tau o\varsigma}$ AB$_1$. 20 $\overline{\sigma\xi\gamma}$. $\overline{\varphi\mu\delta}$ AB$_1$.

Sit igitur
$$G + P = 9x^2.$$
Est autem
$$G + M = 16x^2, \quad \text{et} \quad G = 8x^2 + 2.$$
Erit igitur
$$M = 8x^2 - 2, \quad P = x^2 - 2.$$
Et quoniam volo esse
$$(G)^2 - (M)^2 = 3^{\text{plum}}(M - P),$$
sed
$$(G)^2 - (M)^2 = 64x^2, \quad \text{et} \quad M - P = 7x^2,$$
et volumus $64x^2$ esse $3^{\text{plum}}(7x^2)$, sed $3 \times (7x^2)$ facit $21x^2$, quum 64 coefficiens x^2 factus sit ex 32^{ies} .2 coefficiente unitatis, mihi inveniendus est numerus qui 32^{ies} sumptus faciat 21. Est ille $\frac{21}{32}$.

Pono igitur
$$G = 8x^2 + \frac{21}{32}, \quad M = 8x^2 - \frac{21}{32}, \quad P = x^2 - \frac{21}{32}.$$
Restat una conditio:
$$M + P = \square.$$
Sed est
$$M + P = 9x^2 - \frac{42}{32} = \square : \text{a radice } (3x - 6).$$
Fit
$$x = \frac{597}{576}.$$
Ad positiones. Erit
$$G = \frac{3069000}{331776}, \quad M = \frac{2633544}{331776}, \quad P = \frac{138681}{331776}.$$

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Ε.

α.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν τῇ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν λείψας τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$.

Γεωμετρικὴ δή ἐστιν ἀναλογία ὅταν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἀριθμὸς πλευρὰν ἔχῃ τὸν μέσον. — ζητῶ πρότερον τίς ⟨τετράγωνος⟩ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$ *⟨ποιεῖ* $\square^{\text{ον}}$*⟩· ἔστιν δὲ τοῦτο ῥᾴδιον καὶ ἔστιν ὁ* $\overline{\mu\beta}\,\delta^{\times}$.

⟨Τάσσω οὖν τὸν $\alpha^{\text{ον}}$ *τῶν ἄκρων* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\mu\beta}\,\delta^{\times}$*⟩, τὸν δὲ* $\beta^{\text{ον}}$ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$*· ὁ ἄρα μέσος ἔσται* ς $\overline{\varsigma}$ ∠′.

λοιπόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$ *ποιεῖν* $\square^{\text{ον}}$ *καὶ ἔστιν*

$\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$ *καὶ* ς $\overline{\varsigma}$ ∠′ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$.

ἡ τούτων ὑπεροχή ἐστιν $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ⋔ ς $\overline{\varsigma}$ ∠′*· ἡ μέτρησις·*

1/2 Tit. om. *Ba*. 1 *ἀλεξανδρέως* om. A. 2 *βιβλίον ε′* A. 8 *δή* scripsi, *δέ* AB. *ἐστι Ba*. 9 *πλευρὰν*] *πλέονα* AB_1. 9/10 *πρότερον τίς Ba, πότερον τῆς* AB. 10 *τετράγωνος* et *ποιεῖ τετράγωνον* suppl. *Ba*. *ἐστι* B. 10/11 *δὲ τοῦτο* A*Ba*, *τοῦτο δὲ* B. 12 *τάσσω οὖν τὸν ἕνα τῶν ἄκρων*

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER QUINTUS.

I.

Invenire tres numeros in geometrica proportione, ita ut unusquisque ipsorum minus dato numero faciat quadratum.

Esto datus 12.

Geometrica proportio est quando extremorum productus medium habet ut radicem. Quaero quis (quadratus), minus 12, quadratus sit. Hoc est facile[1]); talis erit $42\frac{1}{4}$.

Pono igitur extremorum $1^{\text{um}} = 42\frac{1}{4}$, et $2^{\text{um}} = x^2$. Ergo medius erit $6\frac{1}{2}x$.

Restat ut uterque caeterorum, minus 12, faciat □, et est

$$x^2 - 12 = \square, \quad \text{et} \quad 6\tfrac{1}{2}x - 12 = \square.$$

Horum differentia est $x^2 - 6\frac{1}{2}x$. Divisio: dividit

---

1) Vide problema II, x.

$\overset{\circ}{\mu}\,\overline{\mu\beta}\,\overline{\alpha}^{\delta}$ suppl. *Ba*. 13 $\beta^{\text{ον}}$] *ἕτερον Ba* melius. 14 *ἐστι* A. 15 *ἔστι* B. 16 *ἴσ.* post. om. AB_1.

μετρεῖ ϛ $\bar{\alpha}$ κατὰ ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ Μ̊ $\bar{\varsigma}$ 𐅵′. τῆς ὑπεροχῆς τὸ 𐅵′ ἐφ' ἑαυτό ἐστι Μ̊ $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\rho\xi\theta}}$· ταῦτα ἴσα τῷ ἐλάσσονι, τουτέστιν ϛ $\bar{\varsigma}$ 𐅵′ ⋔ Μ̊ $\overline{\iota\beta}$. καὶ γί. ⟨ὁ ϛ⟩ $\overset{\rho\delta}{\overline{\tau\xi\alpha}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος Μ̊ $\overline{\mu\beta}$ δ×, ὁ δὲ βος $\overset{\rho\delta}{\overline{,\beta\tau\mu\varsigma}}$ 𐅵′, ὁ δὲ γος $\overset{\alpha\,.\,\omega\iota\varsigma}{\overline{\iota\gamma\,.\,\tau\kappa\alpha}}$.

β.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν τῇ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω δὴ τὸν $\bar{\kappa}$.

Πάλιν ζητῶ τίς □ος προσλαβὼν Μ̊ $\bar{\kappa}$ ποιεῖ □ον· ἔστιν δὲ ὁ $\overline{\iota\varsigma}$. τάσσω τοίνυν ἕνα τῶν ἄκρων Μ̊ $\overline{\iota\varsigma}$, τὸν δὲ ὕστερον τῶν ἄκρων $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα μέσος ἔσται ϛ $\bar{\delta}$· καὶ κατὰ τὴν προτέραν λοιπὸν γίνεται ζητεῖν

ϛ $\bar{\delta}$ Μ̊ $\bar{\kappa}$ ἴσ. □ῳ καὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ Μ̊ $\bar{\kappa}$ ἴσ. □ῳ.

καὶ ἔστιν αὐτῶν ἡ ὑπεροχὴ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋔ ϛ $\bar{\delta}$· μέτρησις· μετρεῖ ⟨ϛ $\bar{\alpha}$ κατὰ⟩ ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ Μ̊ $\bar{\delta}$. τῆς ὑπεροχῆς τὸ 𐅵′ ἐφ' ἑαυτὸ ποιεῖ Μ̊ $\bar{\delta}$ ἴσας τῷ ἐλάσσονι ϛ $\bar{\delta}$ Μ̊ $\bar{\kappa}$· ὅπερ ἄτοπον, δεῖ γὰρ τὰς $\bar{\delta}$ Μ̊ μὴ ἐλάσσονας εἶναι Μ̊ $\bar{\kappa}$.

ἀλλὰ αἱ $\bar{\delta}$ Μ̊, δον τῶν $\overline{\iota\varsigma}$· αἱ δὲ Μ̊ $\overline{\iota\varsigma}$ οὐκ εἰσὶν αἱ τυχοῦσαι, ἀλλὰ ὁ □ος ἐστιν ὁ προσλαβὼν Μ̊ $\bar{\kappa}$ καὶ ποιῶν □ον· ἀπῆκται οὖν μοι ζητῆσαι τίς □ος ἔχει μέρος

2 τουτέστι A *Ba*. 3 γί.] γίνονται A, γίνεται B. ὁ ϛ suppl. *Ba*. 5 βος $\overline{\tau\mu\varsigma}$ 𐅵′ $\overline{\rho\mu\delta}$ [corruptum ex βος $\overset{\rho\delta}{\overline{,\beta\tau\mu\varsigma}}$ 𐅵′ μ(ορίου)?] A. 8 ποιεῖ A. 10 δὴ] δὲ AB. 13 ὕστερον] ἕτερον *Ba*. 14 προτέραν B, $\overset{\tau}{\pi\rho o}$ A (an πρὸ ταύτης).

x secundum $\left(x - 6\frac{1}{2}\right)$. Factorum dimidia differentia in seipsam est $\frac{169}{16}$.

Aequetur minori, hoc est $6\frac{1}{2}x - 12$, fit $x = \frac{361}{104}$. Ad positiones. Erit

$$X_1 = 42\tfrac{1}{4}, \quad X_2 = \frac{2346\frac{1}{2}}{104}, \quad X_3 = \frac{130321}{10816}.$$

II.

Invenire tres numeros in geometrica proportione, ita ut unusquisque ipsorum plus dato faciat quadratum. 2

Esto plus 20.

Rursus quaero quis quadratus plus 20 faciat quadratum; est 16. Pono igitur unum extremorum 16, alterum extremorum x^2. Erit igitur medius $4x$, et secundum primam propositionem restat quaerendum:

$$4x + 20 = \square, \quad \text{et} \quad x^2 + 20 = \square.$$

Illorum differentia est $x^2 - 4x$. Divisio: dividit x secundum $x - 4$. Factorum dimidia differentia in seipsam facit 4 aequandum minori $(4x + 20)$, quod est absurdum. Oportet enim 4 non esse minorem quam 20.

Sed 4 est $\frac{1}{4} \times 16$, et 16 non est quilibet, sed est □ qui, plus 20, facit □. Deducor igitur ad quaerendum quis quadratus habeat 4^{am} partem maiorem

16 ϛ $\overline{\iota\delta}$ AB_1. ἡ μέτρησις *Ba*. 17 ϛ $\bar{\alpha}$ κατὰ suppl. *Ba*. 19 τὰς om. *Ba*. ἐλάττονας B_1. 20 ἀλλ' αἱ Μ̊ $\bar{\delta}$ *Ba*. δον] *Ba* add. εἰσι. 21 ἀλλ' ὁ *Ba*.

δ^{ον} καὶ μεῖζον Μ̊ κ̄, προσλαβὼν δὲ Μ̊ κ̄ ποιεῖ □^{ον}. ὥστε ὁ □^{ος} γίνεται μείζων Μ̊ π̄.

Ἔστιν δὲ ὁ π̄ᾱ □^{ος} μείζων π̄· ἐὰν ἄρα τὴν τοῦ ζητουμένου □^{ου} π^{λ.} κατασκευάσωμεν ἀπὸ ς ᾱ Μ̊ θ̄, αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □^{ος}, Δ^{Υ} ᾱ ς ῑη̄ Μ̊ π̄ᾱ· οὗτος μετὰ Μ̊ κ̄ ὀφείλει γενέσθαι □^{ος}· ἔστιν ἄρα Δ^{Υ} ᾱ ς ῑη̄ Μ̊ ρ̄ᾱ ἴσ. □^{ῳ}. ἔστω ἀπὸ π^{λ.} ς ᾱ ⋔ Μ̊ ῑᾱ· ὁ ἄρα □^{ος} ἔσται Δ^{Υ} ᾱ Μ̊ ρ̄κ̄ᾱ ⋔ ς κ̄β̄· ταῦτα ἴσα Δ^{Υ} ᾱ ς ῑη̄ Μ̊ ρ̄ᾱ. καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ∠′. ἦν δὲ ἡ τοῦ ζητουμένου □^{ου} π^{λ.} ς ᾱ Μ̊ θ̄· ἔσται ἄρα ὁ □^{ος} Μ̊ ϟ̄ δ^{×}.

Νῦν ἀνατρέχω ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω ἕνα τῶν ἄκρων Μ̊ ϟ̄ δ^{×}, τὸν δὲ γ^{ον} Δ^{Υ} ᾱ· ὁ ἄρα μέσος ἔσται ς θ̄ ∠′· καὶ ἔρχομαι εἰς τὸ ζητεῖν

Δ^{Υ} ᾱ Μ̊ κ̄ ἴσ. □^{ῳ} καὶ ς θ̄ ∠′ Μ̊ κ̄ ἴσ. □^{ῳ}.

καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ Δ^{Υ} ᾱ ⋔ ς θ̄ ∠′· μετρεῖ ς ᾱ κατὰ ς ᾱ ⋔ Μ̊ θ̄ ∠′. τῆς ὑπεροχῆς τὸ ∠′ ἐφ᾽ ἑαυτό ἐστι $\frac{\iota\varsigma}{\tau\xi\alpha}$ ἴσα τῷ ἐλάσσονι, τουτέστιν ς θ̄ ∠′ Μ̊ κ̄· καὶ γίνεται ὁ ς $\frac{\rho\nu\beta}{\mu\alpha}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} ϟ̄ δ^{×}, ὁ ⟨δὲ⟩ β^{ος} $\frac{\rho\nu\beta}{\tau\pi\vartheta\,∠'}$, ὁ ⟨δὲ⟩ γ^{ος} $\frac{\beta.\,{}_{,}\gamma\rho\delta}{{}_{,}\alpha\chi\pi\alpha}$.

---

1 καὶ μείζων ἐστὶν (ἐστὶ B) μονάδων κ̄ AB₁, ὃ μεῖζον ἐστὶν Μ̊ κ̄ Ba. 3 ἔστι B. 6 ρ̄ᾱ Ba, ρ̄κ̄ᾱ AB. 8 ρ̄ᾱ Ba, π̄ᾱ AB. 11 ἕνα] πρῶτον Ba. 14 ∠′] καὶ add. AB₁. 15 ⋔ om. AB₁. 17 τουτέστι ABa. 19 δὲ supplevi (item 20).

quam 20, et plus 20 faciat □; ille quadratus erit maior quam 80.

Sed 81 quadratus maior est quam 80; ergo si construimus quaesiti quadrati radicem $= x + 9$, erit ipse quadratus $x^2 + 18x + 81$, et addito 20 debet fieri □. Ergo

$x^2 + 18x + 101 = \square$. Esto □ a radice $x - 11$. Erit igitur

$$\square = x^2 + 121 - 22x = x^2 + 18x + 101,$$

et fit

$$x = \frac{1}{2}.$$

Erat quaesiti quadrati radix $= x + 9$. Erit igitur quadratus $= 90\frac{1}{4}$.

Nunc redeo ad primitivum problema et pono extremorum

$$X_1 = 90\tfrac{1}{4}, \quad X_3 = x^2.$$

Ergo medius erit $9\frac{1}{2}x$, et venio ad quaerendum

$$x^2 + 20 = \square, \quad \text{et} \quad 9\tfrac{1}{2}x + 20 = \square.$$

Illorum differentia est $x^2 - 9\frac{1}{2}x$, quam dividit x secundum $x - 9\frac{1}{2}$. Factorum dimidia differentia in seipsam est $\frac{361}{16}$, aequanda minori, hoc est

$$9\tfrac{1}{2}x + 20, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{41}{152}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 90\tfrac{1}{4}, \quad X_2 = \frac{389\frac{1}{2}}{152}, \quad X_3 = \frac{1681}{23104}.$$

γ.

Δοθέντι ἀριθμῷ προσθεῖναι τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστός τε αὐτῶν καὶ ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω δὴ τὸν ε̅.

Καὶ ἐπεὶ ἔχομεν ἐν τοῖς Πορίσμασιν ὅτι ʽἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἑκάτερός τε καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ αὐτοῦ δοθέντος ποιῇ τετράγωνον, γεγόνασιν ἀπὸ δύο τετραγώνων τῶν κατὰ τὸ ἑξῆςʼ, ἐκτίθεμαι οὖν δύο □ους τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς, ὃν μὲν ἀπὸ ϛ ᾱ M̊ γ̅, ὃν δὲ ἀπὸ ϛ ᾱ M̊ δ̅. καὶ γίνονται οἱ □οι, ὃς μὲν Δ^Υ ᾱ ϛ ϛ̅ M̊ θ̅, ὃς δὲ Δ^Υ ᾱ ϛ η̅ M̊ ι̅ϛ̅. αἴρω ἀπὸ ἑκάστου M̊ ε̅ καὶ τάσσω ὃν μὲν Δ^Υ ᾱ ϛ ϛ̅ M̊ δ̅, ὃν δὲ Δ^Υ ᾱ ϛ η̅ M̊ ι̅α̅, τὸν δὲ γον, συναμφότερον τὸν δὶς παρὰ M̊ ᾱ, τουτέστιν Δ^Υ δ̅ ϛ κ̅η̅ M̊ κ̅θ̅.

λοιπὸν ἄρα καὶ τοῦτον μετὰ M̊ ε̅ δεῖ ποιεῖν □ον. Δ^Υ ἄρα δ̅ ϛ κ̅η̅ M̊ λ̅δ̅ ἴσ. □ῳ τῷ ἀπὸ πλ. ϛ β̅ ⋀ M̊ ϛ̅. καὶ γίνεται ὁ □ος Δ^Υ δ̅ M̊ λ̅ϛ̅ ⋀ M̊ κ̅δ̅ ἴσ. Δ^Υ δ̅ ϛ κ̅η̅ M̊ λ̅δ̅. καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ ἑνὸς κϛου.

---

5 *δὴ* scripsi, *δὲ* AB. 8 *δοθέν* A. 12 *ἕκαστον* A. 13 *ια*] *ι̅β̅* B_1. γον] *Ba* add. *τὸν*. 14 *τὸν δὶς*] *δίς Ba*, *τῶν δύο* AB. *τουτέστι* B. δ̅ *Ba*, ᾱ AB (item 18 post.). 19 *ἑνὸς κϛον*] ᾱ κ̅ϛ̅ A, *μία* κ̅ϛ̅ B_1.

III.

Dato numero adinvenire tres numeros tales ut sive unusquisque ipsorum sive binorum quorumvis productus, plus dato numero, faciat quadratum. 3

Esto plus 5. Quoniam habemus in Porismatis[1]): 'Si duorum numerorum sive uterque sive productus, plus eodem dato, facit quadratum, orti sunt a duobus quadratis ex ordine sumptis', expono duos quadratos ex ordine, alterum ab $(x+3)$, alterum ab $(x+4)$, et fiunt quadrati, alter $= x^2 + 6x + 9$, alter $= x^2 + 8x + 16$.

Ab utroque subtraho 5 et pono

$$X_1 = x^2 + 6x + 4, \quad X_2 = x^2 + 8x + 11,$$

et

$$X_3 = 2(X_1 + X_2) - 1, \quad \text{hoc est}, \quad 4x^2 + 28x + 29.$$

Restat ut et $X_3 + 5$ faciat $\square$. Ergo

$$4x^2 + 28x + 34 = \square : \text{a radice } (2x - 6).$$

Fit $\square$:

$$4x^2 + 36 - 24x = 4x^2 + 28x + 34,$$

et

$$x = \frac{1}{26}.$$

---

1) Hoc porisma pertinere videtur ad secundam solutionem similiter deperditam problematis III, x, ubi quaeritur

$$x_1 x_2 + a = \square; \quad x_2 x_3 + a = \square; \quad x_3 x_1 + a = \square;$$

vel, supponendo $x_3 = 1$,

$$x_1 + a = \square, \quad x_2 + a = \square, \quad x_1 x_2 + a = \square;$$

quibus conditionibus satisfit, si secundum porisma sumpti sunt

$$x_1 = x^2 - a, \quad x_2 = (x+1)^2 - a,$$

nam

$$x_1 x_2 = (x^2 + x - a)^2 - a.$$

Hanc autem solutionem haud generalem esse animadvertendum est.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\text{χοϛ}}{\text{͵βωξα}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\text{χοϛ}}{\text{͵ζχμε}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{\text{χοϛ}}{\text{β . τλϛ}}$.

δ.

Δοθέντι ἀριθμῷ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερός τε αὐτῶν καὶ ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ ϛ̄.

Πάλιν δὴ ὁμοίως ἐκτίθεμαι δύο □^{ους} τοὺς κατὰ τὸ ἑξῆς ὄντας ὃν μὲν Δ^{Υ} ᾱ, ὃν δὲ Δ^{Υ} ᾱ ϛ β̄ M̊ ᾱ, καὶ τούτοις προστίθημι τὸν δοθέντα καὶ τάσσω τὸν μὲν α^{ον} Δ^{Υ} ᾱ M̊ ϛ̄, τὸν δὲ β^{ον} Δ^{Υ} ᾱ ϛ β̄ M̊ ζ̄, τὸν δὲ γ^{ον} ὁμοίως τοῦ δὶς συναμφότερον παρὰ M̊ ᾱ, τουτέστιν Δ^{Υ} δ̄ ϛ δ̄ M̊ ⟨κ̄ε̄. λοιπὸν ἄρα καὶ τοῦτον, ⋔ M̊ ϛ̄, ποιεῖν □^{ον}. Δ^{Υ} ἄρα δ̄ ϛ δ̄ M̊ ι̅θ̅ ἴσ. □^{ῳ} τῷ ἀπὸ π$^{λ.}$ ϛ β̄ ⋔ M̊ ϛ̄. καὶ γίνεται ὁ □^{ος} Δ^{Υ} δ̄ M̊ λ̅ϛ̅ ⋔ ϛ κ̅δ̅ ἴσ. Δ^{Υ} δ̄ ϛ ϛ̄ M̊⟩ ι̅θ̅.

καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\text{κη}}{\text{ιζ}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} $\overset{\text{ψπδ}}{\text{͵δϡϟγ}}$, ὁ δὲ β^{ος} $\overset{\text{ψπδ}}{\text{͵ϛψκθ}}$, ὁ δὲ γ^{ος} $\overset{\text{ψπδ}}{\text{β . ͵βχξ}}$.

1 δὲ om. B. 2 β̅τ̅λ̅ϛ̅ AB$_1$. 6 ἀριθμὸν om. *Ba.* 10 τάττω B$_1$. τὸν μὲν] μὲν τὸν *Ba.* 11 δὲ prius om. *Ba.* Δ^{Υ} ᾱ post. om. B$_1$. 12 δὶς] διπλασίονος A*Ba*, διπλασίου B. συναμφοτέρου *Ba.* τουτέστι B. 13—15 κ̅ε̅ . . . M̊ suppl. *Ba*, κ̅ε̅· αἴρω ἀπὸ τούτου M̊ ϛ̄· λοιπὸν ἄρα Δ^{Υ} δ̄ ϛ δ̄ M̊ *Auria*, qui post ι̅θ̅ (15) add. ἴσ. □^{ῳ} ἀπὸ π$^{λ.}$ ϛ β̄ ⋔ M̊ ϛ̄. 17 ͵δϡϟϛ . . . ψκθ (18) AB$_1$. δὲ om. B$_1$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{2861}{676}, \quad X_2 = \frac{7645}{676}, \quad X_3 = \frac{20336}{676}.$$

IV.

Dato numero adinvenire tres numeros tales ut sive 4
unusquisque ipsorum, sive binorum quorumvis productus, minus dato numero, faciat quadratum.

Esto datus 6.

Rursus similiter expono duos quadratos deinceps, scilicet x^2 et $x^2 + 2x + 1$, illisque addo datum et pono

$$X_1 = x^2 + 6, \quad X_2 = x^2 + 2x + 7,$$

et similiter

$$X_3 = 2(X_1 + X_2) - 1,$$

hoc est,

$$4x^2 + 4x + 25.$$

⟨Restat ut $X_3 - 6$ faciat □. Ergo

$$4x^2 + 4x + 19 = \square : \text{a radice } (2x - 6).$$

Fit □:

$$4x^2 + 36 - 24x = 4x^2 + 4x + 19⟩,$$

et

$$x = \frac{17}{28}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{4993}{784}, \quad X_2 = \frac{6729}{784}, \quad X_3 = \frac{22660}{784}.$$

ε.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε τὸν λοιπόν, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἔχομεν πάλιν ἐν τοῖς Πορίσμασιν ὅτι 'Πᾶσι δύο τετραγώνοις τοῖς κατὰ τὸ ἑξῆς προσευρίσκεται ἕτερος ἀριθμός, ὁ ὢν δὶς συναμφότερος καὶ δυάδι μείζων, ὅστις τὸν ἀριθμὸν μείζονα τριῶν ἀριθμῶν ποιεῖ, ⟨ὥστε⟩ τὸν ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε τὸν λοιπόν, ποιεῖν τετράγωνον'.

Τάσσομεν οὖν τῶν ἐκκειμένων τριῶν $\square^{\omega\nu}$, ὃν μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\mathring{M}\,\bar{\delta}$, τὸν δὲ γ^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\overline{\iota\beta}$ ⟨$\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$⟩.

λοιπὸν δεῖ κατασκευάσαι τὸν γ^{ov} τουτέστι $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\overline{\iota\beta}$ ⟨$\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$⟩ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ κοινὸν τὸ δ^{ov}, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\gamma}$ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ $\square^{os}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\,\bar{\vartheta}$ ⋔ ς $\bar{\varsigma}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\gamma}$ $\mathring{M}\,\bar{\gamma}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}\,\omega$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\overset{\vartheta}{\overline{\kappa\varepsilon}}$, ὁ δὲ β^{os} $\overset{\vartheta}{\overline{\xi\delta}}$, ὁ δὲ γ^{os} $\overset{\vartheta}{\overline{\rho\,\text{ϙ}\varsigma}}$.

3/4 τὸν λοιπόν A, λείψῃ B, λοιπόν *Ba*. 7 ὁ] ὃς *Ba*. δὶς] διπλασίων AB. συναμφοτέρου *Ba*. 7/8 δυάδι μείζονι AB₁. 8 ὅστις τὸν ἑκκαίδεκα μείζονα τρεῖς ἀριθμοὺς ποιεῖ τὸν (9) AB₁, τρεῖς ἀριθμοὺς ποιεῖ ὧν ὁ *Ba*. 9 ὥστε suppl. *Auria*. 10 τὸν λοιπόν] λείψει A, λείψῃ B, λοιπόν *Ba*. ποιεῖ B. 11 τάσσωμεν *Ba*. τετράγωνον *Ba*. 13 $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba*, καὶ $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ *Auria*. 15 $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba*. κοινὸν] ἐκείνου *Ba*. 18 $\mathring{\mu}$ $\upsilon\gamma''$ A, β Γ' B, $\mathring{\mu}$ $\bar{\beta}^{\gamma}$ *Ba*. 19 δὲ om. A. 20 ὁ om. *Ba*.

V.

Invenire tres quadratos tales ut binorum quorumvis productus, plus sive amborum summa sive reliquo, faciat quadratum.

Habemus rursus in Porismatis[1]): 'Omnibus binis quadratis ex ordine sumptis adinvenitur alius numerus, scilicet dupla amborum summa, binario aucta, qui fit maximus trium numerorum talium ut binorum quorumvis productus plus sive amborum summa sive reliquo faciat quadratum.'

Ponimus ergo trium expositorum quadratorum, alterum $x^2 + 2x + 1$, alterum $x^2 + 4x + 4$, 3^{um} vero $4x^2 + 12x + 12$.

Reliquum oportet construere 3^{um}, hoc est:

$$4x^2 + 12x + 12 = \square.$$

Utrimque 4^{a} pars: fit

$$x^2 + 3x + 3 = \square.$$

Formo $\square$ ab $(x - 3)$; fit ergo $\square$ ipse

$$x^2 + 9 - 6x = x^2 + 3x + 3,$$

et

$$x = \frac{2}{3}.$$

Ad positiones. Erit

$$1^{us} = \frac{25}{9},\quad 2^{us} = \frac{64}{9},\quad 3^{us} = \frac{196}{9}.$$

1) Hoc porisma deperditum videtur referendum ad problema III, xv. Cf. quoque III, xii.

ϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος μὲν αὐτῶν λείψας δυάδα ποιῇ τετράγωνον, ὁ δὲ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε λείψῃ συναμφότερον, ἐάν τε τὸν λοιπόν, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐὰν ἑκάστῳ τῶν ἐν τῷ πρὸ τούτου εὑρεθέντων ἀριθμῶν προσθῶ δυάδα, οἱ γενόμενοι ποιοῦσι τὸ προκείμενον· τὸ δὴ λεγόμενον τοιοῦτόν ἐστι.

Τάσσομεν γὰρ ἕνα τῶν ζητουμένων $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\beta}$, *τὸν δὲ ἕτερον* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\bar{\beta}\,\mathring{M}\bar{\gamma}$, *τὸν δὲ* γ^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\delta}\,ς\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{ϛ}$, *καὶ μένει τὰ ἐπιταχθέντα.*

λοιπόν ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\delta}\,ς\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\delta}$ *ἰσῶσαι* $\square^{\varphi}$· *καὶ τὸ* δ^{ov}, *ὥστε καὶ* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\square^{\varphi}$· *καὶ ἐὰν τάξωμεν τὴν* π^{λ}· *τοῦ* $\square^{ov}$ *ἀπὸ διαφορᾶς, ἔστω ἀπὸ* $ς\bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\bar{\beta}$, *γίνεται ὁ* $\square^{os}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta} \pitchfork ς\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ς\bar{\alpha}\,M\bar{\alpha}$. *καὶ γίνεται ὁ* $ς\ \overset{\varepsilon}{\bar{\gamma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\nu\vartheta}}$, *ὁ ⟨δὲ⟩* β^{os} $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\iota\delta}}$, *ὁ δὲ* γ^{os} $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\mu ϛ}}$, *καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.*

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν ⟨τὸν⟩ τῆς συνθέσεως ποιῇ τετράγωνον.

---

4 *λείψει* A. *τὸν λοιπόν*] *τὸν ὅλον* A, *λοιπόν Ba*. 9 *τάσσωμεν Ba*. *γὰρ* om. B_1. 10 $\Delta^{Y}\delta$ *Ba*, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ AB (item 12). 13/14 *τὴν τοῦ τετραγώνου πλευρὰν Ba*. 15 $\bar{\delta}$ prius] $\bar{\varepsilon}$ B_1. 17 *δὲ* supplevi. 21 *τὸν* prius] *τοὺς Ba*. *τὸν* post. suppl. *Auria*. *τῆς συνθέσεως*] *τετραγώνους τὴν σύνθεσιν Ba*.

VI.

Invenire tres numeros tales ut unusquisque ipsorum minus 2 faciat quadratum, et binorum quorumvis productus, minus sive amborum summa sive reliquo, faciat quadratum. 6

Si unicuique inventorum[1]) in praecedenti numerorum addo 2, facti propositum solvunt: nempe hocce dicimus:

Ponimus unum quaesitorum $x^2 + 2$, alterum $x^2 + 2x + 3$, 3^{um} vero $4x^2 + 4x + 6$; constant proposita.

Restat aequandum

$$4x^2 + 4x + 4 = \square,$$

et 4^{am} partem, hoc est

$$x^2 + x + 1 = \square.$$

Si ponimus radicem $\square^i$ esse differentiam, esto $(x - 2)$, fit $\square$

$$x^2 + 4 - 4x = x^2 + x + 1,$$

et

$$x = \frac{3}{5}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{59}{25},\quad X_2 = \frac{114}{25},\quad X_3 = \frac{246}{25},$$

et probatio evidens.

⟨Primum⟩ lemma ad sequens.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus plus summa quadratorum ab ipsis faciat quadratum. 7

---

1) Dicendum erat: 'numerorum quos praebet Porisma in praecedenti'.

Ἔστω ὁ αος ϛ α̅, ὁ βος M̊ ὅσων θέλεις· ἔστω M̊ α̅· καὶ γίνεται ὁ μὲν ὑπὸ αὐτῶν ϛ α̅· ὁ δὲ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν □ος ποιεῖ ΔΥ α̅ M̊ α̅· μετὰ τοῦ ϛ α̅, γίνεται ΔΥ α̅ ϛ α̅ M̊ α̅ ἴσ. □ῳ· ἔστω δὴ τῷ ἀπὸ πλ. ϛ α̅ ⋔ M̊ β̅. γίνεται ὁ □ος ΔΥ α̅ M̊ δ̅ ⋔ ϛ δ̅ ἴσ. ΔΥ α̅ ϛ α̅ M̊ α̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\varepsilon}{\gamma}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αος γ̅, ὁ δὲ βος ε̅· καὶ ἀρθέντος τοῦ μορίου, ἔσται ὁ μὲν αος γ̅ M̊, ὁ ⟨δὲ⟩ βος ε̅, καὶ ποιοῦσι τὸ προκείμενον· τὰ γὰρ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα μετὰ τοῦ ὑπ' αὐτῶν ποιεῖ τετράγωνον, ὁσάκις δὲ ἂν θέλῃς τὸν γ̅ καὶ τὸν ε̅ ποιῆσαι, ποιήσουσιν οἱ γενόμενοι ἀριθμοὶ τὸ ἐπίταγμα.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ἴσα ἔχοντα τὰ ἐμβαδά.

Πρότερον δεῖ ζητῆσαι δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὰ ἀπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ὑπ' αὐτῶν ποιῇ ⟨τετράγωνον. τοῦτο δὲ προδέδεικται καί εἰσι γ̅ καὶ ε̅ ὧν τὰ ἀπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ὑπ' αὐτῶν ποιεῖ τετράγωνον⟩ πλευρὰν ἔχοντα τὸν ζ̅.

Νῦν τάσσω τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ἀπὸ ἀριθμῶν δύο, ἀπό τε τοῦ ζ̅ καὶ τοῦ γ̅, καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ ζ̅ καὶ τοῦ ε̅, καὶ ἔτι ἀπὸ τοῦ ζ̅ καὶ τῆς συνθέσεως τῶν εὑρη-

2 ὑπὸ A, ὑπ' B. 3 ποιεῖ] καὶ ποιεῖ B_1. 4 ϛ α̅ prius *Ba*, ἴσῃ δυνάμει μιᾷ AB_1. 5 α̅ prius om. A. 8 γ̅ M̊ A, M̊ γ̅ *Ba*, μονάδων γ̅ B. δὲ supplevi. 9 τὰ ... τετράγωνα (10) scripsi, ὁ ... τετράγωνος AB_1. τὰ γὰρ ... ὑπ' αὐτῶν (10)] ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τῶν ἀπ' αὐτῶν *Ba*. 11 ὁσάκι A. ἂν scripsi, ἐὰν AB. ποιῆσαι om. *Ba*. 13 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 16 δεῖ] δὴ A. τὰ ἀπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ

Sit $X_1 = x$, X_2 quotlibet unitatum, esto 1; fit

$$X_1 X_2 = x, \quad \text{et} \quad X_1^2 + X_2^2 = x^2 + 1.$$

Addito x, fit $x^2 + x + 1 = \square$: esto a radice $(x - 2)$. Fit $\square = x^2 + 4 - 4x = x^2 + x + 1$, et

$$x = \frac{3}{5}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{3}{5}, \quad X_2 = \frac{5}{5},$$

et sublato denominatore,

$$X_1 = 3, \quad X_2 = 5.$$

Faciunt propositum: nam summa quadratorum ab ipsis plus ipsorum producto facit □, et in quemcumque numerum multiplicare velis 3 et 5, producti conditioni satisfacient.

⟨Secundum⟩ lemma ad sequens.

Invenire tria triangula rectangula aequales habentia areas. 8

Primo oportet quaerere duos numeros tales ut summa quadratorum ab ipsis plus ipsorum producto faciat ⟨quadratum.

Hoc supra demonstratum est; sunt 3 et 5 quorum summa quadratorum plus producto facit quadratum⟩ cuius radix est 7.

Nunc formo tria triangula rectangula a duobus numeris, nempe 7 et 3, rursus 7 et 5, denique 7 et

ὑπ' αὐτῶν (17)] ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τῶν ἀπ' αὐτῶν *Ba* (item 18/19). 17 τετράγωνον ... τετράγωνον (19) suppl. *Ba*. 21 νῦν τάσσω scripsi, συντάσσω AB.

μένων ἀριθμῶν τοῦ τε γ̅ καὶ τοῦ ε̅, τουτέστιν η̅, ἀπὸ ἄρα τοῦ ζ̅ καὶ τοῦ η̅.

ἔσται τὰ τρίγωνα·

μ̅, μ̅β̅, ν̅η̅, καὶ κ̅δ̅, ο̅, ο̅δ̅, καὶ ι̅ε̅, ρ̅ι̅β̅, ρ̅ι̅γ̅,

καὶ ἔστιν τὰ τρίγωνα ἴσα ἔχοντα ἐμβαδὰ ἀπὸ $\overset{\circ}{\text{M}}$ ω̅μ̅.

ζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν ἀπὸ τοῦ α^{ου} □^{ον}, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖν □^{ον}, παντὸς δὲ τριγώνου ὀρθογωνίου ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης □^{ος}, ἐάν τε προσλάβῃ δ^{κις} τὸ ἐμβαδόν, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖ □^{ον}, οἱ ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ ἔσονται ὀρθογωνίου τριγώνου ὑποτείνουσαι, ὁ δὲ ἐκ τῶν τριῶν συγκείμενος ἔσται τεσσάρων ἐμβαδῶν ⟨τῶν⟩ τριγώνων ὧν εἰσιν αἱ ὑποτείνουσαι. ἀπῆκται οὖν μοι ζητῆσαι τρίγωνα τρία ἴσα ⟨ἔχοντα⟩ ἐμβαδά. τοῦτο δὲ προδέδεικται καί εἰσιν τὰ τρίγωνα· μ̅. μ̅β̅. ν̅η̅, καὶ κ̅δ̅. ο̅. ο̅δ̅, καὶ ι̅ε̅. ρ̅ι̅β̅. ρ̅ι̅γ̅.

Νῦν τάσσω, ἐλθὼν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς τρεῖς ἐν ϛ τῶν ὑποτεινουσῶν τῶν τριγώνων· καὶ ἔσται ὁ α^{ος} ϛ ν̅η̅, ὁ β^{ος} ϛ ο̅δ̅, ὁ γ^{ος} ϛ ρ̅ι̅γ̅· τὸν δὲ συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἐν Δ^{Υ} τοῦ δ$^{πλ.}$ τοῦ ἐμβαδοῦ.

Δ^{Υ} ἄρα ͵γ̅τ̅ξ̅ ἴσαι ϛ σ̅μ̅ε̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\text{ϟϛ}}{\text{ζ}}$.

1 τουτέστι *Ba*. 3 ἔσται οὖν τὰ *Ba*. 5 ἔστι B. ἔχοντα τὰ ἐμβαδὰ B_1. 13/14 τὸ ἐμβαδόν *Ba*, τὰ ἐμβαδά AB. 14 λείψει A. 15 ὀρθογώνιοι τρίγωνοι AB, corr. *Ba*. δὲ *Ba*, ἄρα AB. 16 τῶν prius] τὸν *Ba*. τέσσαρα A*Ba*, δ̅ B.

amborum inventorum 3 et 5 summa, hoc est 8, ergo a 7 et 8.

Erunt triangula

40. 42. 58, et 24. 70. 74, et 15. 112. 113,

et sunt triangula aequales habentia areas, scilicet 840.

VII.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque qua- 9
dratus, sive plus sive minus summa trium, faciat quadratum.

Quoniam quaerimus $X_1^2 \pm (X_1 + X_2 + X_3)$ facere □, et omnis trianguli rectanguli hypotenusae quadratus, sive plus sive minus area 4^{er}, facit □, illi tres numeri (quaesiti) erunt rectanguli trianguli hypotenusae, et summa trium erit 4^{er} area triangulorum quorum sunt hypotenusae. Deducor igitur ad quaerendum triangula tria aequales habentia areas. Hoc supra monstratum est et sunt triangula:

40. 42. 58, et 24. 70. 74, et 15. 112. 113.

Nunc, revertens ad primitivum problema, pono tres quaesitos in x cum hypotenusis triangulorum (pro coefficientibus). Erit

$$X_1 = 58x, \quad X_2 = 74x, \quad X_3 = 113x.$$

Summam trium pono in x^2 cum 4^{pla} area (pro coefficiente). Ergo

$$3360x^2 = 245x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{96}.$$

ἐμβαδὰ *Ba*. τῶν post. suppl. *Auria*. 17 τριγώνων B, τρίγωνα A (B_1 add. συγκειμένων, A sup. lin. συγκείμενα). 18 τρία τρίγωνα *Ba*. ἔχοντα suppl. *Ba*. 19 εἰσι B. τὰ om. B_1. 21 τοὺς τρεῖς *Ba*, τῆς τρίτης AB. 23 ο̅δ̅ *Ba*, ο̅β̅ AB. 24 δ$^{πλ.}$] τετραπλασίονος *Ba*, τετάρτου AB.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος υϛ, ὁ δὲ β^ος φιη, ὁ δὲ γ^ος ψϟα.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Τριῶν τετραγώνων ἀπὸ δοθέντων δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ποιῇ τοὺς δοθέντας τετραγώνους ἀριθμούς.

Ἐὰν γὰρ ὦσιν οἱ δοθέντες τετράγωνοι, ὅ τε δ καὶ ὁ θ καὶ ὁ ιϛ, καὶ τάξωμεν ἕνα τῶν ζητουμένων ϛ α, ἔσονται τῶν λοιπῶν δύο, ὁ μὲν ϛ^× δ, ὁ δὲ ϛ^× θ, καὶ λοιπόν ἐστι τὸ ὑπὸ τοῦ β^ου καὶ τοῦ γ^ου ποιεῖν Μ̊ ιϛ.

ἀλλὰ ὁ ὑπὸ τοῦ β^ου καὶ τοῦ γ^ου ἐστὶ Δ^{Υ×} λϛ ἴσ. □^ῳ ιϛ· καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ α ∠′. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος α ∠′, ὁ ⟨δὲ⟩ β^ος β ∠′ ϛ′, ὁ ⟨δὲ⟩ γ^ος ϛ.

Ἵνα δὲ καὶ ἐν μεθόδῳ κείμενον ᾖ, εὗρον Δ^{Υ×} λϛ ἴσ. Μ̊ ιϛ καὶ πάντα ἐπὶ Δ^Υ α· γίνονται Δ^Υ ιϛ ἴσαι Μ̊ λϛ, καὶ γίνεται ἡ Δ^Υ ιϛ^ων λϛ οὗ πλευρὰ δ^ων ϛ. ἀλλὰ τὰ ϛ, τὰ ὑπὸ τῶν π^λ τοῦ δ καὶ τοῦ θ, τουτέστιν τοῦ β^ου καὶ τοῦ γ^ου, τὸ δὲ μόριον, τουτέστιν τὰ δ, πλευρά ἐστιν τοῦ ιϛ τετραγώνου.

Ὅταν οὖν σοι προβληθῇ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ποιῇ τοὺς δοθέντας τετραγώνους, οἷον τὸν δ καὶ τὸν θ καὶ τὸν ιϛ, ποίει τὸ ὑπὸ τῶν π^λ τοῦ δ καὶ τοῦ θ, γίνεται ϛ, μέρισον ταῦτα παρὰ τὴν π^λ τοῦ ιϛ □^ου· [καὶ] γίνεται ὁ α^ος ϛ^δ.

1/2 Denomin. add. *Ba*. 3 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 4 ἀποδοθέντων AB. 9 τὸν λοιπὸν A, τὸ λοιπὸν *Ba*, λοιπὸν B. 12 □^ῳ] τετραγώνοις AB, μ̊ *Ba*. 13 δὲ prius suppl. *Ba*, posterius ego. 16 ιϛ^ων] α AB₁. δ^ων] ὁ AB. 17 τουτέστι B (item 18). 17/18 τοῦ β^ου καὶ τοῦ γ^ου] τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου *Ba*. 19 ἐστι B. 21 ποιεῖ *Ba*.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{406}{96}, \quad X_2 = \frac{518}{96}, \quad X_3 = \frac{791}{96}.$$

Lemma ad sequens.

A tribus quadratis datis possibile est invenire tres numeros ita ut binorum quorumvis productus faciat datos quadratos.

Si enim sint dati quadrati: 4 et 9 et 16, et unum quaesitorum ponamus x, reliquorum duorum erit alter $(X_2)\ \frac{4}{x}$, alter $(X_3)\ \frac{9}{x}$, et restat ut $X_2 X_3$ faciat 16.

Sed $X_1 X_2$ est $\frac{36}{x^2}$; aeq. quadrato 16, et fit $x = 1\frac{1}{2}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 1\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 2\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{6}, \quad X_3 = 6.$$

Sed ut hoc in methodum redigatur, inveni

$\frac{36}{x^2} = 16$, et omnia in x^2: fiunt $16x^2 = 36$,

unde $$x^2 = \frac{36}{16}, \quad \text{cuius radix est} \quad \frac{6}{4}.$$

At 6 est productus radicum ex 4 et 9, hoc est (coefficientium) X_2 et X_3; denominator autem, qui est 4, radix est quadrati 16.

Quando igitur tibi propositum fuerit invenire tres numeros ita ut binorum quorumvis productus faciat datos quadratos, ut 4 et 9 et 16, fac productum radicum ex 4 et 9, fit 6; divide per radicem ex 16 quadrato: fit $X_1 = \frac{6}{4}$.

---

23 τῶν] τὸν *Ba*. γίνονται B₁. μέρισον] μέρισεν A, μερίσει B. 24 καὶ B₁, om. A*Ba*. α^ος] ϛ *Ba*, α^ος ϛ *Auria*.

νῦν πάλιν τὸν $\overline{\delta}$ □^{ον} παρὰ τὸν $\overset{\delta}{\overline{\varsigma}}$, γίνονται ⟨$\overset{\varsigma}{\overline{\iota\varsigma}}$, καὶ ἔτι τὸν $\overline{\theta}$ □^{ον} παρὰ τὸν $\overset{\delta}{\overline{\varsigma}}$, γίνονται⟩ $\mathring{M}\,\overline{\varsigma}$.

ἔσται ἄρα ὁ α^{ος} $\overset{\delta}{\overline{\varsigma}}$, ὁ β^{ος} $\overset{\varsigma}{\overline{\iota\varsigma}}$, ὁ γ^{ος} $\mathring{M}\,\overline{\varsigma}$.

η.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Πάλιν ζητοῦμεν πρῶτον τρία τρίγωνα ⟨ἴσα ἔχοντα τὰ⟩ ἐμβαδά, καὶ εὑρόντες, λαμβάνομεν τοὺς ἀπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν τετραγώνους· ἔστιν δὲ ὁ μὲν $\overline{,\gamma\tau\xi\delta}$, ὁ δὲ $\overline{,\epsilon\upsilon o\varsigma}$, ὁ δὲ $\overline{\alpha}.\overline{,\beta\psi\xi\theta}$. καὶ ἔχοντες τούτους, εὑρίσκομεν ὡς προγέγραπται τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πὸιῇ τοὺς δοθέντας □^{ους}, ἔστω δὴ τοὺς κειμένους.

Τούτους δὲ ἐξεθέμεθα, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν □^{ων}, ἐάν τε προσλάβῃ $\mathring{M}\,\overline{,\gamma\tau\xi}$, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖν □^{ον}· ἀλλ' αἱ $\overline{,\gamma\tau\xi}\,\mathring{M}$ ὁ $\delta^{πλ.}$ ἐστὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ἑκάστου τῶν τριγώνων, καὶ διὰ τοῦτο τοίνυν τάσσω ἐν ϛ, ὃν μὲν ϛ $\overset{\overline{\rho\iota\gamma}}{,\delta\sigma ϟ\beta}$, ὃν δὲ καὶ † $\overset{\overline{,\delta\sigma ϟ\beta}}{\delta.\,,\gamma\psi\lambda\beta}$, ὃν δὲ $\overset{\overline{,\delta\sigma ϟ\beta}}{\xi.\,,\alpha\rho\pi\eta}$, καὶ ὁ ὑπὸ δύο αὐτῶν ποιεῖ τοὺς ἐπάνω □^{ους}.

1 τὸν om. B_1. 1/2 $\mathring{\mu}$ $\overline{\iota\varsigma}^{\varsigma}$ καὶ πάλιν τὸν $\overline{\theta}$ τετράγωνον παρὰ τὸν $\overline{\varsigma}^{\delta}$, γίνονται suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 7 λείψει A (item 16). 8 πρῶτον] πρότερον *Ba*. 8/9 ἴσα ἔχοντα τὰ suppl. *Ba*. 10 ἔστι *Ba*. $\overline{,\gamma\tau\xi\delta}$ *Ba*, τρίτος $\overline{\tau\lambda\delta}$ AB. 11 $\overline{,\epsilon\upsilon o\varsigma}$ *Ba*, πέμπτος $\overline{\upsilon o\varsigma}$ AB. $\overline{\alpha}.\overline{,\beta\psi\xi\theta}$ *Ba*, πρῶτος $\overline{,\beta\psi\xi\delta}$ AB. 13 δὴ] δὲ AB. 16 ποιεῖ A, ποιῇ B_1. 17 $\delta^{πλ.}$] δὶς AB, τετράκις *Ba*. 18 τῶν τριγώνων scripsi, τοῦ τριγώνου AB. 19 † Abhinc usque ad finem problematis, numeri mendosi sunt quum in calculo pro $\overline{\rho\iota\gamma}$ sumptus sit $\overline{\iota\gamma}$. Denomin. ex mente autoris addidi. $\delta.\,\overline{,\gamma\psi\lambda\eta}$ *Ba*. $\xi.\,,\alpha\rho\pi\zeta$ AB.

Nunc rursus divide quadratum 4 per $\frac{6}{4}$, fit $\frac{16}{6}$; et adhuc quadratum 9 per $\frac{6}{4}$, fit 6.

Erit igitur

$$X_1 = \frac{6}{4}, \quad X_2 = \frac{16}{6}, \quad X_3 = 6.$$

VIII.

Invenire tres numeros ita ut binorum quorumvis 11
productus, sive plus sive minus summa trium, faciat quadratum.

Rursus quaerimus primo tria triangula ⟨aequales habentia⟩ areas, et inventorum sumimus hypotenusarum quadratos. Sunt 3364 et 5476 et 12769. Illos habentes, invenimus, ut supra descriptum est, tres numeros ita ut binorum quorumvis productus faciat datos quadratos, nempe supra expositos.

Illos autem sumpsimus quia unusquisque illorum quadratorum, sive plus sive minus 3360, facit □; sed 3360 est 4$^{\text{plum}}$ areae uniuscuiusque trianguli. Propter hoc igitur pono quaesitos in x;

$$\text{unum } \frac{4292}{113}x, \quad \text{alterum}^{1)} \left[\frac{380132}{4292}\right]x,$$

$$\text{tertium } \left[\frac{618788}{4292}\right]x,$$

et binorum productus facit supradictos quadratos.

1) Numeros uncis inclusos restitui, correcto errore calculi in textu graeco, ubi pro factore 113 sumptus est 13.

λοιπὸν δεῖ τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι Δ^Υ ,γτξ, καὶ πάντα, ἵνα ἓν μόριον γένηται, βάλλομεν ⟨εἰς⟩ ε. ,εψϙϛ. καὶ ⟨γίνεται ὁ α^{ος} ϛ ,αωμβ. ,ασξδ μορίου ε. ,εψϙϛ·⟩ ὁ β^{ος} ϛ νϛ. ,ηφιϛ μορίου τοῦ αὐτοῦ· ὁ γ^{ος} ϛ ϙβ. ,ευμδ μορίου τοῦ αὐτοῦ. καὶ γίνονται οἱ τρεῖς ϛ ,αϡϙα. ,εσκδ μορίου ε. ,εψϙϛ ἴσ. Δ^Υ ,γτξ. καὶ πάντα εἰς ε. ,εψϙϛ. καὶ γίνεται ϛ ,αϡϙα. ,εσκδ ἴσ. Δ^Υ α. ,ηψμζ. ,δφξ. καὶ γίνεται ὁ ϛ ,αϡϙα. ,εσκδ μορίου β′ Μ^Υ α καὶ α′. ,ηψμζ καὶ Μ ,δφξ. μορίου κοινοῦ ληφθέντος τινός, [ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον, πρῶτοι γὰρ πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν οἱ ἀριθμοί], ἔσται ὁ ϛ [Μ ,αϡϙα. ,εσκδ μορίου α. ,ηψμζ. ,δφξ]. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} † . . . . .

ϑ.

Τὴν μονάδα διελεῖν εἰς δύο μόρια καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων τὸν δοθέντα καὶ ποιεῖν τετράγωνον. — Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον μήτε περισσὸν εἶναι, μήτε † τὸν διπλάσιον αὐτοῦ καὶ μονάδι μιᾷ μείζονα

2 *εἰς* supplevi, item (3) *γίνεται . . . ε. ,εψϙϛ.* 3 *β^{ος}*] *ἀριθμὸς* AB. 4 *νϛ. ,ηφι* AB. *ϙβ. ,ευλα* AB. 5 *,αϡλα. ,εσια* AB (item 7). 7 ϛ] *ὁ* ϛ AB. *α. ,ηψμζ. ,δφμζ* *Ba.* 8 ϛ] Μ add. *Ba.* *,αποα. ,εσιδ* AB (item 11). *μορίου δευτέρου μυριάδος (μοριάδος* A) *α καὶ πρώτων ,ηψμζ* AB. 9 *καὶ* om. *Ba.* 9—11 *ὅπερ . . . ἀριθμοὶ* interpolata esse manifestum; (item valorem ϛ 11/12). 10 *πρὸς*] ∠′ AB, *ἥμισυ Ba.* *ἀλλήλους*] *ἄλλους* A, *ἄλλοι* B, *ἄλλη Ba.* 11 *οἱ* om. *Ba.* 12 *α. ,ηψμζ. μ φξε* AB. 12/13 *ἔσται ὁ μὲν α^{ος}* om. B_1. 13 † Lacunam fere totius lineae A, dimidiae B praebet. 16 *καὶ*] *ἀριθμὸν* AB, *ἀριθμὸν καὶ Ba.* 18 *μήτε τὸν . . . . τέταρτον* (p. 334, 2)] *μήτε ὁ διπλασίων αὐτοῦ ᾳ (ἀριθμὸν* B) *μ (μονάδα* B) *α μείζονα ἔχῃ μέρος δ′ (τέταρτον* B) *ἢ μετρεῖται ὑπὸ τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ* AB. De loco desperavit *Ba*: *μήτε τὸν διπλασίονα αὐτοῦ ἀριθμὸν μονάδι μείζονα ἔχειν, ὃς μετρεῖται ὑπό τινος πρώτου ἀριθμοῦ* propos. *Nesselmann* et *Schulz.*

Restat ut summa trium aequetur $3360x^2$, et omnia, ut unum denominatorem habeamus, reducimus in [484996]. ⟨Fit

$$X_1 = \frac{18421264}{484996}x\rangle, \quad X_2 = \left[\frac{42954916}{484996}\right]x,$$

$$X_3 = \left[\frac{69923044}{484996}\right]x.$$

Summa trium fit

$$\left[\frac{131299224}{484996}\right]x = 3360x^2.$$

Et omnia in [484996]:

Fit

$$[131299224]\,x = [1629586560]\,x^2,$$

et

$$x = \left[\frac{131299224}{1629586560}\right].$$

Communi divisore sumpto quodam[1]), erit

$$x = \left[\frac{781543}{9699920}\right].$$

Ad positiones. Erit

$$\left\langle X_1 = \frac{781543}{255380},\quad X_2 = \frac{781543}{109520},\quad X_3 = \frac{781543}{67280}\right\rangle.$$

IX.

Unitatem partiri in duas fractiones et addere 12 utrique segmento datum numerum ita ut fiat quadratus. Oportet nempe datum neque imparem esse

1) Imperitus scholiasta addidit 'quod est impossibile, primi enim inter se sunt numeri', eundemque valorem x repetivit.

μετρεῖσθαι ὑπό του πρώτου ἀριθμοῦ ⟨οὗ ὁ μονάδι μιᾷ μείζων⟩ ἔχῃ μέρος τέταρτον †.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων προσθεῖναι Μ̊ ϛ̅ καὶ ποιεῖν □ον.

Ἐπεὶ οὖν θέλομεν τὴν Μ̊ τεμεῖν καὶ ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων προσθεῖναι Μ̊ ϛ̅ καὶ ποιεῖν □ον, τὸ ἄρα σύνθεμα τῶν □ων ἐστὶν Μ̊ ι̅γ̅. δεήσει ἄρα τὸν ι̅γ̅ διελεῖν εἰς δύο □ους ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν μείζων ᾖ Μ̊ ϛ̅.

ἐὰν οὖν τὸν ι̅γ̅ διέλω εἰς δύο □ους, ὧν ἡ ὑπεροχὴ ἐλάσσων ἐστὶν Μ̊ α̅, λύω τὸ ζητούμενον· λαμβάνω τοῦ ι̅γ̅ τὸ ∠′, γίνεται ϛ̅ ∠′, καὶ ζητῶ τί μόριον προσθεῖναι Μ̊ ϛ̅ ∠′ καὶ ποιεῖν □ον. καὶ πάντα δκις· ζητῶ ἄρα μόριον τετραγωνικὸν προσθεῖναι ταῖς κ̅ϛ̅ Μ̊, καὶ ποιεῖν □ον· ἔστω τὸ προστιθέμενον μόριον Δ^Υ× α̅ καὶ γίνονται Μ̊ κ̅ϛ̅ Δ^Υ× α̅ ἴσ. □ῳ.

καὶ πάντα ἐπὶ Δ^Υ· γίνονται Δ^Υ κ̅ϛ̅ Μ̊ α̅ ἴσ. □ῳ· ἔστω τῷ ἀπὸ π^λ ς ε̅ Μ̊ α̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ι̅· Δ^Υ ἄρα Μ̊ ρ̅, τὸ Δ^Υ× Μ̊ ρ×. ἔσται ἄρα τὸ ταῖς κ̅ϛ̅ προστιθέμενον ρ×· τὸ ἄρα ταῖς Μ̊ ϛ̅ ∠′ καὶ γίνεται υ× καὶ ποιεῖ □ον τὸν ἀπὸ π^λ $\overset{\kappa}{\overline{\nu\alpha}}$.

Δεῖ οὖν τὸν ι̅γ̅ διαιρούμενον εἰς δύο □ους κατασκευάζειν τὴν ἑκάστου π^λ ὡς ἔγγιστα $\overset{\kappa}{\overline{\nu\alpha}}$, καὶ ζητῶ τί ἡ τριὰς λείψασα, προσλαβοῦσα δυὰς ποιεῖ τὸν αὐτόν, τουτέστιν $\overset{\kappa}{\overline{\nu\alpha}}$.

---

7 ἐστὶ B (item 10). 9 □ους] ἀριθμοὺς A. 10/11 τοῦ ι̅γ̅ τὸ ∠′] τὸν ι̅γ̅ ἥμισυ A. 12 ποιῶ A 13 τετράκι A. 17 τῷ] τὸ A. ι̅ Ba, ι̅η̅ AB ἄρα scripsi, γὰρ AB. 19 καὶ prius om. Ba. 23 αὐτῶν Ba. 24 τουτέστι B.

neque huius duplum plus 1 dividi per aliquem primum numerum qui, addito 1, habeat quadrantem.

Proponatur iam utrique segmento addere 6 et facere □.

Quoniam volumus unitatem secare et utrique segmento addere 6 et facere □, summa quadratorum est 13. Oportebit igitur partiri 13 in duos quadratos quorum uterque maior sit quam 6.

Si partior 13 in duos quadratos quorum differentia sit minor quam 1, solvo quaesitum. Sumo dimidium 13, fit $6\frac{1}{2}$, et quaero fractionem quae, addito $6\frac{1}{2}$, faciat □.

Omnia 4^{es}. Quaero igitur fractionem quadraticam addendam ad 26, ut fiat □. Sit addenda fractio $\frac{1}{x^2}$; fit

$$26 + \frac{1}{x^2} = \square.$$

Omnia in x^2. Fiunt

$$26x^2 + 1 = \square : \text{esto a radice } (5x + 1),$$

et fit

$$x = 10.$$

Ergo $x^2 = 100$, $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{100}$. Addendum igitur ad 26 erit $\frac{1}{100}$, ergo ad $6\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{400}$, et facit quadratum a radice $\frac{51}{20}$.

Oportet igitur utriusque quadratorum quorum est summa 13, radicem construere quam proximam $\frac{51}{20}$, et quaero quid subtractum a 3 et additum ad 2, hunc faciat, nempe $\frac{51}{20}$.

τάσσω οὖν δύο □^{ους}, ἕνα μὲν ἀπὸ ϛ $\overline{ια}$ $\mathring{M}\overline{\beta}$, τὸν δὲ ἕτερον ἀπὸ $\mathring{M}\overline{\gamma}$ ⋔ ϛ $\overline{\vartheta}$, καὶ γίνεται ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν □^{ων}, Δ^{Y} $\overline{\sigma\beta}$ $\mathring{M}\overline{\iota\gamma}$ ⋔ ϛ $\bar{\iota}$ ἴσ. $\mathring{M}\overline{\iota\gamma}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\rho\alpha}{\overline{\varepsilon}}$. ἔσται ἄρα ἑνὸς τῶν □^{ων} ἡ π^{λ}. $\overset{\rho\alpha}{\overline{\sigma\nu\zeta}}$, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου $\overset{\rho\alpha}{\overline{\sigma\nu\eta}}$.

καὶ ἐὰν ἀπὸ ἑκατέρου τῶν ἀπ' αὐτῶν □^{ων} ἄρωμεν $\mathring{M}\,\overline{\digamma}$, ἔσται τὸ μὲν ἓν τμῆμα τῆς μονάδος $\mathring{M}\overset{\alpha\,.\,\sigma\alpha}{\overline{,\varepsilon\tau\nu\eta}}$, τὸ δὲ ἕτερον $\overset{\alpha\,.\,\sigma\alpha}{\overline{,\delta\omega\mu\gamma}}$, καὶ δῆλον ὡς ἑκάτερον μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\digamma}$ ποιεῖ □^{ον}.

ι.

Μονάδα τεμεῖν ⟨εἰς δύο μόρια⟩ καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ ἄλλον καὶ ἄλλον δοθέντα ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ $\mathring{M}$ τεμεῖν, καὶ προσθεῖναι ᾧ μὲν $\mathring{M}\overline{\beta}$, ᾧ δὲ $\mathring{M}\,\overline{\digamma}$, καὶ ποιεῖν ἑκάτερον □^{ον}.

Ἐκκείσθω μονὰς ἡ AB, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Γ, καὶ τῷ μὲν $A\Gamma$ προσκείσθω δυὰς ἡ $A\Delta$, τῷ δὲ ΓB ἑξὰς ἡ BE· ἑκάτερος ἄρα τῶν $\Gamma\Delta$, ΓE ἐστιν □^{ος}. καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν AB ἐστιν $\mathring{M}\bar{\alpha}$, συναμφότερος ὁ δὲ $A\Delta$, BE ὀκτάς, ὅλος ἄρα ὁ ΔE [ἐπὶ τῆς $\mathring{M}\bar{\alpha}$] γίνεται $\mathring{M}\bar{\vartheta}$, καὶ ταύτας χρὴ διελεῖν εἰς δύο □^{ους} τοὺς $\Gamma\Delta$, ΓE.

---

1 δύο *Ba*, $\overline{\Delta}$ δύο A, $\bar{\delta}$ $\bar{\beta}$ B. 2 ⋔ om. AB$_1$. 3 ἴσ. $\mathring{M}\overline{\iota\gamma}$] ἴσος τετραγώνῳ AB$_1$. 4 $\overline{\sigma\nu\zeta}$ *Ba*, $\overline{\sigma\nu\digamma}$ AB. 7 $\mathring{M}$ post.] μονάδες AB, om. *Ba*. 7/8 τὸ δὲ repet. AB$_1$. 8 ἑκάτερος *Ba*. 11 Figuram suppl. *Ba*. 12 εἰς δύο μόρια suppl. *Auria*. 13 ἑκατέρῳ] *Ba* add. τῶν τμημάτων. 18 τῷ post.] τὸ AB$_1$. 19 ἡ] ὁ A. ἐστὶ B (item 20, p. 338, 1). 21 ὅλως A. ἐπὶ τῆς $M\bar{\alpha}$ delevit *Ba*. 22 τοὺς *Ba*, τῆς A, τῶν B.

Pono igitur duos quadratos[1]), alterum ab $(11x+2)$, alterum ab $(3x-9)$, et fit summa illorum quadratorum

$$202x^2+13-10x=13, \quad \text{et} \quad x=\frac{5}{101}.$$

Erit igitur quadratorum alterius radix $\frac{257}{101}$, alterius $\frac{258}{101}$, et ab utroque quadratorum si subtrahimus 6, erit unum segmentum unitatis $\frac{5358}{10201}$, alterum $\frac{4843}{10201}$, et manifeste utrumque plus 6 facit quadratum.

X.

13

Unitatem partiri in duas fractiones et utrique addere alium et alium datum numerum ita ut fiat quadratus.

Proponatur iam unitatem secare et alteri (segmento) addere 2, alteri 6, ita ut utrimque fiat quadratus.

Exponatur unitas AB, seceturque in Γ, et ad $A\Gamma$ addatur binarius $A\Delta$, ad ΓB senarius BE; ergo uterque $\Gamma\Delta$, ΓE est □. Et quoniam

$$AB=1, \quad \text{et} \quad A\Delta+BE=8,$$

totus ΔE fit 9, quem oportet partiri in duos quadratos $\Gamma\Delta$, ΓE. Sed quoniam alter quadratorum est

---

1) Quum sit $2^2+3^2=13$, coefficientes deducuntur ex aequationibus:

$$2+\frac{11}{20}=\frac{51}{20}, \quad 3-\frac{9}{20}=\frac{51}{20}.$$

ἀλλὰ ἐπεὶ εἷς τῶν $\square^{\omega\nu}$ τοῦ μὲν $A\Delta$ ἔστιν μείζων, τουτέστιν δυάδος, τοῦ δὲ ΔB ἔστιν ἐλάσσων τουτέστιν τριάδος, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ τὸν ἐπιταχθέντα $\square^{o\nu}$, οἱονεὶ τὸν $\bar{\vartheta}$, διελεῖν εἰς δύο $\square^{ous}$ τοὺς $\Delta\Gamma$, ΓE, ὥστε ἕνα τὸν $\Gamma\Delta$ εἶναι ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῆς τε δυάδος καὶ τῆς τριάδος. εὑρεθέντος γὰρ τοῦ $\Gamma\Delta$, δοθεὶς ὢν ὁ $A\Delta$ ἔστιν δυάς, λοιπὸς ἄρα ὁ $A\Gamma$ δοθείς· ἔστιν δὲ ὁ ΔB $\mathring{M}\bar{\alpha}$, καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ $B\Gamma$ ἔστιν δοθείς· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Γ, καθ' ὃ τέμνεται ἡ μονάς.

Ἡ δὲ ἀγωγὴ ὑπογραφήσεται. ἔστω γὰρ ὁ εἷς τῶν $\square^{\omega\nu}$, μεταξύ τε δυάδος καὶ τῆς τριάδος, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα λοιπὸς ἔσται $\mathring{M}\bar{\vartheta} \pitchfork \Delta^{Y}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$.

καὶ ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$ ποιεῖν ῥᾴδιόν ἐστιν, δεῖ δὲ εὑρεῖν Δ^{Y} μεταξὺ τοῦ τε $\bar{\beta}$ καὶ τοῦ $\bar{\gamma}$. λαμβάνομεν δύο $\square^{ous}$, ἕνα μὲν μείζονα τοῦ $\bar{\beta}$, τὸν δὲ ἕτερον ἐλάσσονα τοῦ $\bar{\gamma}$. εἰσὶν δὲ τὰ $\frac{\rho\mu\delta}{\sigma\pi\vartheta}$ καὶ $\frac{\rho\mu\delta}{\tau\xi\alpha}$· ἐὰν οὖν τὴν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ κατασκευάσωμεν ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν προειρημένων δύο $\square^{\omega\nu}$, λύσομεν τὸ ζητούμενον.

δεῖ οὖν καὶ τὴν πλευρὰν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, τουτέστιν ς $\bar{\alpha}$, μείζονα μὲν εἶναι $\frac{\iota\beta}{\iota\zeta}$, ἐλάσσονα δὲ $\frac{\iota\beta}{\iota\vartheta}$, ὥστε δεῖ, ζητοῦντα $\mathring{M}\bar{\vartheta} \pitchfork \Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, εὑρεῖν τὸν ς μείζονα μὲν $\frac{\iota\beta}{\iota\zeta}$, ἐλάσσονα δὲ $\frac{\iota\beta}{\iota\vartheta}$.

---

2 τουτέστι bis B. ΔB] $\overline{\beta\delta}$ *Ba.* 4 $\Delta\Gamma$] $\overline{\gamma\delta}$ *Ba.* 5 τὸν *Ba*, τῶν AB. 7 ἐστὶ bis B (item 8). 10 ὑπογραφήσεται scripsi, ὑπογραφῆς AB. 11 τε om. B_1 (item 14). 13 καὶ ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$ om. B_1. ἴσα] A add. $\bar{\beta}$. ἐστι B. δὲ *Ba*, δὴ AB. 14 Δ^{Y}] τὴν δύναμιν *Ba.* 15/16 ἐλάττ. B_1 (item 20, 21/22, p. 340, 7/8). 16 εἰσὶ B. 17 $\bar{\alpha}$ om. *Ba.*

maior quam $A\Delta$, hoc est >2, et minor quam ΔB, hoc est <3, deducor ad propositum quadratum, scilicet 9, partiendum in duos quadratos $\Delta\Gamma$, ΓE, ita ut horum unus $\Gamma\Delta$ cadat in intervallo binarii et ternarii.

Invento enim $\Gamma\Delta$, quum datus sit $A\Delta = 2$, residuus $A\Gamma$ datur. At ΔB est 1, residuus igitur $B\Gamma$ datur; datur igitur et Γ, punctum sectionis unitatis. Processus autem infra describetur.

Sit enim unus quadratorum, inter 2 et 3, positus $= x^2$; reliquus erit

$$9 - x^2 = \square.$$

Ista facere $\square$, facile est; sed oportet invenire x^2 inter 2 et 3.

Sumimus duos quadratos, alterum maiorem quam 2, alterum minorem quam 3; sunt $\frac{289}{144}$ et $\frac{361}{144}$. Si construimus x^2 in intervallo illorum duorum quadratorum, solvemus quaesitum.

Oportet ergo radicem ex x^2, scilicet x, esse maiorem quam $\frac{17}{12}$ et minorem quam $\frac{19}{12}$; sic, quaerendo

$$9 - x^2 = \square,$$

invenire oportet x maiorem quam $\frac{17}{12}$ et minorem quam $\frac{19}{12}$.

---

21 ἴσ. $\square^{\omega}$ om. B_1. ς] ἀριθμὸν τετράγωνον B_1. μείζονα om. A. μὲν $\mathring{M}$ B. 22 δὲ $\mathring{M}$ B_1.

ἐὰν δὲ Μ̊ θ̄ ⋔ Δ^{Y} ᾱ ποιῶμεν ἴσας □$^{\omega}$, πλάσσομεν τὴν τοῦ □^{ου} π$^{λ.}$ ἀπὸ Μ̊ γ̄ ⋔ ϛ τινος, καὶ εὑρίσκομεν τὸν ϛ γινόμενον ἔκ τινος ἀριθμοῦ ϛ^{κις} γενομένου καὶ μεριζομένου εἰς τὸν Μ̊ ᾱ μείζονα τοῦ ἀπ' αὐτοῦ □^{ου}· ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τινα ἀριθμὸν ὅς ϛ^{κις} γενόμενος καὶ παραβληθεὶς εἰς τὸν Μ̊ ᾱ μείζονα τοῦ ἀπ' αὐτοῦ □^{ου}, τὴν παραβολὴν ποιεῖ μείζονα μὲν $\overset{\iota\beta}{\iota\zeta}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\iota\beta}{\iota\vartheta}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ϛ ᾱ καὶ ζητῶ κατὰ τὸν προσδιορισμὸν ϛ ϛ̄ ἐν μορίῳ Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ᾱ μείζονα μὲν εἶναι $\overset{\iota\beta}{\iota\zeta}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\iota\beta}{\iota\vartheta}$.

ἀλλὰ καὶ ὁ ιζ̄ παραβληθεὶς παρὰ τὸν ιβ̄, τὴν παραβολὴν ποιεῖ Μ̊ $\overset{\iota\beta}{\iota\zeta}$, ὥστε δεῖ ϛ ϛ̄ πρὸς Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ᾱ μείζονα λόγον ἔχειν ἤπερ ιζ̄ πρὸς ιβ̄. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ϛ ⟨ϛ̄⟩ καὶ Μ̊ ιβ̄, τουτέστιν ϛ οβ̄ ὀφείλουσι μείζονες εἶναι ⟨τοῦ ὑπὸ Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ᾱ καὶ Μ̊ ιζ̄, τουτέστι Δ^{Y} ιζ̄ Μ̊ ιζ̄⟩.

τῶν ϛ τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ γίνεται ͵ασϟϛ̄· ὕφελε τὰς Δ^{Y} ἐπὶ τὰς Μ̊, τουτέστιν σπθ̄, λοιπὸς ἄρα ͵αζ̄· τούτων πλευρά· οὐ μείζων λᾱ· πρόσθες τὸ ∠′ τῶν ϛ· γίνεται

---

1 ποιῶμεν om. B_1. 2 ⋔ ϛ τινος scripsi, λείψας ἀριθμούς τινας A, λείψει ἀριθμῶν τινων B. 3 γινόμενον] γι. AB, γενέσθαι *Ba*. ἑξάκι A (item 5). 4 μείζων A (item 6). 6 τὸν *Ba*, τὴν AB. 7 ποιῇ *Ba*. 9 ϛ ᾱ] AB$_1$ add. Μ̊ ᾱ. Lacunam suspicari licet. καὶ ζητῶ .... Μ̊ ᾱ (10)] θέλω ἄρα ϛϛ^{οὺς} ϛ̄ παραβληθέντας εἰς Δ^{Y} ᾱ Μ̊ ᾱ ποιεῖν τὴν παραβολὴν *Ba*. 10 μορίῳ] μονάδι AB. εἶναι om. *Ba*. 13 Μ̊] μείζονα AB, om. *Ba*. δεῖ] δὴ AB. 14 τῶν] Γ A, om. B.

Si facimus $9 - x^2 = \square$, formamus radicem □^{i} a 3 minus x cum coefficiente quodam, et invenimus x ex illo coefficiente quodam 6^{ies} sumpto et diviso per quadratum ipsius unitate auctum. Deducor igitur ad inveniendum quendam numerum, qui 6^{ies} sumptus et divisus per quadratum ipsius unitate auctum, quotientem det maiorem quam $\frac{17}{12}$ et minorem quam $\frac{19}{12}$.

Sit quaesitus $= x$; quaero secundum conditionem

$$\frac{17}{12} < \frac{6x}{x^2+1} < \frac{19}{12}.$$

Sed 17, divisus per 12, quotientem dat $\frac{17}{12}$. Ita oportet

$$6x : x^2 + 1 > 17 : 12.$$

Ergo

$$6x \times 12, \quad \text{hoc est} \quad 72x,$$

debet maior esse quam

$$(x^2 + 1) \times 17, \quad \text{hoc est} \quad 17x^2 + 17.$$

Dimidius coefficiens x in seipsum fit 1296; subtrahe productum coefficientium x^2 et unitatis, hoc est 289; residuus est 1007; huius radix: haud maior quam 31. Adde dimidium coefficientem x: fit haud

---

ϛ̄ suppl. *Ba*. 15 ὀφείλει *Ba*. μείζων A, μεῖζον *Ba*. τῶν ... Δ^{Y} ιζ̄ Μ̊ ιζ̄ (16) suppl. *Ba* (omisso Μ̊ post καὶ) et *Auria* (addito ἀλλὰ ante καὶ). 17 τῶν] τὸν A. τὸ ∠′] τοῦ ἡμίσεως A*Ba*, τοῦ ἡμίσεος B. ἄφελε *Ba*. 18 τουτέστι B. σπθ̄] μείζων σπθ̄ A. λοιπὸν *Ba*.

οὐ μείζων $\overline{\xi\zeta}$· παράβαλε παρὰ τὸ πλῆθος τῶν Δ^{Υ}, γίνεται ὁ ϛ ⟨οὐ μείζων⟩ $\overset{\iota\zeta}{\overline{\xi\zeta}}$.

Καὶ ὁμοίως δεήσει ϛϛ $\overline{\varsigma}$ πρὸς $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ⟨ἤπερ $\overline{\iota\vartheta}$ πρὸς $\overline{\iota\beta}$⟩· εὑρήσομεν τὸν ϛ οὐκ ἐλάσσονα $\overset{\iota\vartheta}{\overline{\xi\varsigma}}$, ἀλλὰ καὶ οὐ μείζονα $\overset{\iota\zeta}{\overline{\xi\zeta}}$.

ἔστω $\mathring{M}\bar{\gamma}$ L′· πλάσσω οὖν τὴν π^{λ} τοῦ $\square^{ου}$ ἀπὸ $\mathring{M}\bar{\gamma}$ ⋔ ϛ $\bar{\gamma}$ L′· γίνεται ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{\Upsilon}\overline{\iota\beta}\,\delta^{\chi}\,\mathring{M}\bar{\vartheta}$ ⋔ ϛ $\overline{\kappa\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\mathring{M}\bar{\vartheta}$ ⋔ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}$, ὅθεν ὁ ϛ $\overset{\nu\gamma}{\overline{\pi\delta}}$, ἡ Δ^{Υ} $\overset{,\beta\omega\vartheta}{\overline{,\zeta\nu\varsigma}}$. καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλωμεν τὴν δυάδα, ἔσται ἓν τμῆμα τῆς $\mathring{M}$, $\overset{,\beta\omega\vartheta}{\overline{,\alpha\upsilon\lambda\eta}}$, ὥστε τὸ ἕτερον ἔσται $\overset{,\beta\omega\vartheta}{\overline{,\alpha\tau\omicron\alpha}}$. καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα.

ια.

Μονάδα διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ προσθεῖναι ἑκάστῳ αὐτῶν πρότερον τὸν αὐτὸν δοθέντα ⟨καὶ⟩ ποιεῖν ἕκαστον τετράγωνον.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον ἀριθμὸν μήτε δυάδα εἶναι μήτε τινὰ τῶν ἀπὸ δυάδος ὀκτάδι παραυξανομένων.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν $\mathring{M}$ διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ προσθεῖναι ἑκάστῳ $\mathring{M}\bar{\gamma}$ καὶ ποιεῖν ἕκαστον $\square^{ον}$.

1 οὐ μείζων] οὐκ ἔλαττον AB₁. Δ^{Υ}] ϛ AB₁. 2 οὐ μείζων] ὁ AB. 3 δεήσει] δυ ε εἰς A, δυνάμεις $\bar{\varepsilon}$ εἰς B, ἐπεὶ δεήσει *Ba*. ἐλάττονα B₁. 4 ἤπερ $\overline{\iota\vartheta}$ πρὸς $\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba*. *Auria* add.: τὸ ἄρα ὑπὸ ϛϛ^{ων} $\bar{\xi}$ καὶ $\mathring{M}\overline{\iota\beta}$ τουτέστιν ἀριθμοὶ $\overline{o\beta}$ ὀφείλουσι μείζονες εἰσὶ εἶναι τοῦ ὑπὸ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$ καὶ $\mathring{M}\overline{\iota\vartheta}$· καὶ τὸ ἥμισυ τῶν ϛϛ ἐφ' αὐτὸ γί. $\overline{\alpha\sigma}$ ¹⁄₄ ϛ· ὕφελε τὰς Δ^{Υ} ἐπὶ τὰς $\mathring{M}$, τουτέστι $\overline{\tau\xi\alpha}$· λοιπὸς ἄρα τουτέστι π^{λ}. ε′ λ′· πρόσθες τὸ ἥμισυ τῶν ϛϛ οὐ μείζων $\overline{\xi\varsigma}$ καὶ τὰ λοιπά. 5 ἔλασσον A, ἐλάττονα B, ἐλάσσονα *Ba*. $\overline{\xi\varsigma}$] $\bar{\xi}$ A, ξ^{γ} B₁. $\overline{\xi\zeta}$] $\bar{\xi}$ A, ξ^{γ} B₁.

maior quam 67. Divide per coefficientem x^2. Fit x haud maior quam $\frac{67}{17}$.

Similiter oportebit

$$6x : x^2 + 1 < 19 : 12;$$

inveniemus x haud minorem quam $\frac{66}{19}$, sed haud maior est quam $\frac{67}{17}$. Sit $x = 3\frac{1}{2}$.

Formo igitur radicem $\square^i$ a $\left(3 - 3\frac{1}{2}x\right)$. Fit $\square$

$$12\tfrac{1}{4}x^2 + 9 - 21x = 9 - x^2,$$

unde

$$x = \frac{84}{53}, \quad x^2 = \frac{7056}{2809},$$

a quo si subtrahimus 2, erit unum segmentum unitatis $\frac{1438}{2809}$; ita alterum erit $\frac{1371}{2809}$, et constat conditio.

XI.

Unitatem partiri in tres numeros et unicuique 14
horum addere primo eundem datum, ita ut fiat quadratus.

Oportet nempe datum numerum neque esse binarium neque aliquem progredientium a binario secundum octonarii additionem.

Proponatur iam partiri unitatem in tres numeros quorum unicuique addendo 3 fiat $\square$.

7 καὶ γίνεται *Ba*. $\overline{\iota\beta}\,\delta^{\chi}$] $\overline{\iota\beta}$ A, $\overline{\iota\alpha}$ B₁. 8 Δ^{Υ} post.] γὰρ AB, δὲ δύναμις *Ba*. 10 $\overline{,\alpha\omega\lambda\eta}$ AB₁. $\overline{,\alpha\pi\alpha}$ AB₁. 14 πρότερον om. *Ba*. καὶ suppl. *Ba*. 16 ἀριθμὸν om. B₁. 17 τῶν *Ba*, τὸν A, om. B. ὀκτάδι scripsi, ὀκτάκι A, ὀκτάκις B. 19 καὶ post.] κἂν A.

Πάλιν δεῖ τὸν ῑ διελεῖν εἰς τρεῖς □^{ους} ὅπως ἕκαστος αὐτῶν μείζων ᾖ Μ̊ γ̄. ἐὰν οὖν πάλιν τὸν ῑ διέλωμεν εἰς τρεῖς □^{ους}, τῇ τῆς παρισότητος ἀγωγῇ, ἔσται ἕκαστος αὐτῶν μείζων τριάδος καὶ δυνησόμεθα, ἀφ' ἑκάστου αὐτῶν ἀφελόντες Μ̊ γ̄, ἔχειν εἰς οὓς ἡ Μ̊ διαιρεῖται.

λαμβάνομεν ἄρτι τοῦ ῑ τὸ γ^{ον}, γί. γ̄ γ$^{\times}$, καὶ ζητοῦμεν τί προστιθέντες μόριον τετραγωνικὸν ταῖς Μ̊ γ̄ γ$^{\times}$, ποιήσομεν ⟨□^{ον}⟩· πάντα θ^{κις}. δεῖ καὶ τῷ λ̄ προσθεῖναί τι μόριον τετραγωνικὸν καὶ ποιεῖν τὸν ὅλον □^{ον}.

ἔστω τὸ προστιθέμενον μόριον Δ$^{Υ\times}$ ᾱ· καὶ πάντα ἐπὶ Δ^{Υ}· γίνονται Δ^{Υ} λ̄ Μ̊ ᾱ ἴσ. □^{ῳ}· τῷ ἀπὸ πλευρᾶς ς ε̄ Μ̊ ᾱ· γίνεται ὁ □^{ος} Δ^{Υ} κ̄ε̄ ς ῑ Μ̊ ᾱ ἴσ. Δ^{Υ} λ̄ Μ̊ ᾱ· ὅθεν ὁ ς Μ̊ β̄, ἡ Δ^{Υ} Μ̊ δ̄, τὸ Δ$^{Υ\times}$ Μ̊ δ̄$^{\times}$.

Εἰ οὖν ταῖς ⟨Μ̊⟩ λ̄ προστίθεται Μ̊ δ̄$^{\times}$, ταῖς Μ̊ γ̄ γ$^{\times}$ προστεθήσεται λς$^{\times}$ καὶ γίνεται $\overset{\lambda\varsigma}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$· δεῖ οὖν τὸν ῑ διελεῖν εἰς τρεῖς □^{ους} ὅπως ἑκάστου □^{ου} ἡ πλευρὰ πάρισος ᾖ Μ̊ $\overset{\varsigma}{\overline{\iota\alpha}}$.

ἀλλὰ καὶ ὁ ῑ σύγκειται ἐκ δύο □^{ων}, τοῦ τε θ̄ καὶ τῆς Μ̊. διαιροῦμεν τὴν Μ̊ εἰς δύο □^{ους} τά τε $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\vartheta}}$ καὶ τὰ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$, ὥστε τὸν ῑ συγκεῖσθαι ἐκ τριῶν □^{ων}, ἔκ τε τοῦ θ̄

---

2 μείζων om. B$_1$. 3 □^{ους}] B$_1$ add. ὅπως μείζων ᾖ ἕκαστος αὐτῶν. 9 τετράγωνον suppl. *Ba*. καὶ δεῖ *Ba*. 10 τετραγωνικὸν] τετράγωνον AB$_1$. 13 κ̄ε̄ *Ba*, καὶ A, μιᾶς B. Μ̊ ᾱ prius om. *Ba*. λ̄ *Ba*, ᾱ AB. 15 Μ̊ suppl. *Ba*. 16 γίνεται] *Ba* add. ὁ τετράγωνος. 18 ι̅α̅] ᾱ A. 20 τῆς *Ba*, τοῦ AB. διαιροῦμεν] *Ba* add. οὖν. 21 τοῦ om. A.

Rursus oportet partiri 10 in tres quadratos ita ut unusquisque horum maior sit quam 3. Ergo si rursus partimur 10 in tres quadratos secundum processum appropinquationis[1]), erit unusquisque horum maior ternario, et poterimus, ab unoquoque subtrahendo 3, habere fractiones in quas partienda est unitas.

Sumimus ergo $\frac{1}{3}\cdot 10$; fit $3\frac{1}{3}$, et quaerimus fractionem quadraticam quae addita ad $3\frac{1}{3}$ faciat □. Omnia 9^{ies}. Oportet ad 30 addere quandam fractionem quadraticam, ita ut summa fiat □.

Sit addenda fractio $\frac{1}{x^2}$. Omnia in x^2. Fit

$$30x^2 + 1 = \square : \text{a radice } 5x + 1.$$

Fit □

$$25x^2 + 10x + 1 = 30x^2 + 1,$$

unde

$$x = 2,\quad x^2 = 4,\quad \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}.$$

Si ergo ad 30 additur $\frac{1}{4}$, ad $3\frac{1}{3}$ addetur $\frac{1}{36}$ et fiet $\frac{121}{36}$. Oportet igitur partiri 10 in tres quadratos quorum uniuscuiusque radix sit quam proxima $\frac{11}{6}$.

Sed 10 componitur ex duobus quadratis, $9 + 1$. Partimur 1 in duos quadratos, $\frac{9}{25}$ et $\frac{16}{25}$; sic 10 componitur ex tribus quadratis, $9 + \frac{16}{25} + \frac{9}{25}$. Oportet

---

1) Processum expositum in problemate V, IX.

καὶ τοῦ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$ καὶ τοῦ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\vartheta}}$. δεῖ οὖν ἑκάστην τῶν π^λ· τούτων παρασκευάσαι πάρισον $\overset{\varsigma}{\overline{\iota\alpha}}$.

ἀλλὰ καὶ αἱ π^λ· αὐτῶν εἰσιν $\mathring{M}\,\overline{\gamma}$ καὶ $\mathring{M}\,\overset{\varepsilon}{\overline{\delta}}$ καὶ $\mathring{M}\,\overset{\varepsilon}{\overline{\gamma}}$· καὶ πάντα λ^{κις}· καὶ γίνονται $\mathring{M}\,\overline{϶}$ καὶ $\mathring{M}\,\overline{\kappa\delta}$ καὶ $\mathring{M}\,\overline{\iota\eta}$. τὰ δὲ $\overline{\iota\alpha}$ ϛ^α γίνονται $\mathring{M}\,\overline{\nu\varepsilon}$· δεῖ οὖν ἑκάστην π^λ· κατασκευάσαι $\overline{\nu\varepsilon}$.

πλάσσομεν ἑνὸς πλευρὰν $\mathring{M}\,\overline{\gamma}$ ⋀ ϛ $\overline{\lambda\varepsilon}$, ἑτέρου δὴ ϛ $\overline{\lambda\alpha}$ $\mathring{M}\,\overline{\delta}$ ε^{ων}, τοῦ δὲ ἑτέρου ϛ $\overline{\lambda\zeta}$ $\mathring{M}\,\overline{\gamma}$ ⟨ε^{ων}⟩. γίνονται οἱ ἀπὸ τῶν εἰρημένων □^{οι}, Δ^Υ $\overline{͵\gamma\varphi\nu\varepsilon}$ $\mathring{M}\,\overline{\iota}$ ⋀ ϛ $\overline{\rho\iota\varsigma}$· ταῦτα ἴσα $\mathring{M}\,\overline{\iota}$. ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ $\overset{͵\gamma\varphi\nu\varepsilon}{\overline{\rho\iota\varsigma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· καὶ γίνονται αἱ πλευραὶ τῶν τετραγώνων δοθεῖσαι, ὥστε καὶ αὐτοί. τὰ λοιπὰ δῆλα.

ιβ.

Μονάδα διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ προσθεῖναι ἑκάστῳ αὐτῶν ἄλλον καὶ ἄλλον δοθέντα καὶ ποιεῖν ἕκαστον τετράγωνον.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὅ τε $\overline{\beta}$ καὶ ὁ $\overline{\gamma}$ καὶ ὁ $\overline{\delta}$.

Καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ τὸν $\overline{\iota}$ διελεῖν εἰς τρεῖς □^{ους}, ὅπως αὐτῶν ὁ μὲν α^{ος} μείζων ᾗ δυάδος, ὁ δὲ ἕτερος μείζων ᾗ τριάδος, ὁ δὲ γ^{ος} μείζων ᾗ $\mathring{M}\,\overline{\delta}$.

ἐὰν οὖν τεμόντες $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ δίχα, προσθῶμεν τοῖς δο-

---

1 ἑκάστην] ἑκάστῃ A, ἕκαστον B, ἑκάστην Ba. 2 πάρισον $\overline{\iota\alpha}^{\varsigma}$ Ba, πάρεισιν $\overline{\iota\delta}$ A, πάρεισι $\overline{\iota\delta}$ B. 3 εἰσι B. $\overline{\gamma}$ Ba, $\overline{\delta}$ AB. 5 $\overline{\iota\alpha}^{\varsigma}$ Ba, $\overline{\iota\delta}$ ς′ A, $\overline{\iota\delta}$ B. $\overline{\nu\varepsilon}$. δεῖ Ba, $\overline{\nu}$. ἔδει AB. 6 $\overline{\nu\varepsilon}$] $\overline{\nu}$ AB₁. 7 $\overline{\lambda\varepsilon}$ Ba, $\overline{\varsigma}$ AB. δὴ] δὲ Ba. 8 $\overline{\gamma}$ ε^{ων}] $\overline{\iota}$ AB₁. 9 Δ^Υ $\overline{͵\gamma\varphi\nu\varepsilon}$ Ba, $\overline{͵\gamma\kappa\varepsilon}$ AB. $\overline{\iota}$] $\overline{\varepsilon}$ AB₁. 10 ρ^{Γ}ιϛ AB₁. 21 δίχα scripsi, διχῇ AB. τοῖς] δυσὶ AB, τρισὶ Ba.

igitur unamquamque radicem horum construere quam proximam $\frac{11}{6}$.

Sed radices horum sunt $3,\ \frac{4}{5},\ \frac{3}{5}$. Omnia in 30. Fiunt 90, 24, 18; et $\frac{11}{6}$ fiunt 55. Oportet unamquamque radicem construere (quam proximam) 55.

Formamus tres radices[1]):

$$3 - 35x,\quad 31x + \frac{4}{5},\quad 37x + \frac{3}{5}.$$

Quadratorum ab ipsis summa fit

$$3555x^2 + 10 - 116x.$$

Ista aequantur 10, unde invenitur $x = \frac{116}{3555}$.

Ad positiones. Dantur radices quadratorum, ergo quadrati ipsi. Reliqua manifesta.

XII.

Unitatem partiri in tres numeros et addere unicuique horum alium et alium datum ita ut unusquisque fiat quadratus.

Sint dati 2, 3, 4.

Rursus deducitur quaestio ad partiendum 10 in tres quadratos, quorum 1^{us} maior sit quam 2, 2^{us} maior quam 3, 3^{us} maior quam 4.

Si, unitate bifariam secta, unicuique datorum ad-

---

1) Ex aequationibus

$$\frac{55}{30} = 3 - \frac{35}{30} = \frac{4}{5} + \frac{31}{30} = \frac{3}{5} + \frac{37}{30}.$$

θεῖσιν ἀνὰ Μ̊ L′, γίνεται ἕνα τῶν □ων ζητεῖν μείζονα μὲν δυάδος, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ β̄ L′, τὸν δὲ ἕτερον μείζονα μὲν Μ̊ γ̄, ἐλάσσονα δὲ ⟨Μ̊⟩ γ̄ L′, τὸν δὲ γον μείζονα μὲν Μ̊ δ̄, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ δ̄ L′. καὶ ἀπάγεται ἅπαντα εἰς τὸ τὸν ῑ συγκείμενον ἐκ δύο □ων μεταδιελεῖν εἰς ἑτέρους δύο □ους ὅπως εἷς αὐτῶν μείζων μὲν ἢ Μ̊ β̄, ἐλάσσων δὲ Μ̊ β̄ L′. καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλωμεν δυάδα, εὑρήσομεν ἕνα τῶν ἀπὸ τῆς Μ̊.

Καὶ πάλιν τὸν ἕτερον τῶν □ων μεταδιαιροῦμεν εἰς ἑτέρους δύο □ους, ὅπως εἷς μὲν αὐτῶν μείζων ἢ Μ̊ γ̄, ἐλάσσων δὲ Μ̊ γ̄ L′· καὶ πάλιν ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλωμεν Μ̊ γ̄, εὑρήσομεν ἕνα τῶν ζητουμένων, ὥστε καὶ τὸν γον ὁμοίως εὑρήσομεν.

ιγ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ῑ.

Καὶ ἐπεὶ ἐν τοῖς ζητουμένοις τρισὶν ἀριθμοῖς ὁ μείζων καὶ ὁ μέσος ποιοῦσι □ον, ὁμοίως καὶ ὁ μέσος μετὰ τοῦ γου ποιοῦσι □ον, καὶ ὁ γος μετὰ τοῦ αου, οἱ ἄρα τρεῖς δὶς γενόμενοι ποιοῦσι τρεῖς □ους, ὧν ἕκαστος ἐλάσσων ἐστὶ Μ̊ ῑ. ἀλλὰ δὶς οἱ τρεῖς ποιοῦσι Μ̊ κ̄· δεῖ οὖν τὸν κ̄ διελεῖν εἰς τρεῖς □ους, ὅπως ἕκαστος ⟨ἐλάσσων⟩ ἢ Μ̊ ῑ.

ὁ δὲ κ̄ σύγκειται ἐκ δύο □ων, τοῦ τε ι̅ϛ̅ καὶ τοῦ

---

1 ζητεῖν om. B_1. 2 ἐλάττ. B_1 (item 3, 4). τὸν δὲ om. *Ba*. 3 Μ̊ suppl. *Ba*. 6 εἷς] ἕκαστος A. 11 τούτων AB_1. 15/16 ἀριθμοὺς *Ba*, τετραγώνους AB. 19 μέσος prius] AB_1 add. μετὰ τοῦ γου. 22 ποιοῦσι] εἰσι *Ba*. 23 αὐτῶν ἐλάσσων suppl. *Ba*.

dimus $\frac{1}{2}$, fit quaerendum: unum quadratorum maiorem quam 2, minorem quam $2\frac{1}{2}$; alterum maiorem quam 3, minorem quam $3\frac{1}{2}$; 3um maiorem quam 4, minorem quam $4\frac{1}{2}$. Et omnia deducuntur ad partiendum 10, summam duorum quadratorum, in alios duos quadratos, ita ut unus illorum sit maior quam 2, et minor quam $2\frac{1}{2}$; et si ab illo quadrato subtrahimus 2, inveniemus unam ex partibus unitatis.

Rursus alterum quadratum partimur in alios duos quadratos, ita ut unus illorum sit maior quam 3 et minor quam $3\frac{1}{2}$. Et rursus si ab illo subtrahimus 3, inveniemus alterum quaesitorum; tertium simili modo inveniemus.

XIII.

Propositum numerum partiri in tres numeros ita 16
ut binorum quorumvis summa faciat quadratum.

Proponatur iam 10.

Quoniam trium quaesitorum numerorum maximi (X_1) et medii (X_2) summa facit □, et similiter

$$X_2 + X_3 \text{ facit } \square, \quad \text{et} \quad X_3 + X_1 \text{ facit } \square,$$

ergo

$$2(X_1 + X_2 + X_3)$$

facit summam trium quadratorum, quorum unusquisque est minor quam 10.

Sed $2(X_1 + X_2 + X_3)$ facit 20; oportet igitur partiri 20 in tres quadratos quorum unusquisque minor quam 10.

At 20 summa est duorum quadratorum 16 et 4, δ̅· καὶ ἐὰν τάξωμεν ἕνα τῶν ζητουμένων Μ̊ δ̅, δεήσει τὸν ι̅ϛ̅ διελεῖν εἰς δύο □ους, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ Μ̊ ι̅. ἐμάθομεν δὲ τὸν δοθέντα □ον διελεῖν εἰς δύο □ους, ὅπως εἷς αὐτῶν μείζων μὲν ᾖ Μ̊ ϛ̅, ἐλάσσων δὲ Μ̊ ι̅.

ἔστω συναμφότερος Μ̊ ι̅ϛ̅, ὥστε διῃρήσθω εἰς □ους ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ Μ̊ ι̅· καὶ ἐὰν ἕκαστον ἀφέλωμεν ἀπὸ Μ̊ ι̅, εὑρήσομεν τοὺς λοιποὺς οἳ σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιοῦσι τετράγωνον.

ιδ.

Δοθέντα ἀριθμὸν εἰς τέσσαρας ἀριθμοὺς διελεῖν, οἳ σὺν τρεῖς λαμβανόμενοι ποιοῦσι τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ι̅.

Ἐπεὶ οὖν οἱ ἀπὸ τοῦ αου ⟨τρεῖς λαμβανόμενοι⟩ οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς ποιοῦσι □ον, ἀλλὰ καὶ οἱ ἀπὸ τοῦ βου τρεῖς τὸ αὐτὸ ποιοῦσι, καὶ οἱ ἀπὸ τοῦ γου τρεῖς τὸ αὐτὸ ποιοῦσι, καὶ οἱ ἀπὸ τοῦ δου τρεῖς, οἱ ἄρα τέσσαρες τρὶς ποιοῦσι τέσσαρας □ους. ἀλλὰ οἱ τέσσαρες τρὶς ποιοῦσι Μ̊ λ̅· δεήσει ἄρα Μ̊ λ̅ διελεῖν εἰς τέσσαρας □ους, ὅπως ἕκαστος ἐλάσσων ᾖ Μ̊ ι̅· τοῦτο δὲ οὕτως εὑρεθήσεται.

ἐάν τε διὰ τῆς παρισότητος τάξαντες ἕκαστον αὐτῶν Μ̊ ξ̅ ∠′, καὶ ἕκαστον □ον ἀφέλωμεν ἀπὸ Μ̊ ι̅, εὑρήσομεν τοὺς ζητουμένους· εἰ δὲ μή, ὁρῶ τὸν λ̅ συγκείμενον ἔκ τε τοῦ ι̅ϛ̅ καὶ τοῦ θ̅ καὶ τοῦ δ̅ καὶ τῆς Μ̊ α̅.

4 εἷς τῶν αὐτῶν *Ba*. 6 ἔστω συναμφότερος scripsi, ἔστωσαν ἀμφότεροι AB. εἰς] Γ A, τρεῖς B, κ̅ εἰς τρεῖς *Ba*. 7 ἕκαστον prius *Ba*. ἐλάσσονα εἶναι *Ba*. 11 διελεῖν om. A, suppl. *Ba* post ἀριθμόν. 12 ποιῶσι *Ba*. 13 ἐπιτετάχθω scripsi, τετάχθω A*Ba*. ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ι̅ om. B_1. 14 τρεῖς λαμβανόμενοι οἱ scripsi, τρεῖς *Ba*, οἱ A (post lacun.

et si ponimus unum quaesitorum (quadratorum) esse 4, oportebit partiri 16 in duos quadratos quorum uterque sit minor quam 10. Sed didicimus datum quadratum partiri in duos quadratos quorum unus sit maior quam 6 et minor quam 10.

Ita sit summa data 16, partita in quadratos (duos) quorum uterque sit minor quam 10. Si utrumque subtrahimus a 10, inveniemus residuos quorum binorum summa facit quadratum.

XIV.

Datum numerum in quatuor numeros partiri, ita ut terni simul additi faciant quadratum. 17

Proponatur iam 10.

Quoniam summa trium a 1° facit □ et similiter summa trium a 2°, summa trium a 3°, et summa trium a 4°, ergo ter summa quatuor omnium facit summam quatuor quadratorum. Sed ter summa quatuor numerorum facit 30; oportebit igitur partiri 30 in quatuor quadratos quorum unusquisque sit minor quam 10; quod sic invenietur.

Vel appropinquationis processu[1]) construemus unumquemque quadratum (quam proximum) $7\frac{1}{2}$, et unumquemque subtrahentes a 10, inveniemus quaesitos; vel aliter, video 30 esse $16 + 9 + 4 + 1$. Po-

1) Cf. V, xi.

7 lit.) B. 18 τέσσαρας] τοὺς τέσσαρας B_1. ἀλλ' οἱ *Ba*, ἀλλὰ ᾗ B. 23 ∠′ om. AB_1 (item p. 352, 5). τετραγώνων AB. 24 μὴ AB, μὴν *Ba*.

θῶμεν τὸν δ̄ καὶ τὸν θ̄, ἐπειδὴ ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ἐστὶν Μ̊ ῑ· λοιπὸν γίνεται Μ̊ ιζ̄ διελεῖν εἰς δύο □ους, ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν ἐλάττων ᾖ Μ̊ ῑ.

ἐὰν οὖν τὸν ιζ̄ διέλωμεν εἰς δύο □ους, ὡς ἐμάθομεν, ὥστε ἕνα αὐτῶν μείζονα εἶναι Μ̊ η̄ ∠', ἐλάσσονα δὲ Μ̊ ῑ, ἔσται ἑκάτερος αὐτῶν ἐλάσσων Μ̊ ῑ, καὶ ἐὰν ἑκάτερον αὐτῶν ἀφέλωμεν ἀπὸ Μ ῑ, εὑρήσομεν τοὺς λοιποὺς τῶν ζητουμένων, [ὃν μὲν Μ̊ ϛ̄, ὃν δὲ Μ̊ ᾱ, ὥστε λελύσθαι τὸ ζητούμενον].

ιε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος προσλαβὼν ἕκαστον ποιῇ κύβον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ϛ ᾱ, ἕκαστος δὲ τῶν ζητουμένων, ὁ μὲν Κ^Υ ζ̄, ὁ δὲ Κ^Υ κϛ̄, ὁ δὲ Κ^Υ ξγ̄, καὶ μένει· ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος προσλαβὼν ἕκαστον αὐτῶν ποιεῖ κύβον· λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ.

ἀλλὰ οἱ τρεῖς εἰσιν Κ^Υ ϟϛ̄· ὥστε Κ^Υ ϟϛ̄ ἴσοι ϛ ᾱ. καὶ πάντα παρὰ ϛ· Δ^Υ ϟϛ̄ ἴσαι Μ̊ ᾱ.

καὶ ἔστιν ἡ Μ̊ □ος· εἰ ἦσαν καὶ αἱ Μ̊ ϟϛ̄ □οι, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· ὅθεν ζητῶ πόθεν ἐστὶν ὁ ϟϛ̄· ἔστιν δὲ τριῶν ἀριθμῶν σύνθεμα ὧν ἕκαστος αὐτῶν μετὰ Μ̊ ᾱ ποιεῖ κύβον. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν

2 ἐστὶ B. 3 ἐλάσσων B₁. 5 ἕνα scripsi, ἑκάτερον AB. ἐλάττονα B₁. 7/8 τοὺς λοιποὺς *Ba*, τοῦ λοιποῦ AB. 8 ζητουμένων] *Ba* add.: δύο γὰρ ἤδη εὑρήκαμεν. Quae sequuntur, ὃν μὲν ... ζητούμενον (9), interpolata fuisse libentius credo. 9 τὸ *Ba*, τὸν AB. 13 κύβων A. 15 κϛ̄ om. in lac. AB₁.

namus 4 et 9, quoniam uterque est minor quam 10. Reliquum fit 17 partiri in duos quadratos quorum uterque sit minor quam 10.

Ergo si partimur 17, ut didicimus[1]), in duos quadratos quorum unus sit maior quam $8\frac{1}{2}$, et minor quam 10, horum uterque erit minor quam 10, et si utrumque subtrahimus a 10, inveniemus reliquos e quaesitis [iam inventi sunt 6 et 1; ita quaestio soluta est].

XV.

Invenire tres numeros ita ut cubus a summa trium, plus unoquoque ipsorum, faciat cubum. 18

Ponatur summa trium esse x, et quaesitorum

$$X_1 = 7x^3, \quad X_2 = 26x^3, \quad X_3 = 63x^3,$$

et constat cubum a summa trium plus unoquoque ipsorum facere cubum. Restat ut summa trium aequetur x.

At

$$X_1 + X_2 + X_3 = 96x^3; \quad \text{ita} \quad 96x^3 = x.$$

Omnia per x:

$$96x^2 = 1.$$

1 est □; si foret quoque 96 = □, quaestio soluta esset: quaero igitur unde provenit 96. Est summa trium numerorum quorum unusquisque plus 1 facit cubum. Deducitur ergo quaestio ad inveniendum tres

1) Cf. V, x.

17 κύβων prius A. 21 αἱ om. B₁. τετράγωνον post. B₁. 23 ἐστι prius *Ba*. ἔστιν post. B. 24 αὐτῶν om. *Ba*. ποιῇ B₁. 25 ἀριθμοὺς τρεῖς *Ba*.

μετὰ Μ̊ α̅ ποιῇ κύβον, ἔτι δὲ τὸ σύνθεμα τῶν τριῶν ᾖ □ος.

Ἐκκείσθω ἡ μὲν τοῦ αου πλ. ς α̅ Μ̊ α̅, ἡ δὲ τοῦ βου Μ̊ β̅ ⋀ ς α̅, ὁ δὲ τοῦ γου Μ̊ β̅. οἱ κύβοι γίνονται, ὁ μὲν ΚΥ α̅ ΔΥ γ̅ ς γ̅ Μ̊ α̅, ὁ δὲ ΔΥ ϛ̅ Μ̊ η̅ ⋀ ΚΥ α̅ ς ιβ̅, ὁ δὲ Μ̊ η̅. αἴρω ἀπὸ ἑκάστου Μ̊ α̅, καὶ τάσσω τὸν μὲν αον ΚΥ α̅ ΔΥ γ̅ ς γ̅, τὸν δὲ βον ΔΥ ϛ̅ Μ̊ ζ̅ ⋀ ΚΥ α̅ ς ιβ̅, τὸν δὲ γον Μ̊ ζ̅.

λοιπόν ἐστιν αὐτοὺς συντεθέντας ποιεῖν □ον. γί. δὲ ΔΥ θ̅ Μ̊ ιδ̅ ⋀ ς θ̅ ἴσ. □ῳ τῷ ἀπὸ πλ. ς γ̅ ⋀ Μ̊ δ̅, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\varepsilon}{\overline{\beta}}$.

ἔσται τῶν ζητουμένων ὁ μὲν $\overset{,\gamma\tau o\varepsilon}{\overline{,\alpha\varphi\lambda\eta}}$, ὁ δὲ $\overset{,\gamma\tau o\varepsilon}{\overline{\alpha .,\eta\varphi o\zeta}}$, ὁ δὲ Μ̊ ζ̅.

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ πάλιν τάσσομεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ τὸν μὲν ΚΥ $\overset{,\gamma\tau o\varepsilon}{\overline{,\alpha\varphi\lambda\eta}}$, τὸν δὲ ΚΥ $\overset{,\gamma\tau o\varepsilon}{\overline{\alpha .,\eta\varphi o\zeta}}$, τὸν δὲ ΚΥ ζ̅.

πάλιν τάσσομεν τοὺς τρεῖς ς α̅, καὶ γίνονται ΚΥ $\overset{,\gamma\tau o\varepsilon}{\overline{\delta .,\gamma\psi\mu}}$ ἴσοι ς α̅. καὶ πάντων τὸ ιεον· καὶ παρὰ ς· καὶ γίνονται ΔΥ β̅ ⋌ ιϛ̅ ἴσαι Μ̊ σκε̅. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\nu\delta}{\overline{\iota\varepsilon}}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις καὶ μένει.

---

1 ποιεῖ AB₁. τὸ σύνθεμα om. B₁. 2 τετράγωνον A. 4 Μ̊ β̅ prius] ἀριθμῶν β̅ B₁. ⋀ ς α̅] λεῖψις μονάδος μιᾶς A, λείψει μονάδος μιᾶς B₁. 5 Μ̊ α̅ om. AB₁. 6 μίαν μονάδα B₁. 7 ιβ̅] ϛ̅ AB₁. 9 ἐστι A *Ba*. γίνεται A *Ba*, γίνονται B. 10 ιδ̅] ιϛ̅ AB₁. 12 μὲν] *Ba* add. πρῶτος: item δεύτερος et τρίτος post alterutrum δὲ (12 et 13). α. ,ηφοζ] πρῶτος. ,ηφοζ AB₁. 13 Μ̊ om. *Ba*. 14/15 πάλιν τάσσομεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ] τάσσω *Ba*. 15 ΚΥ α. ,ηφοζ] πρῶτον ,ηφοζ A, πρῶτον ,ηφος B₁. 17 πάλιν] καὶ πάλιν *Ba*. 18 καὶ prius om. *Ba*. 19 γίνεται ὁ ς] ψ ϲ ς AB₁.

numeros (X'_1, X'_2, X'_3) quorum unusquisque plus 1 faciat cubum, et summa trium sit □.

Exponantur (cuborum) radices:

$$1^{i}: x+1, \quad 2^{i}: 2-x, \quad 3^{i}: 2.$$

Fiunt cubi:

$$x^3+3x^2+3x+1, \quad 6x^2+8-x^3-12x, \quad 8.$$

Ab unoquoque subtraho 1 et pono

$$X'_1 = x^3+3x^2+3x, \quad X'_2 = 6x^2+7-x^3-12x,$$
$$X'_3 = 7.$$

Restat ut

$$X'_1 + X'_2 + X'_3 \text{ faciat } \square.$$

Fit

$$9x^2+14-9x = \square : \text{a radice } (3x-4).$$

Fit

$$x = \frac{2}{15}.$$

Erunt quaesiti:

$$\frac{1538}{3375}, \quad \frac{18577}{3375}, \quad 7.$$

Revertor ad primitivum problema et rursus ponimus tres numeros esse nempe

$$\frac{1538}{3375}x^3, \quad \frac{18577}{3375}x^3, \quad 7x^3.$$

Rursus ponimus summam trium esse x et fit

$$\frac{43740}{3375}x^3 = x.$$

Omnium 15ᵃ pars, et per x; fit

$$2916x^2 = 225, \quad \text{et} \quad x = \frac{15}{54}.$$

Ad positiones, et constat.

ιϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος λείψας ἕκαστον ποιῇ κύβον.

Τετάχθωσαν πάλιν οἱ τρεῖς ϛ ᾱ, *καὶ αὐτῶν πάλιν ὁ μὲν* $K^{Y}\overset{\eta}{\overline{\zeta}}$, *ὁ δὲ* $K^{Y}\overset{\varkappa\zeta}{\overline{\varkappa\varsigma}}$, *ὁ δὲ* $K^{Y}\overset{\xi\delta}{\overline{\xi\gamma}}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ· *γίνεται κυβικόν τι πλῆθος ἴσον* ϛ ᾱ. *πάντα παρὰ* ϛ· *καὶ γίνεται* Δ^{Y} *τι πλῆθος ἴσον* M̊ ᾱ.

καὶ ἔστιν ἡ M̊ □^ος^· *δεήσει ἄρα καὶ τὰς* Δ^{Y} *εἶναι* □^ον^· *πόθεν ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν* Δ^{Y}; *ἐκ τοῦ ἀπὸ τριάδος ἀφαιρεῖσθαι τρεῖς κύβους ὧν ἕκαστος ἐλάσσων ἐστὶν* M̊ ᾱ· *καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς κύβους, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ* M̊ ᾱ, *τὸ δὲ σύνθεμα αὐτῶν ἀρθὲν ἀπὸ τριάδος ποιῇ* □^ον^.

καὶ ἔτι ζητοῦμεν ἕκαστον αὐτῶν κύβον ἐλάσσονα εἶναι M̊ ᾱ· *ἐὰν ἄρα κατασκευάσωμεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς ἐλάσσονας* M̊ ᾱ, *πολλῷ ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων* M̊ ᾱ· *ὥστε ὀφείλει ὁ καταλειπόμενος* □^ος^ *μείζων εἶναι δυάδος.*

τετάχθω ὁ καταλειπόμενος □^ος^ *μείζων εἶναι δυάδος· ἔστω* M̊ β̄ δ^χ^. *δεῖ οὖν τὰ* $\overset{\delta}{\bar{\gamma}}$ *διελεῖν εἰς ⟨τρεῖς⟩ κύβους, καὶ τὰ τούτων πολλαπλάσια κατά τινων κύβων*

---

3 *κύβος* prius *Ba*, *κύβων* AB. 4 *πάλιν* om. *Ba*. 7 *τι πλῆθος* scripsi, *τι* $\bar{\pi}$ AB, *,δωοξ*^ψκη^ *Ba* (item 8). *καὶ πάντα* B_1. Δ^{Y}] *δυναμοστὸν* male *Ba*. 10 *ἐστὶ* B (item 12). 13 *ἐλάττ.* B_1 (item 15, 17 priore loco). 14 *ποιεῖ* AB_1. 15 *ἔτι*] *ἐπεὶ Ba*. 17/18 *μονάδος μιᾶς ἐλάσσων* B_1. 19 *δυάδος*] *δυνάμεως ᾱ* A, *δυνάμεως μιᾶς* B_1 (item 20). 20 *μείζων εἶναι δυάδος·*

XVI.

Invenire tres numeros ita ut cubus a summa trium minus unoquoque faciat cubum. 19

Ponatur rursus summa trium esse x et sint ipsi:

$$\frac{7}{8}x^3, \quad \frac{26}{27}x^3, \quad \frac{63}{64}x^3.$$

Restat ut summa trium aequetur x; fit quidam terminus in x^3 aeq. x; omnia per x; fit quidam terminus in x^2 aeq. 1.

At 1 est □; oportebit igitur coefficientem x^2 esse □. Unde provenit coefficiens x^2? excessus est ternarii supra summam trium cuborum quorum unusquisque est minor quam 1. Deducitur quaestio ad inveniendum tres cubos quorum unusquisque sit minor quam 1, et summa, a 3 subtracta, faciat quadratum.

Et adhuc quaerimus unumquemque cuborum esse minorem quam 1; si igitur construamus summam trium esse minorem quam 1, multo minor quam 1 erit unusquisque; sic debet residuus □ esse maior quam 2.

Ponatur residuus □ maior quam 2; esto $2\frac{1}{4}$. Oportet igitur in tres cubos partiri $\frac{3}{4}$ vel istius fractionis multiplicia secundum aliquos cubos partitos.

ἔστω (21) om. *Ba*. 21 *ἔστω* M̊ β δ^χ^ supra lineam (*ἔστω* dubium in compendio) A, om. B_1. *τρεῖς* suppl. *Ba*. 22 *τὰ*] *κατὰ* A *Ba*.

διαιρεθέντων. ἔστω δὴ κατὰ τοῦ σιϛ· ὀφείλομεν οὖν τὸν ρξβ διελεῖν εἰς τρεῖς κύβους.

σύγκειται δὲ ὁ ρξβ ἔκ τε κύβου τοῦ ρκε καὶ δύο κύβων ὑπεροχῆς τοῦ τε ξδ καὶ τοῦ κζ· ἔχομεν δὲ ἐν τοῖς Πορίσμασιν ὅτι 'πάντων δύο κύβων ἡ ὑπεροχὴ κύβων ⟨δύο σύνθεμά ἐστιν⟩'.

Ἀνατρέχομεν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσομεν ἕκαστον Κ^Υ τῶν εὑρεθέντων, τοὺς δὲ τρεῖς ϛ ᾱ· καὶ συμβήσεται τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβον λείψαντα ἕκαστον ποιεῖν κύβον.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ· γίνονται δὲ οἱ τρεῖς Κ^Υ β̄ δ^×· ταῦτα ἴσα ϛ ᾱ· ὅθεν γίνεται ὁ ϛ γ^ων β̄. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ιζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος ἀρθεὶς ἀπὸ ἑκάστου ποιῇ κύβον.

Τετάχθωσαν πάλιν οἱ τρεῖς ϛ ᾱ, τῶν δὲ τριῶν ὁ μὲν Κ^Υ β̄, ὁ δὲ Κ^Υ θ̄, ὁ δὲ Κ^Υ κη. λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ· ἀλλὰ οἱ τρεῖς εἰσιν Κ^Υ λθ, ὥστε Κ^Υ λθ ἴσ. ϛ ᾱ. καὶ παρὰ ϛ· ὥστε Δ^Υ λθ ἴσ. Μ̊ ᾱ.

1. *δὴ*] *δὲ* AB. *τοῦ*] *τὸν* A*Ba*. 6 *κύβων*] *κ^υ* A, *κύβος* B₁. *δύο σύνθεμά ἐστιν* supplevi. 8 *τῶν* om. *Ba*. 9 *τὸν*] *τὸ* B₁. 11 *γίνονται . . . ϛ ᾱ* (12) om. B₁. 12 *γ^ων*] Μ̊ AB. 17 *κύβων* A. 20 *ἀλλ' οἱ Ba*. *εἰσὶ* B. *ὥστε Κ^Υ λθ* (21) om. B₁. 21 *καὶ*] *πάντα Ba*, *καὶ πάντα Auria*.

Esto[1]) secundum 216; debemus igitur partiri 162 in tres cubos.

At 162 est summa cubi 125 et differentiae duorum cuborum 64 et 27, et habemus in Porismatis[2]): 'Omnium duorum cuborum differentia ⟨est summa duorum⟩ cuborum.'

Recurrimus ad primitivum problema et ponimus unumquemque quaesitorum esse x^3 cum uno ex numeris inventis pro coefficiente; summam trium esse x. Eveniet cubum a summa trium minus unoquoque facere cubum. Restat ut summa trium aequetur x. Fit summa trium $2\frac{1}{4}x^3$; aeq. x; unde fit $x=\frac{2}{3}$.

Ad positiones.

XVII.

Invenire duos numeros tales ut cubus a summa trium, ab unoquoque subtractus, faciat cubum.

Ponatur rursus summa trium esse x, et tres numeri sint

$$2x^3, \quad 9x^3, \quad 28x^3.$$

Restat ut summa trium aequetur x; sed est summa trium $39x^3$. Sic

$$39x^3 = x; \text{ omnia per } x: \quad 39x^2 = 1.$$

1) Notum est 216 vel 6^3 aequari $5^3+4^3+3^3$. Quum

$$\frac{3^3}{6^3}=\frac{1}{8},$$

est

$$\frac{3}{4}\times 216 = 162 = 5^3+4^3-3^3.$$

2) Hoc porisma deperditum referendum videtur ad problemata IV, I, II. Si, cum Bacheto, ponimus

$$x=\frac{a}{a^3+b^3}(a^3-2b^3), \quad y=\frac{b}{a^3+b^3}(2a^3-b^3),$$

erit

$$x^3+y^3=a^3-b^3.$$

Καὶ εἰ ἦσαν αἱ $\Delta^{Y}\overline{\lambda\vartheta}$ ⟨□^{οι}, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον. ἔστι δὲ ὁ $\overline{\lambda\vartheta}$⟩ τριῶν κύβων τὸ σύνθεμα μετὰ M̊ $\overline{\gamma}$· δεήσει ἄρα εὑρεῖν τρεῖς κύβους, ὧν τὸ σύνθεμα μετὰ M̊ $\overline{\gamma}$ ποιεῖ □^{ον}. τετάχθω οὖν ἡ μὲν τοῦ α^{ου} κύβου πλ. ϛ $\overline{\alpha}$, ἡ δὲ τοῦ β^{ου} M̊ $\overline{\gamma}$ ⋔ ϛ $\overline{\alpha}$, ἡ δὲ λοιπὴ M̊ τινός· ἔστω δὴ M̊ $\overline{\alpha}$· καὶ γίνεται τὸ σύνθεμα τῶν τριῶν κύβων $\Delta^{Y}\overline{\vartheta}$ M̊ $\overline{\kappa\eta}$ ⟨⋔ ϛ $\overline{\kappa\zeta}$⟩· ταῦτα μετὰ M̊ $\overline{\gamma}$ γίνεται $\Delta^{Y}\overline{\vartheta}$ M̊ $\overline{\lambda\alpha}$ ⋔ ϛ $\overline{\kappa\zeta}$. ⟨ἴσ.⟩ □$^{\varphi}$ τῷ ἀπὸ πλ. ϛ $\overline{\gamma}$ ⋔ M̊ $\overline{\zeta}$ καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ $\frac{\overline{\varsigma}}{\varepsilon}$· ⟨ἔσται ἡ μὲν τοῦ α^{ου} πλ. $\overline{\varsigma}$⟩, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου $\overline{\vartheta}$, ἡ δὲ τοῦ λοιποῦ M̊ $\overline{\alpha}$.

Καὶ τῷ ἀπὸ ἑκάστου τούτων κύβῳ προστίθεμαι M̊ $\overline{\alpha}$ καὶ ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς. τάσσω ἕκαστον K^{Y} τοσούτων, ὑποτιθεμένων τῶν τριῶν ϛ $\overline{\alpha}$. λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ $\overline{\alpha}$· γίνονται οἱ τρεῖς K^{Y} $\frac{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$· ταῦτα ἴσα ϛ $\overline{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\frac{\iota\zeta}{\overline{\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ιη.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους ⟨τετραγώνῳ⟩ ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος προσλαβὼν ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν, ἵνα ᾖ □^{ος}, $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, καὶ τῶν ζητουμένων, ὁ μὲν $K^{Y}K\overline{\gamma}$, ὁ δὲ $K^{Y}K\overline{\eta}$,

1 □^{ος} . . ὁ $\overline{\lambda\vartheta}$ (2) suppl. *Ba.* 5 λοιπὴ] τοῦ λοιποῦ *Ba.* 6 M̊ τινός] μονάδων τινῶν *Ba.* 7 ⋔ ϛϛ κζ suppl. *Ba.* 8 ἴσον suppl. *Ba.* M̊ ξ *Ba*, ἀριθμῶν $\overline{\xi}$ AB. 9 ἔσται . . . $\overline{\varsigma}$ suppl. *Auria*, ἡ ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πρώτου κύβου *Ba.* 9/10 Denom. add. *Ba.* 11 τῷ] τὸ AB_1. 12/13 τοσοῦτον AB. 13 ὑποτιθέμενον τῆς $\overline{\gamma}$ ϛ $\overline{\alpha}$ A, ὑποτιθέμενον τῶν $\overline{\gamma}$ ϛ $\overline{\alpha}$ B, om. *Ba.* 14 $\frac{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$] ια . ιδ^{κε} *Ba*, $\overline{\beta}$ δ′ AB. 15 ὁ om. A.

Si foret 39 ⟨quadratus, soluta esset quaestio, sed 39⟩ est summa trium cuborum plus 3. Oportebit igitur invenire tres cubos quorum summa plus 3 faciat □. Ponatur ergo radix primi $= x$, radix secundi $= 3 - x$, reliqua quotlibet unitatum; esto 1. Fit summa trium cuborum $9x^2 + 28 - 27x$. Addendo 3, fit

$$9x^2 + 31 - 27x = \square : \text{a radice } (3x - 7);$$

et fit

$$x = \frac{6}{5}.$$

Erit radix primi $\frac{6}{5}$, secundi $\frac{9}{5}$, reliqui 1.

Cubo ab unoquoque istorum addo 1 et revertor ad primitivum problema. Pono quaesitos in x^3 cum coefficientibus inventis, summa trium supposita esse x.

Restat ut summa trium aequetur x; sed est summa trium $\frac{289}{25}x^3$. Ista aequentur x. Fit $x = \frac{5}{17}$.

Ad positiones.

XVIII.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadratus, et cubus a summa trium plus unoquoque ipsorum faciat quadratum. 21

Ponatur summa trium esse x^2, ut sit □; et tres numeri

$$3x^6, \quad 8x^6, \quad 15x^6.$$

$\varepsilon^{\iota\zeta}$ *Ba*, $\overline{\Gamma\beta}$ $\left(\frac{2}{3}?\right)$ AB. 18 τετραγώνῳ suppl. *Ba.* 19 κύβων AB_1.

ὁ δὲ $K^{Y}K\,\overline{\iota\varepsilon}$. καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβον, προσλαβόντα ἕκαστον, ποιεῖν $\square^{ον}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$. ἀλλὰ οἱ τρεῖς εἰσιν $K^{Y}K\,\overline{\kappa\varsigma}$· ταῦτα ἴσα $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$. καὶ πάντα παρὰ $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$· γίνονται $\varDelta^{Y}\varDelta\,\overline{\kappa\varsigma}$ ἴσαι $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$.

Καὶ ἔστιν ἡ $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ $\square^{ος}$ πλευρὰν ἔχων $\square^{ον}$, ὥστε ἄρα καὶ $\varDelta^{Y}\varDelta\,\overline{\kappa\varsigma}$ δεήσει εἶναι $\square^{ον}$ πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ον}$· γέγονε δὲ τὸ εἰρημένον πλῆθος τῶν $\varDelta^{Y}\varDelta$ ἔκ τινων τριῶν ἀριθμῶν ὧν ἕκαστος μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ ποιεῖ $\square^{ον}$. ⟨ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ἕκαστος μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ ποιῇ $\square^{ον}$⟩, ἔτι δὲ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ᾖ $\square^{ος}$ πλευρὰν ἔχων $\square^{ον}$.

Τετάχθω εἷς τῶν ζητουμένων $\varDelta^{Y}\varDelta\,\overline{\alpha}$ ⋀ $\varDelta^{Y}\overline{\beta}$, ὁ δὲ ἕτερος $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\beta}$, ὁ δὲ λοιπὸς $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$ ⋀ ϛ $\overline{\beta}$, καὶ μένει ἕκαστος αὐτῶν μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ ποιῶν $\square^{ον}$, ἔτι δὲ οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσι $\square^{ον}$ ⟨πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ον}$⟩, καὶ ἐν ἀορίστοις ϛ λέλυται τὸ ζητούμενον.

ὑποκείσθω οὖν ὁ ϛ $\mathring{M}\,\overline{\gamma}$· ἔσται ἄρα εἷς τῶν ζητουμένων $\mathring{M}\,\overline{\xi\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\mathring{M}\,\overline{\gamma}$.

Ἀνατρέχομεν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσομεν πάλιν τοὺς τρεῖς $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$, τῶν δὲ ζητουμένων ὃν μὲν $K^{Y}K\,\overline{\xi\gamma}$, ὃν δὲ $K^{Y}K\,\overline{\iota\varepsilon}$, ὃν δὲ $K^{Y}K\,\overline{\gamma}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$ καὶ γίνονται $K^{Y}K\,\overline{\pi\alpha}$ ἴσοι $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\gamma^{\times}$.

τὰ λοιπὰ δῆλα.

---

2 κύβων A. 4 εἰσὶ B. 6 τετράγωνον πλευρὰν ἔχον (ἔχουσαν B_1) τετράγωνον AB_1. ὥστε] ἔσται AB_1. καὶ om. *Ba*. 7 ἔχοντα] ἔχον B_1. 8 τὸ εἰρημένον] τῶν εἰρημένων *Ba*. 9 ἀπῆκται . . . $\square^{ον}$ (11) suppl, *Ba*. 14 λοιπὸς] λείψας AB_1. 15 $\mathring{M}$] $\varDelta^{Y}$ AB_1. ποιεῖν *Ba*. 16 πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον suppl. *Ba*. 21 ὃν] ὃ AB, ὁ *Ba* (item bis 22) qui add. ἔσται post μὲν. 23 καὶ . . . $\varDelta^{Y}\overline{\alpha}$ (24) om. B_1.

Evenit cubum a summa trium plus unoquoque ipsorum facere □. Restat ut summa trium aequetur x^2.

Sed est summa trium $26x^6$; ista aequentur x^2. Omnia per x^2. Fit

$$26x^4 = 1.$$

At est 1 □ cuius radix est □; oportebit ergo et $26x^4$ esse □ cuius radix sit □; sed praedictus coefficiens x^4 provenit ex summa trium numerorum quorum unusquisque plus 1 facit □; ⟨deducta est igitur quaestio ad inveniendum tres numeros quorum unusquisque plus 1 faciat quadratum⟩, et adhuc summa trium sit □ cuius radix sit □.

Ponatur quaesitorum

$$\text{unus} = x^4 - 2x^2, \quad \text{alter} = x^2 + 2x,$$
$$\text{reliquus} = x^2 - 2x.$$

Constat unumquemque plus 1 facere □, et summa trium facit □ cuius radix est □. Sic quaestio soluta est in indeterminato x.

Supponatur ergo $x = 3$; erunt quaesiti

$$1^{us} = 63, \quad 2^{us} = 15, \quad 3^{us} = 3.$$

Recurrimus ad primitivum problema et ponimus rursus summam trium esse x^2 et quaesitos:

$$63x^6, \quad 15x^6, \quad 3x^6.$$

Restat ut summa trium aequetur x^2, et fit

$$81x^6 = x^2, \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{3}.$$

Reliqua patent.

ιθ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος λείψας ἕκαστον αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

. . . .

καὶ γίνεται ἡμῖν πάλιν τὸν $\bar{\beta}$ διελεῖν ὡς καὶ πρότερον καὶ ἔστιν ὁ ἀπὸ τοῦ $\bar{\beta}$ ἀριθμοῦ κύβος $\mathring{M}\,\bar{\eta}$. δεῖ οὖν ἀπὸ $M\,\bar{\eta}$ ἀφελεῖν ἕκαστον καὶ ποιεῖν $\square^{ον}$. δεήσει οὖν τὸν $\overline{\kappa\beta}$ διελεῖν εἰς τρεῖς $\square^{ους}$, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν μείζων ᾖ $\mathring{M}\,\bar{\varsigma}$. καὶ ἐὰν ἀπὸ $\mathring{M}\,\bar{\eta}$ ἄρωμεν ἕκαστον τούτων, εὑρήσομεν τοὺς ζητουμένους ἀριθμοὺς τρεῖς. τοῦτο δὲ προεδείχθη, πῶς δεῖ τὸν $\overline{\kappa\beta}$ διελεῖν εἰς τρεῖς $\square^{ους}$, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν μείζων ᾖ $\mathring{M}\,\bar{\varsigma}$.

κ.

Τὸ δοθὲν μόριον διελεῖν εἰς τρία μόρια, ὅπως ἕκαστον αὐτῶν, λεῖψαν τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβον, ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω τὸ δοθὲν μόριον $\mathring{M}\,\delta^{\times}$ καὶ δέον ἔστω τὸ $\delta^{\times}$ διελεῖν εἰς τρία μόρια καθὼς ἐπετάχθη.

---

3 *τοῦ συγκειμένου* scripsi, *τῶν συγκειμένων* AB. *κύβος*] *κύβων* A, *κύβων $\bar{\beta}$* *Ba*. 3/4 *ἕκαστος* A. 5 Lacunam non agnoscunt codices. 7 *ἀπὸ*] *ἐκ* *Ba*. $\bar{\beta}$] *δευτέρου* AB. $\mathring{M}$] *μονάδας* *Ba*. 11 *εὑρήσωμεν* A*Ba*. 12 $\overline{\kappa\beta}$] $\overline{\kappa\varsigma}$ AB. 15 *τὸ* om. B_1. 16 *λεῖψαν* *Ba*, *λείψας* B_1, Λ A. *τὸν*] *τῶν* A. 17 *κύβων* AB_1. 19 *ἐτάχθη* *Ba*.

XIX.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadratus et cubus a summa trium minus unoquoque ipsorum faciat quadratum.[1]) 22

. . . .

Habemus rursus 2 partiendum ut prius, et cubus a 2 est 8. Oportet igitur ab 8 subtrahere unumquemque et facere □. Oportebit igitur partiri 22 in tres quadratos quorum unusquisque sit maior quam 6. Et ab 8 subtrahendo unumquemque istorum, inveniemus quaesitos numeros tres. Hoc autem antea[2]) monstratum est quomodo oportet partiri 22 in tres quadratos quorum unusquisque sit maior quam 6.

XX.

Datam fractionem partiri in tres fractiones, ita ut unaquaeque ipsarum, minus cubo a summa trium, faciat quadratum. 23

Sit data fractio $\frac{1}{4}$ et oporteat partiri $\frac{1}{4}$ in tres fractiones sicut propositum est.

---

1) Desiderantur solutio huius problematis, duae quaestiones sic fere conceptae:

XIX_2. Invenire tres numeros quorum summa sit quadratus et cubus a summa trium subtractus ab unoquoque ipsorum faciat quadratum.

XIX_3. Invenire tres numeros quorum summa data sit et cubus a summa trium plus unoquoque ipsorum faciat quadratum.

denique solutionis initium sequentis problematis:

XIX_4. Invenire tres numeros quorum summa data sit et cubus a summa trium minus unoquoque ipsorum faciat quadratum. — Sit summa data 2.

2) Cf. problema V, XI.

ὥστε δεήσει ἕκαστον αὐτῶν ⋔ $\mathring{M}$ ξδ$^{\times}$ ποιεῖν $\Box^{ον}$. οἱ ἄρα τρεῖς ⋔ $\mathring{M}\,\overset{\xi\delta}{\overline{\gamma}}$ ποιοῦσι τρεῖς $\Box^{ους}$, καὶ ἐὰν ἑκάστῳ τῶν $\Box^{ων}$ προσθῶμεν ξδ$^{\times}$, εὑρήσομεν ἕκαστον τῶν ζητουμένων.

Τοῦτο δὲ ῥάδιον· ἔρχεται δὴ τὰ $\overset{\xi\delta}{\overline{\iota\gamma}}$ διελεῖν εἰς τρεῖς $\Box^{ους}$, ὅπερ ἐστὶ ῥάδιον.

κα.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς προσλαβὼν ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, καὶ ζητοῦμεν τρεῖς $\Box^{ους}$ ὅπως ἕκαστος αὐτῶν μετὰ $\mathring{M}\,\bar{\alpha}$ ποιῇ $\Box^{ον}$.

Τοῦτο δὲ ἀπὸ παντὸς ὀρθογωνίου τριγώνου· ἐκτίθεμαι τὰ τρία τρίγωνα ὀρθογώνια καὶ λαβὼν τὸν ἀπὸ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, μερίζω ⟨εἰς⟩ τὸν ἀπὸ τῆς λοιπῆς τῶν ὀρθῶν. καὶ εὑρήσομεν τοὺς $\Box^{ους}$, ἕνα μὲν $\Delta^{Y}\,\overset{\iota\varsigma}{\overline{\vartheta}}$, τὸν δὲ ἕτερον $\Delta^{Y}\,\overset{\rho\mu\delta}{\overline{\kappa\varepsilon}}$, τὸν δὲ γ^{ον} $\Delta^{Y}\,\overset{\sigma\kappa\varepsilon}{\overline{\xi\delta}}$. καὶ μένει ἕκαστος αὐτῶν μετὰ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ποιῶν $\Box^{ον}$.

---

3 εὑρήσωμεν A*Ba*. 5 δὴ] δὲ A*Ba*. 11 ποιεῖ A. 13 τὸν] τῶν AB_1. 14 ὀρθῶν] Δ^{Y} A, δυνάμεων B, περὶ τὴν ὀρθὴν τετράγωνον *Ba*. εἰς suppl. *Ba*. τὸν] τῶν B_1. 15 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθήν *Ba*. εὑρήσωμεν A.

Ita oportebit illarum unamquamque, minus $\frac{1}{64}$, facere $\Box$. Ergo summa trium, minus $\frac{3}{64}$, facit summam trium quadratorum et, unicuique quadrato addendo $\frac{1}{64}$, invenietur unusquisque quaesitorum.

Hoc est facile; devenit[1] nempe ad $\frac{13}{64}$ partiendum in tres quadratos, quod facile est.

XXI.

Invenire tres quadratos quorum trium productus plus unoquoque faciat quadratum. 24

Ponatur trium productus esse x^2; quaerimus tres quadratos quorum unusquisque, plus 1, faciat $\Box$.

Hoc fit ab omni triangulo rectangulo.[2] Expono tria triangula rectangula, et sumens quadratum ab una perpendiculari, eum divido per quadratum alterius perpendicularis; sic inveniemus quadratos,

$$\frac{9}{16}x^2, \quad \frac{25}{144}x^2, \quad \frac{64}{225}x^2,$$

et constat horum unumquemque plus x^2 facere $\Box$.

---

1) $\frac{1}{4} - \frac{3}{64} = \frac{13}{64}$.

2) Sit triangulum rectangulum a. b. c, nempe $a^2 = b^2 + c^2$. Manifestum est

$$\frac{b^2}{c^2} + 1 = \frac{a^2}{c^2} = \Box.$$

Diophantus sumit triangula:

5. 4. 3; 13. 12. 5; 17. 15. 8.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· γίνεται δὲ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $K^{Y}K\ \frac{\nu\alpha\,.\,{}_{,}\eta\nu}{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. καὶ πάντα [εἰς τὸ αὐτὸ μόριον καὶ] παρὰ Δ^{Y}· γίνεται $\Delta^{Y}\Delta\ \frac{\nu\alpha\,.\,{}_{,}\eta\nu}{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}$ ἴσ. $\mathring{M}\bar{\alpha}$. καὶ ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ· γίνεται $\Delta^{Y}\ \frac{\psi\kappa}{\rho\kappa}$ ἴσ. $\mathring{M}\bar{\alpha}$.

καὶ ἔστιν ἡ $\mathring{M}$ □^{ος}. εἰ ἦν □^{ος} καὶ τὰ $\Delta^{Y}\ \frac{\psi\kappa}{\rho\kappa}$, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· οὐκ ἔστιν δέ. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρία τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ὁ ἐκ τῶν τριῶν καθέτων αὐτῶν στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν βάσεων αὐτῶν στερεὸν ποιῇ □^{ον}.

πλευρὰν ἐχέτω τὸν ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἑνὸς τῶν ὀρθογωνίων. καὶ ἐὰν πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ εἰρημένου ὀρθογωνίου, γενήσεται ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ἑνὸς τριγώνου ἐπὶ τὸν ⟨ὑπὸ τῶν⟩ περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ἑτέρου τῶν τριγώνων.

καὶ ἐὰν τάξωμεν ἓν αὐτῶν $\bar{\gamma}.\ \bar{\delta}.\ \bar{\varepsilon}$, καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅπως ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ᾖ $\overline{\iota\beta}^{\pi\lambda.}$, ὥστε καὶ ἐμβαδὸν ἐμβαδοῦ $\overline{\iota\beta}^{\pi\lambda.}$· εἰ δὲ $\overline{\iota\beta}^{\pi\lambda.}$, καὶ $\gamma^{\pi\lambda.}$.

τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ ἔστιν ὅμοιον ⟨τὸ μὲν⟩ τῷ $\bar{\vartheta}.\ \bar{\mu}.\ \overline{\mu\alpha}$, τὸ δὲ ἕτερον $\bar{\eta}.\ \overline{\iota\varepsilon}.\ \overline{\iota\zeta}$. ἔχοντες οὖν τὰ τρία

---

2 τῶν om. *Ba*. $\overline{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}$] εἷς . $\overline{{}_{,}\delta\upsilon}$ B_1. 3 εἰς τὸ αὐτὸ μόριον καὶ delenda videntur. 4 $\overline{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}$] μία . $\overline{{}_{,}\delta\upsilon}$ B_1. 5 $\overline{\rho\kappa}$] ϱϟ AB_1. 6 τὰ] αἱ B_1. 7 ἔστι B_1. 8 ὁ om. A *Ba*. 10 τὸν] τῶν A. ποιεῖ AB_1. 11 ἐχέτω scripsi, ἔχοντα AB. 12 παραλάβωμεν A. 13 εἰρημένου scripsi, εὑρημένου AB. 14/15 ἑνὸς τριγώνου] $\bar{\alpha}\ \overset{o}{\bar{\delta}}$ AB. 15 τὸν *Ba*, τὴν (sic) A, om. B_1. ὑπὸ τῶν supplevi. 17 ἓν] ἐξ A. καὶ post.] χ AB, om. *Ba*. 19 $\overline{\iota\beta}^{\pi\lambda.}$] ἀριθμῶν $\overline{\iota\beta}$ AB. 21 τὸ μὲν supplevi. 22 $\bar{\vartheta}$] $\overline{o\vartheta}$ AB. $\bar{\eta}.\ \overline{\iota\varepsilon}.\ \overline{\iota\zeta}$] $\bar{\varepsilon}.\ \overline{\iota\beta}.\ \overline{\iota\gamma}$ AB.

Restat ut trium productus aequetur x^2; at fit trium productus $\frac{14400}{518400}x^6$. Aequetur x^2 et omnia per x^2:

$$\frac{14400}{518400}x^2 = 1,$$

et radix radici; fit

$$\frac{120}{720}x^2 = 1.$$

1 est □; si $\frac{120}{720}$ (coefficiens x^2) foret □, soluta esset quaestio. Quum non ita sit, deducitur ad inveniendum tria triangula rectangula quorum productus trium altitudinum in productum trium basium multiplicatus faciat □.

Radicem habeat ille □ productum laterum circa rectum (angulum) unius trianguli rectanguli; si omnia dividimus per productum laterum circa rectum dicti trianguli, fiet hic aequalis producto laterum circa rectum unius trianguli in productum laterum circa rectum alterius trianguli multiplicato.

Si ponimus unum triangulum: 3. 4. 5, deducitur quaestio ad inveniendum duo triangula rectangula ita ut productus laterum circa rectum (in uno) sit 12$^{\text{plus}}$ producti laterum circa rectum (in altero), vel area unius 12$^{\text{pla}}$ areae alterius. Sed loco 12$^{\text{plae}}$ (rationis), 3$^{\text{plam}}$ sumere possumus. Quaestio facilis est, et triangula sunt similia hisce:

9. 40. 41;   8. 15. 17.

τρίγωνα ὀρθογώνια ἐρχόμεθα εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς, τάσσομεν τῶν ζητουμένων τριῶν $\square^{\omega\nu}$, ὃν μὲν $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\vartheta}}$, ὃν δὲ $\overset{\xi\delta}{\overline{\sigma\kappa\varepsilon}}$, ὃν δὲ $\overset{,\alpha\chi}{\overline{\pi\alpha}}$.

καὶ ἐὰν τὸν ἐκ τῶνδε στερεὸν ἰσώσωμεν $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, γενήσεται ὁ ς ῥητός. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κβ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ἐκ τούτων στερεὸς λείψας ἕκαστον αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, καὶ πάλιν οἱ ζητούμενοι τρεῖς $\square^{οι}$ ἀπὸ τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων, ἑνὸς μὲν $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$, τοῦ δὲ ἑτέρου $\overset{\rho\xi\vartheta}{\overline{\kappa\varepsilon}}$, τοῦ δὲ $\overset{\sigma\pi\vartheta}{\overline{\xi\delta}}$. τάσσω αὐτοὺς ἐν Δ^{Y}, καὶ μένει ἡ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ λείψασα ἕκαστον αὐτῶν ποιοῦσα $\square^{ον}$.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$· καὶ ἔστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $K^{Y}K\,\overline{\beta}.\overline{,\varepsilon\chi}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}.\overline{,\alpha\kappa\varepsilon}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$. καὶ πάντα παρὰ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$· γίνεται $\Delta^{Y}\Delta\,\overline{\beta}.\overline{,\varepsilon\chi}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}.\overline{,\alpha\kappa\varepsilon}$ ἴσ. $\mathring{M}\overline{\alpha}$.

Καὶ ἔστιν ἡ $\mathring{M}$ $\square^{ος}$ πλευρὰν ἔχουσα $\square^{ον}$· δεήσει ἄρα καὶ $\Delta^{Y}\Delta\,\overline{\beta}.\overline{,\varepsilon\chi}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}.\overline{,\alpha\kappa\varepsilon}$ εἶναι $\square^{ον}$ ⟨πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ον}$⟩. καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τὰ τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ὧν ὁ ἐκ τῶν καθ-

---

2 $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$] $\overline{\kappa\varepsilon}$ AB. 2/3 Denomin. addidi. 4 *τῶνδε*] *τῶν* $\overline{\delta}$ $\overline{\varepsilon}$ AB. 8 *αὐτῶν* om. B_1. 10 *τρεῖς* om. *Ba*. 12 *λείψει ἑκάστου* *Ba*. 15 $\overline{\beta}.\,,\varepsilon\chi$] $\varepsilon.\,,\varepsilon\chi$ AB_1. 20 *πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον* suppl. *Ba*. 21 *τὰ* om. *Ba*. *ὧν* scripsi, *ὃς* AB, *ὅπως* *Ba*.

Habentes igitur tria triangula invenienda, revertimur ad primitivum problema et ponimus quaesitos quadratos tres

$$\frac{9}{16}x^2, \quad \frac{225}{64}x^2, \quad \frac{81}{1600}x^2,$$

et si productum illorum aequamus x^2, fiet x rationalis. Ad positiones.

XXII.

Invenire tres quadratos quorum trium productus minus unoquoque ipsorum faciat quadratum.

Ponatur productus ipsorum esse x^2 et rursus quaesiti tres quadrati, a triangulis rectangulis sint

$$\frac{16}{25}, \quad \frac{25}{169}, \quad \frac{64}{289}.$$

Hos pono in x^2 et constat x^2, minus horum unoquoque, facere □.

Restat ut trium productus aequetur x^2; at trium productus est $\frac{25600}{1221025}x^6$. Ista aequentur x^2 et omnia per x^2; fit

$$\frac{25600}{1221025}x^4 = 1.$$

At 1 est □ cuius radix est □; oportebit igitur $\frac{25600}{1221025}x^4$ esse □ cuius radix sit □. Rursus deducitur quaestio ad inveniendum tria triangula rectangula quorum altitudinum productus multiplicatus in productum ἑτῶν στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν ὑποτεινουσῶν στερεὸν ποιεῖ $\square^{ov}$.

Καὶ ἐὰν πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν τῆς ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ἑνὸς τῶν ὀρθογωνίων, δεήσει τὸν ὑποτεινούσης καὶ καθέτου τοῦ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου πολλαπλάσιον εἶναι κατὰ τὸν ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ὀρθογωνίου τινός. ἔστω τὸ ἓν τῶν ὀρθογώνιον $\bar{\gamma}$. $\bar{\delta}$. $\bar{\varepsilon}$. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ὁ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου τοῦ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ᾖ $\bar{\kappa}^{\pi\lambda.}$.

Εἰ δὲ $\bar{\kappa}^{\pi\lambda.}$, καὶ $\bar{\varepsilon}^{\pi\lambda.}$· καὶ ἔστιν ῥᾴδιον ⟨ἐπὶ τῶν ἐμβαδῶν⟩ καὶ ἔστιν τὸ μὲν μεῖζον $\bar{\varepsilon}$. $\overline{\iota\beta}$. $\overline{\iota\gamma}$, τὸ δὲ ἔλαττον $\bar{\gamma}$. $\bar{\delta}$. $\bar{\varepsilon}$· ζητητέον οὖν ἀπὸ τούτων ἕτερα δύο, ὅπως ὁ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ᾖ ⟨τοῦ μὲν⟩ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$, ⟨τοῦ δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$⟩.

ἔστιν δὲ τοῦ μὲν μείζονος ἡ ὑποτείνουσα $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}\angle'$, ἡ δὲ κάθετος $\overset{\iota\gamma}{\bar{\xi}}$. τοῦ δὲ ἐλάσσονος ὁ μὲν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}\angle'$, ὁ δ' ἐν τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}$.

---

2 ποιῇ *Ba*. $\square^{ov}$] AB_1 add. πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον. 4 ἑνὸς om. AB_1. 5 τὸν ὑποτεινούσης] τὸν ὑποτεινουσῶν A, τὸν ὑπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν B_1, τοῦ ὑποτεινουσῶν *Ba*. καθέτου] κάθετον A*Ba*. 6 πολλαπλάσιον εἶναι] πολλα A, πολλαπλασιασθέντα B. 7 ὀρθογώνου A*Ba*. 11 εἰ] ἢ AB_1. ἔστι B (item 12, 16). 11/12 ἐπὶ τῶν ἐμβαδῶν ex sensu supplevi. 14 τοῦ μὲν . . . τοῦ δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$ (15) supplevi. 16 μείζων B_1. 17 Denomin. addidi hîc et infra in hoc problemate. 18 περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν scripsi, $\bar{\alpha}$ τῶν ὀρθογώνων A*Ba*, πρώτῃ τῶν ὀρθογωνίων B.

hypotenusarum faciat quadratum[1]); vel, si omnia dividimus per productum hypotenusae et altitudinis unius trianguli, oportebit productum hypotenusae et altitudinis (huius trianguli) esse multiplicem producti hypotenusae et altitudinis (in 2° triangulo) secundum productum hypotenusae et altitudinis cuiusdam (3^i) trianguli. Esto istud (3^{ium}) triangulum: 3. 4. 5. Deducitur igitur ad inveniendum duo triangula rectangula ita ut productus hypotenusae et altitudinis (in uno) sit 20^{plus} producti hypotenusae et altitudinis (in altero).

Sed loco 20^{plae} rationis, 5^{plam} sumere possumus, et ⟨quoad areas⟩ hoc facile est. Maius triangulum est: 5. 12. 13; minus: 3. 4. 5. Quaerendum est ab illis alia duo quorum producti hypotenusae et altitudinis sint: unius 6, ⟨alterius 30⟩.

Maioris trianguli hypotenusa est $6\frac{1}{2}$, altitudo $\frac{60}{13}$; minoris hypotenusa est $2\frac{1}{2}$, latus circa rectum $\frac{12}{5}$.

---

1) Sint tria triangula:

$$(a_1 \,.\, b_1 \,.\, c_1); \quad (a_2 \,.\, b_2 \,.\, c_2); \quad (a_3 \,.\, b_3 \,.\, c_3),$$

cum hypotenusis a_1, a_2, a_3. Quaeritur esse

$$a_1 b_1 \,.\, a_2 b_2 \,.\, a_3 b_3 = \square.$$

Ut in praecedenti, Diophantus supponit $\square = a_1^2 b_1^2$; utrimque dividendo per $a_1 b_1$, fit

$$a_1 b_1 = a_2 b_2 \,.\, a_3 b_3.$$

Eligit ad libitum triangulum $(a_3 \,.\, b_3 \,.\, c_3)$ esse $5 \,.\, 4 \,.\, 3$; vel potius reipsa $\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{2}, \frac{3}{2}$. Ergo $a_1 b_1 = 5 a_2 b_2$. Deinde sumit auxiliaria triangula $(\alpha_1 \,.\, \beta_1 \,.\, \gamma_2)$, $(\alpha_2 \,.\, \beta_2 \,.\, \gamma_2)$, ita ut sit $\beta_1 \gamma_1 = 5 \beta_2 \gamma_2$. A quibus construit:

$$a_1 = \frac{\alpha_1}{2}, \quad b_1 = \frac{\beta_1 \gamma_1}{\alpha_1}, \quad a_2 = \frac{\alpha_2}{2}, \quad b_2 = \frac{\beta_2 \gamma_2}{\alpha_2}.$$

καὶ λαβόντες τὰ ἐλάχιστα τῶν ὁμοίων, ἀνατρέχομεν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ τάσσομεν τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, αὐτῶν δὲ τῶν □^{ων}, ὃν μὲν $\Delta^{Y}\frac{\text{κε}}{\overline{\text{ιϛ}}}$, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\frac{\text{χκε}}{\text{φοϛ}}$, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon$ ἐν μορίῳ $\bar{\beta}\,.\,{}_{,}\eta\varphi\xi\alpha$.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ καὶ πάντα παρὰ Δ^{Y}· καὶ ἡ π^{λ} τῇ π^{λ}· καὶ εὑρίσκεται ὁ ς $\frac{\text{μη}}{\text{ξε}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κγ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν λειφθεὶς ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, αὐτοὶ δ' ἀφ' οἱωνδήποτε τριῶν ὀρθογωνίων· καὶ πάλιν ἀπάγεται καὶ ἐνταῦθα εἰς τὰ ζητούμενα ἐν τῇ πρὸ ταύτης προτάσει.

εἰ χρώμεθα οὖν καὶ ἐν ταύτῃ τοῖς αὐτοῖς ὀρθογωνίοις, καὶ τάσσομεν τῶν ζητουμένων □^{ων} ὃν μὲν $\Delta^{Y}\frac{\text{ιϛ}}{\text{κε}}$, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\frac{\text{φοϛ}}{\text{χκε}}$, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\frac{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}{\beta\,.\,{}_{,}\eta\varphi\xi\alpha}$· καὶ πάλιν μένει ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς ἀρθεὶς ἀπὸ ἑκάστου ποιῶν □^{ον}.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ς $\frac{\text{ξε}}{\overline{\text{μη}}}$.

καὶ μένει.

---

1 λαβόντα AB_1. εἰς om. A. 3 αὐτὸν δὲ τὸν τετράγωνον AB_1. 4 α . ͵δυ] μίαν, δυνάμεως B, ᾱ *Ba*. 6 ἡ om. *Ba*. 10 αὐτῶν] *Ba* add. στερεὸς. 16 εἰ χρώμεθα] ἐχρώμεθα B_1. 16/17 ὀρθογώνοις A*Ba*. 17 τάσσωμεν A*Ba*.

Sumendo minima similium, recurrimus ad primitivum problema et ponimus trium productum esse x^2, et quadratos ipsos:

$$\frac{16}{25}x^2,\quad \frac{576}{625}x^2,\quad \frac{14400}{28561}x^2.$$

Restat ut trium productus aequetur x^2, et omnia per x^2, et radix radici: invenietur $x = \frac{65}{48}$. Ad positiones.

XXIII.

Invenire tres quadratos quorum productus ab unoquoque subtractus faciat quadratum. 26

Ponatur rursus productus esse x^2, et ipsi a quibusvis triangulis rectangulis formentur; rursus hic quoque deducitur res ad quaesita in praecedente propositione.

Si utimur iisdem triangulis rectangulis et ponimus quaesitos quadratos:

$$\frac{25}{16}x^2,\quad \frac{625}{576}x^2,\quad \frac{28561}{14400}x^2,$$

constat istorum trium productum, ab unoquoque subtractum, facere quadratum.

Restat ut trium productus aequetur x^2; unde invenitur $x = \frac{48}{65}$, et constat.

---

18 Denom. addidi (item 22). $\bar{\beta}\,.\,\overline{{}_{,}\eta\varphi\xi\alpha}$] ᾱ . $\overline{{}_{,}\delta\psi\pi\delta}$ A*Ba*, μιᾶς ͵δψπδ B. 19 ἀρθὲν A. 21 ὑπ'] ἀπ' A*Ba*. 22 $\overline{\mu\eta}$] μείζων $\bar{\eta}$ AB.

κδ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν μονάδα μίαν ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ ζητῶ τὸν ὑπὸ α^{ου} *καὶ* β^{ου} *μετὰ* Μ̊ ᾱ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *πάντα ἐπὶ τὸν* γ^{ον} *ὄντα* $\square^{ον}$· *ὥστε δεήσει τὸν ὑπὸ* α^{ου} *καὶ* β^{ου} ⟨*ἐπὶ τὸν* γ^{ον}⟩, *τουτέστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεόν, μετὰ τοῦ* γ^{ου}, *ποιεῖν* ⟨$\square^{ον}$⟩, *ὡς καὶ μετὰ τοῦ* α^{ου} *καὶ* ⟨*τοῦ*⟩ β^{ου}. *τοῦτο γὰρ προεδείξαμεν· ὥστε ἐκεῖνοι οἱ ἀριθμοὶ ποιοῦσι καὶ τοῦτο τὸ ζήτημα.*

κε.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας μονάδα μίαν ποιῇ τετράγωνον.

πάντα ἐπὶ τὸν γ^{ον}· *ὥστε τὸ ὑπὸ* α^{ου} *καὶ* β^{ου} *ἐπὶ τὸν* γ^{ον}, *τουτέστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεός, λείψας τὸν* γ^{ον}, *ποιεῖ* $\square^{ον}$· *ὥστε καὶ ἑκάτερον τόν τε* α^{ον} *καὶ τὸν* β^{ον} *λείψας ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς ποιεῖ* $\square^{ον}$. *τοῦτο δὲ προδέδεικται· ἐκεῖνοι οὖν οἱ ἀριθμοὶ ποιοῦσι καὶ τοῦτο.*

κϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ἀφαιρεθεὶς ἀπὸ μονάδος μιᾶς ποιῇ τετράγωνον.

Πάλιν, ζητοῦντες τὸν ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ἀρθέντα ἀπὸ Μ̊ ᾱ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *ἐὰν πάντα ποιήσωμεν ἐπὶ τὸν* γ^{ον}, *πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ὁ*

---

6 *ἐπὶ τὸν τρίτον* suppl. *Ba.* *τουτέστιν ἐπὶ τὸν ἐκ* A, *τουτέστι τὸν ἐπὶ τῶν ἐκ* B$_1$. 7 $\square^{ον}$ suppl. *Ba.* 8 *τοῦ* supplevi. 12 *μονάδα*] *δύναμιν* AB$_1$. 13 *τὸ* A, *τὸν* B, *ὁ* *Ba.* 14 *τουτέστι* A*Ba.* *λήψας* AB$_1$ (item 16). 21 *ποιεῖ* A (item p. 378, 1, 10 bis, 12). 23 *ἐάν τε* B$_1$.

XXIV.

Invenire tres quadratos ita ut binorum quorumvis productus plus unitate faciat quadratum. 27

Quoniam quaero $\square_1 \times \square_2 + 1$ facere $\square$, omnia in $\square_3$, quum quadratus sit. Oportebit igitur

$$\square_1 \times \square_2 \times \square_3$$

(hoc est trium productum), plus $\square_3$, facere $\square$. Similiter productus, vel plus $\square_1$, vel plus $\square_2$, faciet $\square$. Sed hoc iam supra monstravimus[1]); ita iidem numeri praesentem quoque quaestionem solvunt.

XXV.

Invenire tres quadratos ita ut binorum quorumvis productus minus unitate faciat quadratum. 28

Omnia in $\square_3$: ita $\square_1 \times \square_2 \times \square_3$ (hoc est trium productus), minus $\square_3$, facit $\square$. Similiter trium productus, minus sive $\square_1$ sive $\square_2$, facit $\square$. Sed hoc supra monstratum est[2]); iidem igitur numeri praesenti quaestioni satisfaciunt.

XXVI.

Invenire tres quadratos ita ut binorum quorumvis productus ab unitate subtractus faciat quadratum. 29

Rursus, quoniam quaerimus binorum quorumvis productum ab unitate subtractum facere $\square$, si omnia multiplicamus in reliquum, deducitur quaestio ad inveniendum tres numeros (quadratos) ita ut trium pro-

---

1) In problemate V, XXI.
2) In problemate V, XXII.

ἐξ αὐτῶν στερεὸς ἀρθεὶς ἀπὸ ἑκάστου ποιῇ $\square^{\text{ον}}$. τοῦτο δὲ προεδείξαμεν.

κζ.

Δοθέντι ἀριθμῷ προσευρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι οἱ τετράγωνοι καὶ προσλαβόντες τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ ι̅ε̅.

Καὶ ἔστω εἷς τῶν ζητουμένων M̊ θ̅. ζητητέον οὖν ἑτέρους δύο, ὅπως ἑκάτερος μὲν αὐτῶν μετὰ M̊ κ̅δ̅ ποιῇ $\square^{\text{ον}}$, συναμφότερος δὲ μετὰ M̊ ι̅ε̅ ποιῇ $\square^{\text{ον}}$.

δεῖ οὖν ζητεῖν δύο $\square^{\text{ους}}$ ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν μετὰ M̊ κ̅δ̅ ποιῇ $\square^{\text{ον}}$. λαμβάνομεν τοὺς μετροῦντας M̊ κ̅δ̅ καὶ τριγώνου ὀρθογωνίου π^{λ} τὰς περὶ τὴν ὀρθήν.

⟨ἔστω κατὰ ς$^{\times}$ δ̅ ὁ ἀντικείμενος ς ς̅· συναμφοτέρου τὸ ∟′ γίνεται ς$^{\times}$ β̅ καὶ ς γ̅· πάλιν⟩ ἔστω κατὰ ς$^{\times}$ γ̅ ὁ ἀντικείμενος ς η̅· συναμφοτέρου τὸ ∟′ γίνεται ς$^{\times}$ α̅ ∟′ καὶ ς δ̅.

ἔστω ἡ τοῦ ἑνὸς πλευρὰ ἀπὸ διαφορᾶς ς$^{\times}$ β̅ καὶ ς γ̅, ⟨ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἀπὸ διαφορᾶς ς$^{\times}$ α̅ ∟′ καὶ ς δ̅⟩. καὶ μένει ἑκάτερος αὐτῶν μετὰ M̊ κ̅δ̅ ποιῶν $\square^{\text{ον}}$.

1 *ποιεῖν* B_1. 2 *προδέδεικται* B_1. 4 *τρεῖς*] B_1 add. *ἀριθμούς*. 6 *ποιῇ* A. 7 ι̅ε̅] ι̅β̅ A. 8 *τῶν* om. *Ba*. 10 *συναμφότερος* .... $\square^{\text{ον}}$ om. B_1. 11 *ἑκάτερος*] AB_1 add. *μέν*. 14/15 *ἔστω ... πάλιν* suppl. *Ba*. 16 *συναμφότερος* AB_1. 18 *διαφορῶν* B_1. 19 *ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου πλευρὰ ἀπὸ ... ἀριθμῶν* δ̅ suppl. *Ba*.

ductus ab unoquoque subtractus faciat □. Sed hoc supra monstravimus.[1])

XXVII.

Dato numero adinvenire tres quadratos ita ut binorum quorumvis summa plus dato numero faciat quadratum.

Esto datus 15.

Sit unus quaesitorum 9. Quaerendi igitur sunt alii duo ita ut ipsorum uterque plus 24 faciat □, et summa amborum plus 15 faciat □.

Oportet igitur quaerere duos quadratos ita ut ipsorum uterque plus 24 faciat □. Sumimus dividentes 24 et trianguli rectanguli latera circa rectum.[2])

⟨Sit secundum $\frac{4}{x}$ oppositus $6x$; dimidia summa fit $\frac{2}{x} + 3x$.⟩

Sit secundum $\frac{3}{x}$ oppositus $8x$, dimidia summa fit

$$\frac{1\frac{1}{2}}{x} + 4x.$$

Sit unius quadrati radix differentia $\frac{2}{x} - 3x$, alterius differentia $\frac{1\frac{1}{2}}{x} - 4x$. Constat utrumque plus 24 facere □.

1) In problemate V, XXIII.

2) Unum latus supponitur esse 24; alterum $\frac{1}{2}\left(p - \frac{24}{p}\right)$; hypotenusa erit $\frac{1}{2}\left(p + \frac{24}{p}\right)$.

λοιπόν ἐστι καὶ συναμφότερον μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$ ποιεῖν $\square^{ov}$. γίνεται δὲ $\Delta^{Y\times}\,\overline{\xi}\,\delta^{\times}\,\Delta^{Y}\,\overline{\kappa\varepsilon}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{\vartheta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\,\overline{\kappa\varepsilon}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\varsigma^{\omega v}\,\overline{\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κη.

Δοθέντι ἀριθμῷ προσευρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι καὶ λείψαντες τὸν δοθέντα ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$.

Τετάχθω πάλιν εἷς τῶν ζητουμένων $\square^{\omega v}$ $\mathring{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$· ⟨ζητητέον οὖν ἑτέρους δύο, ὅπως⟩ ἑκάτερος μὲν αὐτῶν μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ ποιῇ $\square^{ov}$, συναμφότερος δὲ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$ ποιῇ $\square^{ov}$.

πάλιν λαμβάνομεν τὴν μέτρησιν κατὰ ϛ $\overline{\gamma}$ καὶ $\varsigma^{\times}\,\overline{\delta}$. γίνεται ἡ μὲν τοῦ α^{ov} π^{λ} ἀπὸ διαφορᾶς ϛ $\overline{\alpha}$ ∟′ καὶ $\varsigma^{\times}\,\overline{\beta}$, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἀπὸ διαφορᾶς ϛ $\overline{\beta}$ καὶ $\varsigma^{\times}\,\overline{\alpha}$ ∟′, καὶ μένει ὁ ἀπὸ ἑκατέρου $\square^{os}$ μετὰ $\mathring{M}\,\overline{\iota\beta}$ ποιῶν $\square^{ov}$.

λοιπόν ἐστι συναμφότερον ⋔ $\mathring{M}\,\overline{\iota\gamma}$ ποιεῖν $\square^{ov}$· γίνεται δὲ $\Delta^{Y\times}\,\overline{\xi}\,\delta^{\times}\,\Delta^{Y}\,\overline{\xi}\,\delta^{\times}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$ ἴσ. $\square^{\omega}$· ἔστω ἴσ. $\Delta^{Y}\,\overline{\xi}\,\delta^{\times}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\overline{\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κθ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῇ τετράγωνον.

1 συναμφοτέρους *Ba*. 2 $\delta^{\times}$] *Ba* add. καὶ $\Delta^{Y}\,\overline{\kappa\varepsilon}$ ⋔ $\mathring{M}\,\overline{\vartheta}$. Δ^{Y} alt.] AB add. ἄρα. $\overline{\kappa\varepsilon}$ prius] *Ba* add. καὶ δυναμοστὸν $\overline{\xi}\,\overline{\alpha}^{\delta}$. ἴσ. post.] ἔστω *Ba*. 3 $\mathring{M}\,\varsigma^{\omega v}\,\overline{\varepsilon}$] $\mathring{\mu}$ $\overline{\xi}$ ε A, μονάδες ε^{ov} B, $\overline{\varepsilon}^{\varsigma}$ *Ba*. 9 $\overline{\iota\gamma}$] $\overline{\iota\beta}$ AB_1. 11 ζητητέον . . . ὅπως suppl. *Ba*. 12 ποιῇ] ποιεῖν A, ποιεῖ B_1 (item 13). $\overline{\iota\gamma}$] $\overline{\iota\varsigma}$ AB_1. 14 $\varsigma^{\times}$] ψτὰ A, ἀριθμῶν τὰ B, om. *Ba*. 15 ∟′ om. AB_1. 16 διαφορᾶς om. B_1. 17 $\overline{\iota\beta}$] $\overline{\beta}$ AB_1. 18 συναμφοτέρους *Ba*. 19 $\Delta^{Y}\,\overline{\xi}\,\delta^{\times}$ om. AB_1.

Restat ut summa amborum (quadratorum) plus 15 faciat □. Fit

$$\frac{6\frac{1}{4}}{x^2} + 25x^2 - 9 = \square : \text{esto } 25x^2,$$

unde

$$x = \frac{5}{6}.$$

Ad positiones.

XXVIII.

31 Dato numero adinvenire tres quadratos ita ut binorum quorumvis summa minus dato faciat quadratum.

Esto datus 13.

Ponatur rursus unus quaesitorum quadratorum esse 25. ⟨Quaerendi sunt alii duo ita ut⟩ ipsorum uterque plus 12 faciat □, et summa minus 13 faciat □.

Rursus sumimus divisores $3x$ et $\frac{4}{x}$. Fit primi radix ex differentia $1\frac{1}{2}x - \frac{2}{x}$, alterius radix ex differentia $2x - \frac{1\frac{1}{2}}{x}$. Utriusque quadratum plus 12 constat facere □. Restat ut summa amborum quadratorum minus 13 faciat □. Fit

$$\frac{6\frac{1}{4}}{x^2} + 6\tfrac{1}{4}x^2 - 25 = \square : \text{esto } \frac{6\frac{1}{4}}{x^2};$$

unde

$$x = 2.$$

Ad positiones.

XXIX.

32 Invenire tres quadratos ita ut summa quadratorum ab ipsis faciat quadratum.

Τετάχθω δὴ τῶν ζητουμένων ὁ μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\mathring{M}\bar{\delta}$, ὁ δὲ $\mathring{M}\bar{\vartheta}$, καὶ γίνεται ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν $\square^{\omega\nu}$, $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}\,\mathring{M}\,\overline{\text{ϟ}\zeta}$ ἴσ. $\square^{\varphi}$· τῷ ἀπὸ πλ· $\Delta^{Y}\bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\bar{\iota}$· καὶ γίνονται λοιπαὶ $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$ ἴσαι $\mathring{M}\bar{\gamma}$.

Καὶ εἰ ἦν ἑκάτερος $\square^{o\varsigma}$, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν δύο $\square^{ov\varsigma}$ καὶ ἀριθμόν τινα ⟨ὅπως⟩ ὁ ἀπ' αὐτοῦ $\square^{o\varsigma}$ λείψας τοὺς ἀπὸ τῶν ζητουμένων $\square^{ov\varsigma}$ ποιῇ ⟨ἀριθμόν⟩ τινα, ὃς πρὸς τὸν διπλάσιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοῦ λόγον ἔχει ὃν $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ov}$ ἀριθμόν.

Τετάχθωσαν οἱ ζητούμενοι $\square^{oi}$, ὃς μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὃς δὲ $\mathring{M}\bar{\delta}$, ⟨ὁ δὲ τυχὼν ἀριθμὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta}$⟩· καὶ ⟨ὁ⟩ ἀπὸ τούτου $\square^{o\varsigma}$, ἐὰν λείψῃ τοὺς ἀπ' αὐτῶν $\square^{ov\varsigma}$, καταλείπει $\Delta^{Y}\bar{\eta}$. θέλομεν ταῦτα πρὸς τὸν δὶς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta}$, τουτέστιν πρὸς $\Delta^{Y}\bar{\beta}\,\mathring{M}\bar{\eta}$, λόγον ἔχειν ὃν $\square^{o\varsigma}$ πρὸς $\square^{ov}$. καὶ πάντων τὸ ∠′, ὥστε καὶ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ πρὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta}$ λόγον ἔχειν ὃν $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ov}$.

Καί εἰσιν αἱ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ $\square^{o\varsigma}$, ὥστε καὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta}$ ἴσ. $\square^{\varphi}$· τῷ ἀπὸ πλ· ϛ $\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· ὅθεν ὁ ϛ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ∠′. ἔσται τῶν ζητουμένων $\square^{\omega\nu}$, ὁ μὲν $\mathring{M}\bar{\beta}\,\delta^{\times}$, ὁ δὲ $\mathring{M}\bar{\delta}$, ὁ δὲ τυχὼν $\mathring{M}\,\bar{\text{ϛ}}\,\delta^{\times}$. καὶ πάντα $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$· γίνεται ὁ μὲν $\mathring{M}\bar{\vartheta}$, ὁ δὲ $\mathring{M}\,\overline{\iota\text{ϛ}}$, ὁ δὲ τυχὼν $\mathring{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$.

Ἀνατρέχομεν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσομεν τῶν τριῶν $\square^{\omega\nu}$, ὃν μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὃν δὲ $\mathring{M}\bar{\vartheta}$, ὃν δὲ $\mathring{M}\,\overline{\iota\text{ϛ}}$. καὶ

2 $\mathring{M}\bar{\delta}$] δυνάμεων $\bar{\delta}$ AB₁. 3 $\overline{\text{ϟ}\zeta}$] $\overline{\kappa\zeta}$ B₁. 4 $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$] μονάδες $\bar{\kappa}$ B₁. 5 ἑκάτερος] ὁ ὑπ' αὐτῶν *Ba*. 7 ὅπως suppl. *Ba*. αὐτοῦ] αὐτῶν AB₁. λήψας AB₁. 8 τετραγώνων AB₁. ποιεῖ A. ἀριθμόν suppl. *Ba*. 9 ἔχῃ *Ba*. 10 ἀριθμὸς et ἀριθμὸν om. B₁. 12 καὶ ὁ τυχὼν ἀριθμὸς $\Delta^{Y}\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\delta}$ suppl. *Ba*. ὁ supplevi. 13 λήψει A. 13/14 καταλίπῃ AB₁. 15 τουτέστι B. $\square^{o\varsigma}$] *Ba* add. ἀριθμός. 16 $\mathring{M}\bar{\delta}$] ἀριθμοὺς $\bar{\delta}$ A. 17 ἀριθμὸς om. B₁. 18 $\square^{o\varsigma}$] τετράγωνοι

Ponantur quaesiti: x^2, 4, 9. Fit summa quadratorum ab ipsis $x^4 + 97$. Aeq. $\square$ a radice $(x^2 - 10)$. Remanet

$$20x^2 = 3.$$

Si uterque coefficiens quadratus foret, soluta esset quaestio; sic deducitur ad inveniendum duos quadratos et quendam numerum ita ut quadratus ab ipso, minus summa quadratorum a quaesitis, faciat numerum qui ad duplum primi rationem habeat quadrati numeri ad quadratum numerum.[1])

Ponantur quaesiti quadrati esse x^2 et 4, et numerus eligendus $x^2 + 4$, cuius quadratus, minus summa quadratorum a quaesitis, linquit $8x^2$. Ista volumus ad $2 \times (x^2 + 4)$, hoc est ad $(2x^2 + 8)$, rationem habere quadrati ad quadratum. Omnium dimidium; $4x^2$ ad $x^2 + 4$ rationem habere debent quadrati ad quadratum.

Sed $4x^2$ est $\square$; ergo $x^2 + 4$ aequentur $\square$ a radice $(x + 1)$. Unde $x = 1\frac{1}{2}$. Erunt quaesiti quadrati $2\frac{1}{4}$ et 4, numerusque eligendus $6\frac{1}{4}$. Omnia in 4. Fiunt quadrati 9 et 16, numerusque eligendus 25.

Recurrimus ad primitivum problema et ponimus tres quadratos: x^2, 9, 16; fit summa quadratorum ab

1) Hoc est: positum est

$$x^4 + a^4 + b^4 = (x^2 - y)^2.$$

Quaerendi sunt a^2, b^2 et y ita ut

$$\frac{y^2 - a^4 - b^4}{2y} = \square.$$

A. 21 $\bar{\text{ϛ}}\,\delta^{\times}$] $\overline{\kappa\varepsilon}^{\delta}$ *Ba*. τετράκι A *Ba*. 23 τάσσωμεν sic A.

γίνεται ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν $\square^{\omega\nu}$ $\Delta^{Y}\Delta\ \bar{\alpha}\ \mathring{M}\ \overline{\tau\lambda\xi}$· ταῦτα [τὰ] ἴσα $\square^{\varphi}$ τῷ ἀπὸ π^{λ} $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\ \overline{\kappa\epsilon}$.

ὅθεν ὁ ς $\mathring{M}\ \overset{\epsilon}{\overline{\iota\beta}}$.

τὰ λοιπὰ δῆλα.

λ.

Ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους χοέας τις ἔμιξε
τοῖς ὁμοπλοΐσι ποιεῖν χρήστ' ἐπιταττόμενος,
καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετράγωνον,
τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενον μονάδας
καὶ ποιοῦντα πάλιν ἕτερόν σε φέρειν τετράγωνον
κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοέων·
ὥστε διάστειλον τοὺς ὀκταδράχμους πόσοι ἦσαν,
καὶ πάλι τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

Τὸ σημαινόμενον διὰ τοῦ ἐπιγράμματός ἐστι τοιοῦτον.

Ἠγόρασέν τις δύο ἐνῆ οἴνου, ἐκ μὲν τοῦ ἑνὸς τὸν χοέα δραχμῶν $\bar{\eta}$, ἐκ δὲ τοῦ ἑνὸς τὸν χοέα δραχμῶν $\bar{\epsilon}$, καὶ ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τιμὴν τετράγωνον ἀριθμόν, ὃς πρὸς $\mathring{M}\ \bar{\xi}$ ἐποίει τετράγωνον πλευρὰν ἔχοντα τὸ πλῆθος τῶν χοέων· διάστειλον τοὺς ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους.

Ἔστω τὸ πλῆθος τῶν χοέων ς $\bar{\alpha}$, ὥστε ἡ τιμὴ γενήσεται $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\ \bar{\xi}$. λοιπὸν δεῖ $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\ \bar{\xi}$ ποιεῖν ἴσ. $\square^{\varphi}$ καὶ δεῖ τάσσειν τὴν τοῦ $\square^{ου}$ π^{λ} ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ λείψαντος $\mathring{M}$ ὁσανδήποτε.

ἀλλὰ ἐπεὶ ἡ $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mathring{M}\ \bar{\xi}$ σύγκειται ἐκ δύο τινῶν ἀριθμῶν, τῆς τιμῆς τῶν ὀκταδράχμων καὶ τῆς τιμῆς

2 $\overline{\tau\lambda\xi}$] $\tau\mu\varsigma$ AB₁. τὰ om. B. 6 χοάς AB₁. 7 ὁμοπλοΐσι scripsi, ὁμολοῖς A, ὀβολοῖς B, προπολοῖς *Vieta*, προπολοῖσι

ipsis $x^4 + 337$. Ista aequentur $\square$ a radice $(x^2 - 25)$; unde

$$x = \frac{12}{5}.$$

Ad positiones.

XXX.

'Octo drachmarum et quinque drachmarum congios miscuit aliquis, navigationis sociis utilia facere iussus. Pro omnium pretio solvit numerum quadratum qui, propositas accipiens unitates, tibi rursus dabit alium quadratum, cuius radix est summa congiorum. Ergo distingue, puer, et dic quot erant congii octo drachmarum et rursus quot drachmarum quinque.' 33

Huius epigrammatis significatio talis est:

Quidam vinum emit duarum qualitatum; unius constat congius 8 drachmis, alterius 5 drachmis. Pro totius vini pretio solvit numerum quadratum qui, plus 60, fecit quadratum cuius radix est congiorum quantitas; distingue congios $8^{dr.}$ et congios $5^{dr.}$.

Sit congiorum quantitas $= x$; pretium erit $x^2 - 60$. Reliquum oportet facere $x^2 - 60 = \square$, et formare $\square^{i}$ radicem ab x minus quolibet unitatum numero.

Sed $x^2 - 60$ est summa duorum numerorum, scilicet pretii congiorum $8^{dr.}$ et pretii congiorum $5^{dr.}$.

Ba. ποιεῖν AB, ποεῖν *Ba.* χρήστ' ἐπιταττόμενος scripsi, χρηστὸν ἐπιτεταγμένος AB, χρῆστ' ἀποταξάμενος *Ba.* 9 δεξάμενος AB₁. 10 τετραγώνων AB₁. 11 κτησάμενον] δεξάμενον B₁. 12 πόσοι ἦσαν *Ba*, ποίησον A, om. B. 13 πάλιν AB₁. 14 σημαῖνον AB. 16 ἠγόρασε B. ἑνῆ A, ἐνῆ B. 20 διαστείλας AB₁. 23 ποιεῖ A. 24 $\bar{\alpha}$ om. AB₁. 26 λήψασα A*Ba*, λείψασα B.

τῶν πενταδράχμων, ⟨καὶ τὸ ε^{ov} τῆς τιμῆς τῶν πενταδράχμων⟩ ποιεῖ τὸ πλῆθος ⟨τῶν⟩ πενταδράχμων, τὸ δὲ η^{ov} τῆς τιμῆς τῶν ὀκταδράχμων ποιεῖ τὸ πλῆθος τῶν ὀκταδράχμων, καὶ ἐπεὶ τὸ πλῆθος τῶν χοέων συντεθέντα ποιεῖ ς α̅, γέγονεν οὖν τινα τὸν ὄντα Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, ὅπως τὸ τοῦ ἑνὸς ε^{ov} καὶ τὸ τοῦ ἑτέρου η^{ov} ποιῇ ς α̅.

Καὶ τοῦτο δὲ οὐ πάντοτε δύναμαι, εἰ μὴ κατεσκευάσθη ὁ ς μείζων μὲν τοῦ η^{ov} Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅, ἐλάσσων δὲ τοῦ ε^{ov} Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅. ἔστω Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅ μείζων ς ε̅, ἐλάσσων δὲ ς η̅.

ἐπεὶ οὖν Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅ μείζων ἐστὶν ς ε̅, κοιναὶ προσκείσθωσαν Μ̊ ξ̅, ὥστε καὶ Δ^{Y} α̅ μείζων ἐστὶν ς ε̅ Μ̊ ξ̅. ὥστε καὶ Δ^{Y} α̅ ⟨ἴσ.⟩ ς ε̅ καὶ ἀριθμῷ τινι μείζονι Μ̊ ξ̅· ὥστε δεήσει τὸν ς μὴ εἶναι ἐλάσσονα Μ̊ ι̅α̅.

πάλιν ἐπεὶ ἡ Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅ ἐλάσσων ἐστὶν ς η̅, κοιναὶ προσκείσθωσαν Μ̊ ξ̅· ὥστε Δ^{Y} α̅ ἴση ἐστὶν ς η̅ καὶ ἀριθμῷ τινι ἐλάττονι Μ̊ ξ̅· ὅθεν δεῖ τὸν ς εὑρίσκεσθαι μὴ μείζονα Μ̊ ι̅β̅· ἐδείχθη δὲ καὶ μὴ ἐλάττων Μ̊ ι̅α̅· ὥστε δεήσει τὸν ς εὑρεῖν μὲν μείζονα Μ̊ ι̅α̅, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ ι̅β̅.

ἐὰν δὲ ζητῶμεν Δ^{Y} α̅ ⋔ Μ̊ ξ̅ ἴσ. ⟨$\square^{\varphi}$⟩, πλάσσομεν τὴν τοῦ $\square^{ov}$ π^{λ} ἀπὸ ς α̅ λείψαντος Μ̊ τινάς, καὶ γίνεται ὁ ς ἔκ τινος ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν γενομένου καὶ προσλαβόντος Μ̊ ξ̅ καὶ παραβληθέντος παρὰ τὸν $\beta^{\pi\lambda}$

1/2 καὶ .... πενταδράχμων suppl. *Ba*. 2 τῶν suppl. *Ba*. 4 ἐπεὶ] ἐπὶ AB_1. 4/5 συντεθέντων *Ba*. 5 τινα om. *Ba*. ὄντα om. *Ba*. 7 ποιεῖ AB_1. 8 δυνάμει AB_1. 8/9 κατασκευάσθη *Ba*. 10 ἔστω] ἔσται ἄρα *Ba*. μείζων] μονάδες AB_1. 14 ἴσ.] ἴση ἐστὶν *Ba*, om. AB. 15 μὴ εἶναι ἐλάσσονα scripsi, δεῖ μεῖζον ἐστὶν ἐλάσσων AB, μείζονα εἶναι ἢ μὴ ἐλάσσονα *Ba*. 16 ἐστὶ B_1. 19 ι̅β̅ *Ba*, ι̅γ̅ AB (item 21, p. 388, 4, 7). ἔλαττον A, ἐλάττονα B_1. 20 μείζονα μὲν *Ba*. 22 τετραγώνῳ suppl. *Ba*. πλάττομεν B_1. 25 παραβληθεὶς AB_1. τὸν διπλασίονα *Ba*, τὸν Δ^{Y} ι̅ A, τὸ δυνάμεις B.

Et $\frac{1}{5}$ pretii congiorum $5^{dr.}$ facit quantitatem congiorum $5^{dr.}$; $\frac{1}{8}$ pretii congiorum $8^{dr.}$ facit quantitatem congiorum $8^{dr.}$.

Denique, quia tota quantitas congiorum facit x, partiendus est $x^2 - 60$ in duos numeros tales ut $\frac{1}{5}$ unius plus $\frac{1}{8}$ alterius faciat x.

At hoc ubique non possum facere, nisi construatur x maior quam $\frac{1}{8}(x^2 - 60)$ et minor quam $\frac{1}{5}(x^2 - 60)$. Esto

$$5x < x^2 - 60 < 8x.$$

Quoniam $x^2 - 60 > 5x$, utrimque addantur 60. Fiet $x^2 > 5x + 60$ vel x^2 aeq. $5x$ plus numero maiore quam 60. Ergo oportebit x non esse minorem quam 11.

Rursus quoniam $x^2 - 60 < 8x$, utrimque addantur 60. Fiet x^2 aeq. $8x$ plus numero minore quam 60: unde oportet inveniri x haud maiorem quam 12.[1] Sed monstratus est haud minor quam 11. Ergo oportebit invenire

$$11 < x < 12.$$

Si quaerimus: $x^2 - 60 = \square$, formamus $\square^1$ radicem ab x minus quodam unitatum numero, et x provenit ex illo quodam numero, cuius productus in seipsum, auctus 60 unitatibus, dividitur per duplum ipsius nu-

1) Numerum 13 hîc et infra loco 12, ex errore calculi, codices praebent.

αὐτοῦ· καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὅπως ὁ ἀπ' αὐτοῦ □^{ος} προσλαβὼν Μ̊ ξ̄ καὶ παραβληθεὶς παρὰ τὸν β^{πλ.} αὐτοῦ, τὴν παραβολὴν ποιῇ μείζονα μὲν Μ̊ ῑᾱ, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ ῑβ̄.

[καὶ ἐὰν τάξωμεν τὸν ζητούμενον ϛ ᾱ, δεῖ Δ^Υ ᾱ Μ̊ ξ̄ μερίζοντα παρὰ ϛ β̄ τὴν παραβολὴν ποιεῖν μείζονα μὲν Μ̊ ῑᾱ, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ ῑβ̄] καὶ ἂν τάξωμεν τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν ϛ ᾱ, δεῖ οὖν Δ^Υ ᾱ Μ̊ ξ̄ μερίζοντα παρὰ ϛ β̄ [παραβολὴν] ποιεῖν μείζονα μὲν Μ̊ ῑᾱ, ὥστε Δ^Υ ᾱ Μ̊ ξ̄ μείζονες ὀφείλουσιν εἶναι ϛ κ̄β̄· ὥστε ϛ κ̄β̄ ἴσοι εἰσὶν Δ^Υ ᾱ καὶ ἀριθμῷ τινι ἐλάσσονι Μ̊ ξ̄· ὥστε ὁ ϛ οὐκ ὀφείλει εἶναι ἐλάσσων Μ̊ ῑθ̄.

πάλιν δεῖ Δ^Υ ᾱ Μ̊ ξ̄ μερίζοντα παρὰ ϛ β̄ [τὸν ϛ] εὑρεῖν ἐλάσσονα Μ̊ ῑβ̄· ὥστε Δ^Υ ᾱ Μ̊ ξ̄ ἐλάσσους εἰσὶν ϛ κ̄δ̄· ϛ ἄρα κ̄δ̄ ἴσοι εἰσὶν Δ^Υ ᾱ καὶ ἀριθμῷ τινι μείζονι Μ̊ ξ̄· ὅθεν ὁ ϛ ὀφείλει ἐλάσσων εἶναι Μ̊ κ̄ᾱ, ἀλλὰ καὶ μείζων Μ̊ ῑθ̄· ἔστω Μ̊ κ̄.

ὥστε δεῖ Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ ξ̄ ἴσ. □^{ῳ} ποιοῦντα, τάσσειν τὴν τοῦ □^{ου} π^{λ.} ἀπὸ ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ κ̄· ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ Μ̊ ῑᾱ ∠', ὁ □^{ος} ρ̄λ̄β̄ δ^×.

αἴρω Μ̊ ξ̄· λοιπαὶ Μ̊ ο̄β̄ δ^×. δεῖ οὖν τὰς Μ̊ ο̄β̄ δ^× διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ α^{ου} ε^{ον} μετὰ τοῦ τοῦ β^{ου} ⟨η^{ου}⟩ ποιῇ Μ̊ ῑᾱ δ^×. ἔστω τὸ τοῦ α^{ου} ε^{ον} μέρος ϛ ᾱ· τὸ ἄρα τοῦ β^{ου} η^{ον} ἔσται Μ̊ ῑᾱ ∠' ⋔ ϛ ᾱ· αὐτοὶ ἄρα

3 ποιεῖ AB. 4 ἐλάττ. B_1 (item 7, 12). 5 καὶ ἐὰν . . . Μ̊ ῑβ̄ (7) interpolatori tribuo. 6 μερίζοντας *Ba*, μερίζοντες AB. 7 καὶ ἂν . . . . ϛ ᾱ (8) om. *Ba*. ἂν] ἐὰν B. 8 μερίζοντας *Ba* (item 13). 9 παραβολὴν *Ba*, παραβληθ AB, delendum censeo. μὲν om. *Ba*. 10 μείζων A*Ba*. 11 ἀριθμῷ τινι *Ba*, ὁ τὴν AB. ἐλάσσονα μονάδα AB_1. ὥστε *Ba*, ἔσται AB. ὁ om. B_1. 12 ἔλασσον A. 13 τὸν ϛ delendum censeo. 14 ῑβ̄ *Ba*, π̄ (hoc est ῑγ̄) AB. 15 κ̄δ̄ *Ba*, κ̄ prius, κ̄ϛ̄ post. AB. 16 κ̄ᾱ *Ba*, κ̄ϛ̄ AB. 17 ἔστω Μ̊ κ̄] μείζων Μ̊ κ̄ AB, om. *Ba*. 18 □^{ῳ}] τετράγωνον *Ba*. 23 ὀγδόου suppl. *Ba*.

meri. Deducitur res ad inveniendum quendam numerum cuius quadratus plus 60, divisus per duplum ipsius numeri, quotientem faciat maiorem quam 11 et minorem quam 12.

Si quaesitum numerum ponimus esse x, oportet $(x^2 + 60)$, divisum per $2x$, quotientem facere maiorem quam 11. Ergo debet esse $x^2 + 60 > 22x$; vel $22x$ aequantur x^2 plus numero minore quam 60. Ergo x non debet esse minor quam 19.

Rursus oportet $(x^2 + 60)$, divisum per $2x$, quotientem facere minorem quam 12. Ergo debet esse $x^2 + 60 < 24x$, vel $24x$ aequantur x^2 plus numero maiore quam 60. Ergo x debet esse minor quam 21.[1]) Sed maior est quam 19; esto $x = 20$.

Ita, aequando $x^2 - 60 = \square$, oportet ponere $\square^i$ radicem $= x - 20$. Et invenitur

$$x = 11\tfrac{1}{2}, \quad x^2 = 132\tfrac{1}{4}.$$

Subtraho 60; remanet $72\frac{1}{4}$. Oportet igitur partiri $72\frac{1}{4}$ in duos numeros tales ut

$$\tfrac{1}{5}X_1 + \tfrac{1}{8}X_2 = 11\tfrac{1}{2}.$$

Sit

$$\tfrac{1}{5}X_1 = x;$$

ergo

$$\tfrac{1}{8}X_2 = 11\tfrac{1}{2} - x.$$

1) Secundum errorem supra correctum, debebatur hic inveniri 23. Codices falso numerum 26 indicant.

ἔσονται ὁ μὲν ϛ ε̅, ὁ δὲ Μ̊ ϟ̅β̅ ⋔ ϛ η̅· ταῦτα ἴσα ⟨Μ̊⟩ ο̅β̅ δˣ. ἔσται ἄρα ⟨ὁ ϛ⟩ $\overset{\circ}{M}\,\overset{\iota\beta}{\overline{o\vartheta}}$.

τὸ ἄρα πλῆθος τῶν πενταδράχμων ἔσται χοέων ϛ̅ κοτυλῶν ζ̅, τὸ δὲ τῶν ὀκταδράχμων χοέων δ̅ κοτυλῶν ι̅α̅. τὰ λοιπὰ δῆλα.

---

1 Μ̊ supplevi. 2 ἄρα om. *Ba*. ὁ ϛ suppl. *Ba*. 3 χοέων ἔσται *Ba*. 3/4 ϛ̅ κοτύλων ζ̅ scripsi, ἀριθμῶν κ̅ξ̅ AB, ο̅θ̅$^{\iota\beta}$ *Ba*. 4/5 δ̅ κοτύλων ι̅α̅ scripsi, δ̅ μ̊ ι̅α̅ A, δ̅ μονάδων ι̅α̅ B, ν̅ξ̅$^{\iota\beta}$ *Ba* (debebat ν̅θ̅$^{\iota\beta}$). 5 τὰ] καὶ τὰ *Ba*.

Erunt igitur

$$X_1 = 5x, \quad X_2 = 92 - 8x.$$

Aequetur

$$X_1 + X_2 = 72\tfrac{1}{4}; \quad \text{erit} \quad x = \tfrac{79}{12}.$$

Ergo quantitas $5^{\text{dr.}}$ erit 6 congiorum 7 heminarum[1]) et quantitas $8^{\text{dr.}}$ erit 4 congiorum 11 heminarum. Reliqua patent.

---

1) 1 Congius = 12 heminis.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ϛ.

α.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ λείψας τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ κύβον.

Ἔστω τὸ ζητούμενον τρίγωνον πεπλασμένον ἀπὸ δύο ἀριθμῶν, καὶ ἔστω ὁ μὲν ς α̅, ὁ δὲ Μ̊ γ̅. γίνεται οὖν ἡ μὲν ὑποτείνουσα Δ^Υ α̅ Μ̊ θ̅, ἡ δὲ κάθετος ς ϛ̅, ἡ δὲ βάσις Δ^Υ α̅ ⋔ Μ̊ θ̅.

καὶ ἡ ὑποτείνουσα, ἐὰν λείψῃ τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, τουτέστιν Δ^Υ α̅ ⋔ Μ̊ θ̅, γίνεται Μ̊ ιη̅, καὶ οὐκ ἔστι κύβος.

πόθεν ὁ ιη̅; ὁ ἀπὸ τοῦ γ̅ ἐστὶν □^ος, δὶς γενόμενος. δεῖ οὖν εὑρεῖν ἀριθμόν τινα, ὅπως ὁ ἀπὸ τούτου □^ος δὶς γενόμενος ποιῇ κύβον. ἔστω ὁ ζητούμενος ς α̅ καὶ γίνεται Δ^Υ β̅ ἴσ. κύβῳ. ἔστω ἴσ. Κ^Υ α̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ β̅.

πάλιν πλάσσω τὸ τρίγωνον ἀπὸ ς α̅ καὶ οὐκέτι Μ̊ γ̅, ἀλλὰ Μ̊ β̅. καὶ γίνεται ἡ ⟨μὲν⟩ ὑποτείνουσα Δ^Υ α̅ Μ̊ δ̅, ἡ δὲ κάθετος ς δ̅, ἡ δὲ βάσις Δ^Υ α̅ ⋔ Μ̊ δ̅. καὶ μένει

1/2 Titulum om. *Ba*. 2 *ἀριθμητικῶν* om. A. 4 *ὀρθόγωνον* A. 5 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν* ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν* *Ba* (item 10/11). 10 *λήψει* AB, *λήψῃ* *Ba*. *τὸν ἐν μιᾷ* scripsi, *τὸν ἕνα* AB, *ἕνα* *Ba*. 11 *τουτέστι* B (item p. 394, 1). *γίνονται* B_1. 13 *ἐστὶ* B_1. 15 *ποιεῖ* A. 16 *γίνονται* prius *Ba*. *ἴσ.* post.] ϟ A, *ἀριθμὸς* A, om. *Ba*. 18 *τὸ*] *τὸν* AB. 19 *μὲν* supplevi. 20 δ̅ prius] η̅ A.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER SEXTUS.

I.

Invenire triangulum rectangulum tale ut hypotenusa, minus utraque perpendiculari, faciat cubum. 1

Sit quaesitum triangulum a duobus numeris formatum; sint x et 3. Fit hypotenusa $= x^2 + 9$, altitudo $= 6x$, basis $= x^2 - 9$.

Hypotenusa, minus altera perpendicularium, nempe minus $(x^2 - 9)$, fit 18, qui non cubus est. At unde est 18? Est 2^{plus} quadrati a 3. Oportet igitur invenire numerum talem ut ipsius quadratus bis sumptus faciat cubum. Sit quaesitus x: fit $2x^2$ aeq. cubo; esto $= x^3$. Erit $x = 2$.

Formo igitur triangulum ab x et non 3 amplius, sed 2. Fit hypotenusa $= x^2 + 4$, altitudo $= 4x$, ἡ ὑποτείνουσα λείψασα τὸν ἐν τῇ βάσει, τουτέστιν Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ δ̄, ποιοῦσα κύβον.

λοιπὸν καὶ τὴν οὖσαν ϛ δ̄· γίνεται δὲ Δ^Υ ᾱ M̊ δ̄ ⋔ ϛ δ̄ ἴσ. κύβῳ. καὶ ἔστιν τετράγωνος ἀπὸ πλευρᾶς ϛ ᾱ ⋔ M̊ β̄. ἐὰν οὖν ϛ ᾱ ⋔ M̊ β̄ ἰσώσωμεν κύβῳ, λύσομεν τὸ ζητούμενον. ἔστω ἴσ. M̊ η̄ καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ ῑ.

ὥστε πλασθήσεται τὸ τρίγωνον ἀπὸ M̊ ῑ καὶ M̊ ⟨β̄⟩, καὶ γίνεται ἡ μὲν ὑποτείνουσα M̊ ρδ̄, ἡ δὲ κάθετος M̊ μ̄, ἡ δὲ βάσις M̊ ϟϛ̄, καὶ μένει.

β.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὅπως ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ προσλαβὼν τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ κύβον.

Ἐὰν πλάσσωμεν τὸ ζητούμενον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο, ὡς καὶ πρὸ τούτου, γίνεται ζητεῖν τετράγωνόν τινα ὅπως ὁ διπλάσιος αὐτοῦ ⟨ᾖ⟩ κύβος, καὶ ἔστιν ὁ ἀπὸ πλευρᾶς M̊ β̄.

Πλάσσομεν οὖν τὸ ζητούμενον ἀπὸ ϛ ᾱ [καὶ] M̊ β̄, καὶ γίνεται ὁμοίως ἡ μὲν ὑποτείνουσα Δ^Υ ᾱ M̊ δ̄, μία δὲ τῶν ὀρθῶν ϛ δ̄, ἡ δὲ λοιπὴ M̊ δ̄ ⟨⋔ Δ^Υ ᾱ⟩.

λοιπὸν τὸν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ προσλαβόντα τὸν ἐν τῇ ἑτέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιεῖν κύβον, ἀλλὰ διελθόντα εἰς τὴν ὑπόστασιν εὑρεῖν τὴν Δ^Υ ἐλάσσονα M̊ δ̄· ὁ ἄρα ⟨ϛ⟩ ἐλάσσων ἐστὶ M̊ β̄, καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν

1 βάσηι A. 3 λοιπὸν] *Ba* add. ἐστι. τὴν] *Ba* add. κάθετον. δ̄ prius] *Ba* add. λειφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ποιεῖν κύβον. 4 ἔστι B. 7 β̄ suppl. *Ba*. 8 M̊ om. B. 11/12 ὅπως ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ om. B_1. 11 τῇ om. *Ba*. 12 τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 20, 22). 14 πλάσσωμεν *Ba*, πολλαπλασιάσωμεν AB. 15 τετραγώνου A. 16 ᾖ suppl. *Ba*. 18 τὸ *Ba*, τὸν AB. καὶ add. *Ba*. 20 ϛ δ̄] δ̄ ἀριθμῶν AB_1. λείψει Δ^Υ ᾱ suppl. *Ba*. 21 λοιπὸν] *Ba* add. ἐστι. 22 ποιεῖ AB_1. ἀλλὰ] *Ba* add. καί. διελθόντ A, διελθόντα B, διελθόντας *Ba*. 24 ϛ suppl. *Ba*.

basis $= x^2 - 4$; et constat hypotenusam minus basi, hoc est minus $(x^2 - 4)$, facere cubum.

Restat minus perpendiculari $4x$. Fit

$$x^2 + 4 - 4x \text{ aeq. cubo.}$$

Sed est quadratus a radice $(x - 2)$. Ergo si cubo aequamus $(x - 2)$, solvemus quaestionem. Aequetur 8. Fit $x = 10$.

Ita formabitur triangulum a 10 et 2 et fit

$$\text{hypotenusa} = 104, \quad \text{altitudo} = 40, \quad \text{basis} = 96,$$

et constat (propositum).

II.

Invenire triangulum rectangulum tale ut hypo- 2
tenusa plus utraque perpendiculari faciat cubum.

Si formamus quaesitum a duobus numeris ut in praecedente, quaerendus fit quadratus cuius duplus sit cubus. Est □ a radice 2.

Formamus ergo triangulum ab x et 2; fit similiter:

$$\text{hypotenusa} = x^2 + 4; \quad \text{perpendicularium una} = 4x; \quad \text{altera} = 4 - x^2.$$

Restat ut hypotenusa, plus perpendiculari prima, faciat cubum, et, transeundo ad positionem, inveniatur $x^2 < 4$, ergo $x < 2$. Deducitur quaestio ad invenienκύβον ἐλάσσονα ⟨μὲν⟩ Μ̊ δ̄, μείζονα δὲ Μ̊ β̄, καὶ ἔστιν η^ων κ̄ζ̄· καὶ ἔστω ς ᾱ Μ̊ β̄ ἴσ. η^οις κ̄ζ̄, καὶ γίνεται ὁ ς ῑᾱ.

ἔσται ἄρα ἡ μὲν ὑποτείνουσα $\overset{\xi\delta}{\overline{\tau o \xi}}$, τῶν ⟨δὲ⟩ ὀρθῶν ἡ μὲν $\overset{\xi\delta}{\overline{\rho\lambda\varepsilon}}$, ἡ δὲ Μ̊ ε̄ 𐅵'. καὶ εἰς ξδ^α· ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον τ̄ο̄ξ̄ καὶ ρ̄λ̄ε̄ καὶ τ̄ν̄β̄, καὶ μένει.

γ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ προσλαβὼν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ ε̄.

καὶ τετάχθω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ς γ̄, ς δ̄, ς ε̄, καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ μετὰ Μ̊ ε̄, Δ^Y ς̄ Μ̊ ε̄ ἴσ. □^ῳ.

ἔστω ἴσ. Δ^Y θ̄· καὶ ἀπὸ τῶν ὁμοίων τὰ ὅμοια· λοιπαὶ Δ^Y γ̄ ἴσ. Μ̊ ε̄. καὶ δεῖ τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον ἔχειν ὃν □^ος ἀριθμὸς πρὸς □^ον ἀριθμόν. [ὀφείλει καὶ τὸ πλῆθος πρὸς τὸ πλῆθος·] καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ □^ον ἀριθμὸν ὅπως ὁ □^ος λείψας τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ τοῦ τριγώνου ποιῇ ε^ον τετραγώνου, ἐπειδήπερ ὁ δοθεὶς Μ̊ ε̄ ἐστίν.

πεπλάσθω ⟨τὸ τρίγωνον ἀπὸ⟩ ς ᾱ ⟨καὶ ς^× ᾱ⟩, καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ Δ^Y ᾱ ⟨⋀ $\Delta^{Y\times}$ ᾱ⟩· ἔστω ἡ τοῦ

---

1 μὲν supplevi. ἔστι B. 2 η^ων ... η^οις scripsi, in utroque loco μονάδων AB. ς ᾱ B, ᾱ ς A. Denomin. hic et infra add. *Ba*. 3 τῶν ὀρθῶν B, τὸν ⊥ A, τῶν δὲ περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 4 Μ̊ ... ρ̄λ̄ε̄ καὶ (5) om. *Ba*. 7/8 τῷ ἐμβαδῷ *Ba*, τῇ ἐμβάσει AB. 11 τὸ *Ba*, τὸν AB. 12 ε̄ prius *Ba*, β̄ AB. 14 ἴσ. om. *Ba*. 16 ἀριθμὸς et ἀριθμὸν om. B_1.

dum cubum minorem quam 4 et maiorem quam 2. Talis est $\frac{27}{8}$. Sit

$$x + 2 = \frac{27}{8}; \quad \text{fit} \quad x = \frac{11}{8}.$$

Erunt hypotenusa $\frac{377}{64}$, perpendiculares $\frac{135}{64}$ et $5\frac{1}{2}$.

Reducantur ad denominatorem 64. Erit triangulum:

377. 135. 352,

et constat (propositum).

III.

Invenire triangulum rectangulum tale ut eius area plus dato numero faciat quadratum. 3

Esto datus 5.

Ponatur triangulum specie datum $3x$. $4x$. $5x$; fit area plus 5:

$$6x^2 + 5 = \square : \text{esto} = 9x^2.$$

A similibus similia; remanent

$$3x^2 = 5.$$

Oportet speciem ad speciem rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum, et deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum et □ numerum, ita ut □ minus area trianguli faciat $\frac{1}{5}$ quadrati, quum datus sit 5.

Formetur triangulum ab x et $\frac{1}{x}$, fit area $x^2 - \frac{1}{x^2}$.

---

17 ὀφείλει ... πλῆθος interpolata censeo. 19 λήψας AB. 20 ποιεῖ A. ε̄ τετραγώνους AB_1. Μ̊ ε̄ *Ba*, ἀριθμῶν ε̄ AB. ἐστί B. 21 τὸ τρίγωνον ἀπὸ *Ba*, τῷ ᾱ AB. καὶ ς^× ᾱ suppl. ex *Ba* (item 22, p. 398, 4 ⋀ $\Delta^{Y\times}$ ᾱ).

□^{ου} πλευρὰ ϛ ᾱ καὶ ϛ$^{\times}$ τοσούτων ὅσων ἐστὶν ὁ διπλάσιος τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τουτέστιν ϛ$^{\times}$ ῑ. καὶ γίνεται ὁ □^{ος} Δ^{Y} ᾱ $\Delta^{Y\times}$ ρ̄ M̊ κ̄. καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτου ἄρωμεν τὸ ἐμβαδόν, τουτέστιν Δ^{Y} ᾱ ⟨⋔ $\Delta^{Y\times}$ ᾱ⟩, λοιπὸν γίνεται $\Delta^{Y\times}$ ρ̄ᾱ M̊ κ̄· ταῦτα ε^{κις}· γίνεται $\Delta^{Y\times}$ φ̄ε̄ M̊ ρ̄ ἴσος ὁ □^{ος}. καὶ πάντα ἐπὶ Δ^{Y} ᾱ· γίνονται Δ^{Y} ρ̄ M̊ φ̄ε̄ ἴσ. ⟨□⟩· ἔστω ἴσ. τῷ ἀπὸ π^{λ} ϛ ῑ M̊ ε̄· ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ ε^{ων} κ̄δ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. πλάσσεται ἄρα τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\overset{\varepsilon}{\overline{\kappa\delta}}$ καὶ $\overset{\kappa\delta}{\overline{\varepsilon}}$, ἡ δὲ τοῦ □^{ου} π^{λ} $\overset{\xi}{\overline{\nu\iota\gamma}}$· ἐὰν οὖν τὸ ὀρθογώνιον τάξωμεν ἐν ϛ, καὶ τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ μετὰ M̊ ε̄ ποιῶμεν ἴσον Δ^{Y} $\overline{\iota\xi}$.$\overset{\gamma\chi}{\overline{\varphi\xi\vartheta}}$, ἔσται ἡμῖν τὰ λοιπὰ δῆλα.

δ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ λείψας τὸν δοθέντα [ἀριθμὸν] ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ ϛ̄.

καὶ τετάχθω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ διὰ τὴν ὑπόθεσιν, Δ^{Y} ϛ̄ ⋔ M̊ ϛ̄ ἴσ. □^{ῳ}· ἔστω ἴσ. Δ^{Y} δ̄, καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον

1 τοσοῦτοι ὅσον A, μονάδων τοσούτων ὅσων *Ba.* 3 κ̄] AB$_1$ add. ταῦτα πεντάκι (πεντάκις B$_1$) γίνεται. ἐὰν *Ba*, ἕνα AB. 4 τουτέστι B. λοιπὸς AB$_1$. 6 ἴσος ὁ] ἴσον *Ba.* 7 τετραγώνῳ suppl. *Ba.* ἴσ. post. om. *Ba.* 8 ε^{ων}] μονάδων AB. 9 πλάσσεται *Ba*, πολλαπλασιασθήσεται AB. 10 ν̄ῑγ̄] ρ̄ξ̄γ̄ AB$_1$. 12 ῑξ̄.φ̄ξ̄θ̄ | β̄.,εφξθ A, ,εφξθ B$_1$. 13 δ] ε A, qui abhinc numeros problematum unitate auget. 15 λήψας AB. ἀριθμὸν add. *Ba.* 18 εἴδει] *Ba* add. ϛϛ γ̄, ϛϛ δ̄, ϛϛ ε̄. 19 ϛ̄ prius] π̄ AB$_1$. ἴσ. prius] ἴσοι εἰσὶ *Ba.* ἴσ. post. et καὶ (20) om. *Ba.* δ̄] ῑ AB$_1$.

Sit □^{i} radix x plus $\frac{1}{x}$ cum coefficiente duplo dati numeri, hoc est plus $\frac{10}{x}$. Fit

$$\square = x^2 + \frac{100}{x^2} + 20.$$

A quo si subtrahimus aream, hoc est $x^2 - \frac{1}{x^2}$, remanet $\frac{101}{x^2} + 20$. Omnia 5^{ies}; fit

$$\frac{505}{x^2} + 100 = \square : \text{et omnia in } x^2,$$

$$100x^2 + 505 = \square : \text{esto a radice } 10x + 5.$$

Invenietur

$$x = \frac{24}{5}.$$

Ad positiones. Formatur triangulum a $\frac{24}{5}$ et $\frac{5}{24}$, et □^{i} radix est $\frac{413}{60}$. Si ponimus triangulum in x et huius aream plus 5 aequamus $\frac{170569}{3600}x^2$, nobis manifesta sunt reliqua.

IV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut eius area minus dato numero faciat quadratum. 4

Esto datus 6.

Ponatur triangulum specie[1]) datum, et secundum hypothesin

$$6x^2 - 6 = \square : \text{esto} = 4x^2.$$

Rursus deducitur quaestio ad inveniendum trian-

1) Ut supra: $3x$. $4x$. $5x$.

καὶ □^ον ἀριθμὸν ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ ἀρθῇ □^ος, καὶ τὰ λοιπὰ ς^κις γενόμενα ποιῇ □^ον. πεπλάσθω πάλιν τὸ τρίγωνον ἀπὸ ς ᾱ καὶ ς^× ᾱ, ἡ δὲ τοῦ □^ου π^λ. ς ᾱ ⟨⋀ ς^× τοσούτων ὅσων⟩ καὶ ἔσται τὸ ∠′ τοῦ πλήθους τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τουτέστιν ς^× γ̄.

M̊ ς̄ ⋀ Δ^{Υ×} ῑ [ἴσ. □^ῳ], καὶ ς^κις· γίνεται Δ^Υ λ̄ς̄ ⋀ M̊ ξ̄ ἴσ. □^ῳ· τῷ ἀπὸ π^λ. ς ς̄ ⋀ M̊ β̄, ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ς γ^ων η̄.

πλάσσεται ἄρα τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\frac{\gamma}{\eta}$ καὶ $\frac{\eta}{\gamma}$, ἡ δὲ τοῦ □^ου ⟨π^λ.⟩ $\frac{\kappa\delta}{\lambda\xi}$. καὶ εὑρὼν τὸ τρίγωνον τάσσω ἐν ς, καὶ ἀκολουθήσας τῇ προτάσει, εὑρήσω τὸν ς ῥητόν, καὶ μένει.

ε.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ ἀφαιρεθεὶς ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ ῑ.

καὶ πάλιν τετάχθω τὸ τρίγωνον ς γ̄, ς δ̄, ς ε̄· γίνεται M̊ ῑ ⋀ Δ^Υ ς̄ ἴσαι □^ῳ. καὶ ἐὰν ποιῶμεν ἴσ. Δ^Υ τετραγωνικαῖς, ἀπάγεται πάλιν εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ □^ον ἀριθμόν, ὅπως ὁ □^ος προσλαβὼν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ ι^ον □^ου.

1 ἀρθῇ scripsi, ὀρθὴ AB, ἀρθεὶς *Ba*. 2 ποιεῖ AB₁. 4 λείψει ἀριθμοστοῦ μονάδων τοσούτων ὅσων suppl. *Ba*. καὶ ἔσται] ἐστὶ *Ba*. 5 τουτέστι *Ba*. ς^× γ̄] *Ba* add. καὶ γίνεται ὁ τετράγωνος Δ^Υ ᾱ Δ^{Υ×} θ̄ ⋀ M̊ ς̄. καὶ ἐὰν αὐτὸν ἄρωμεν ἀπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ, τουτέστιν ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋀ Δ^{Υ×} ᾱ, λοιπὸς γίνεται. An revera lacuna exstet, dubium mihi videtur. 6 M̊ prius] Δ^Υ AB₁. ἴσ. □^ῳ delevit *Ba*; forsan legendum ἴσ. ς^ῳ □^ου. καὶ] *Ba* add. ταῦτα. ς^κις] *Ba* add. καὶ παρὰ δύναμιν. 8 γ^ων] μονάδων AB. 9 $\frac{\eta}{\gamma}$] γ^η A, γίνεται B₁. 10 πλευρὰ suppl. *Ba*.

gulum rectangulum et □ numerum, ita ut, ab area subtracto illo □, residuus 6^ies sumptus faciat quadratum. Rursus formetur triangulum ab x et $\frac{1}{x}$, et sit □^i radix x minus $\frac{1}{x}$ cum coefficiente dimidio dati numeri, hoc est minus $\frac{3}{x}$.

$$6-\frac{10}{x^2}=\frac{1}{6}\,\square,\quad \text{et } 6^{\text{ies}} \text{ [et in } x^2];$$

$$36x^2-60=\square : \text{a radice } (6x-2);$$

unde invenitur

$$x=\frac{8}{3}.$$

Formatur igitur triangulum ab $\frac{8}{3}$ et $\frac{3}{8}$; et quadrati radix est $\frac{37}{24}$. Invento triangulo, illud pono in x et secutus propositionem, inveniam x rationalem. Et constat (propositum).

V.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, a dato numero subtracta, faciat quadratum.

Esto datus 10.

Rursus ponatur triangulum $3x$, $4x$, $5x$; fit:

$$10-6x^2=\square,$$

et aequando ad x^2 cum coefficiente quadratico, deducitur quaestio rursus ad inveniendum triangulum rectangulum et □ numerum ita ut ille □ plus area faciat $\frac{1}{10}$ quadrati.

τὸ] τὸν AB₁. 18 ς γ̄ . ς δ̄] ἀπὸ ἀριθμοῦ ᾱ AB₁. 22 ποιεῖ AB₁. ι □^ους AB, δέκατον τετράγωνον *Ba*.

πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ ς ᾱ καὶ ς$^{\times}$ ᾱ, ἡ δὲ τοῦ □^{ου} πλ., ς$^{\times}$ ᾱ καὶ ς ε̄, καὶ γίνεται ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τοῦ ⟨□^{ου}⟩, Δ^{Y} κ̄ς̄ Μ̊ ῑ· ταῦτα ι^{κις}· γίνεται Δ^{Y} σ̄ξ̄ Μ̊ ρ̄ ἴσ. □^{φ}· καὶ τὰ δ^{α}· γίνονται Δ^{Y} ξ̄ε̄ Μ̊ κ̄ε̄ ἴσ. □^{φ}· τῷ ἀπὸ πλ. Μ̊ ε̄ ς η̄, ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ς Μ̊ π̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· καὶ ὁμοίως τοῖς πρὸ τούτου εὑρήσομεν.

ς.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ προσλαβὼν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ ζ̄.

Τετάχθω πάλιν τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ς γ̄, ς δ̄, ς ε̄· καὶ γίνονται Δ^{Y} ς̄ ς γ̄ ἴσ. Μ̊ ζ̄. καὶ δεῖ τῶν ς τῷ ∟′ ἐφ' ἑαυτὸ προσθεῖναι τὰς Δ^{Y} ⟨ἐπὶ τὰς Μ̊⟩, καὶ ποιεῖν □^{ον}· οὐ ποιεῖ δέ· ὥστε δεήσει εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ∟′ μιᾶς τῶν ὀρθῶν προσλαβὼν τὸν ζ$^{πλ.}$ τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ □^{ον}.

ἔστω ὁ ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ς ᾱ, ὁ δὲ ἐν τῇ ἑτέρᾳ Μ̊ ᾱ· καὶ γίνονται ς γ̄ ∟′ Μ̊ δ$^{\times}$· καὶ πάντα δ^{κις}· γίνονται ς ι̅δ̅ ⟨Μ̊ α⟩ ἴσ. □^{φ}.

καὶ ἵνα καὶ τὸ ὀρθογώνιον ῥητὸν κατασκευάσωμεν, δεῖ καὶ Δ^{Y} ᾱ μετὰ Μ̊ ᾱ εἶναι □^{ον}.

---

1 ἀπὸ ς$^{\times}$ ᾱ καὶ ς ᾱ *Ba*. 2 ς ε̄] ς̄ καὶ ε̄ A. 3 τετραγώνου suppl. *Ba*. 4 σ̄ξ̄] τ̄ξ̄ *Ba*. 5 Μ̊ ε̄ ς η̄] ἀριθμῶν ε̄ μονάδων ῑ AB$_1$. π̄] η̄ AB$_1$. 10 ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν] ἕνα τὸν ⊥ AB, ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 13 ὁ τρίγωνος δεδομένος A *Ba*. 14/15 δεῖ τὸν ἀριθμῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτῶν A. 15 τῷ] τὸ B$_1$. ἐφ' ἑαυτῷ *Ba*. 15/16 ἐπὶ τὰς Μ̊ supplevi, ἑπτάκις γενομένας *Ba*. 16 ποιεῖ] ποιεῖν AB, ποιεῖται *Ba*. 18 ὀρθῶν] ⊥ AB, περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 19, p. 404, 4, 7). ἑπταπλάσιον τὸν ἐν *Ba*. ποιεῖ AB$_1$. 19 τῶν] τὸν AB$_1$ (item p. 404, 4, 7). 21 Μ̊ ᾱ suppl. *Ba*. 22 καὶ prius om. *Ba*. 23 μετὰ *Ba*, ᾱ AB. ᾱ post.] δ̄ AB$_1$. εἶναι □^{ον}] ἴσας εἶναι τετραγώνῳ *Ba*.

Formetur triangulum ab x et $\frac{1}{x}$, et sit $\square^{i}$ radix: $\frac{1}{x}+5x$; fit summa $\square^{i}$ et areae: $26x^2+10$. Ista 10^{ies}, fit

$$260x^2+100=\square;\ \text{et}\ \tfrac{1}{4}\ \text{sumendo},$$

$$65x^2+25=\square:\ \text{a radice}\ (5+8x);$$

unde invenitur:

$$x=80.$$

Ad positiones, et inveniemus sicut in praecedentibus.

VI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, plus 6 una perpendicularium, faciat datum numerum.

Esto datus 7.

Ponatur rursus triangulum specie datum: $3x.4x.5x$. Fit:

$$6x^2+3x=7.$$

Oportet dimidio coefficienti x in seipsum multiplicato addere productum coefficientium x^2 et unitatis et facere $\square$; sed haud ita fit; oportebit igitur invenire triangulum rectangulum tale ut quadratus a dimidia perpendiculari una, plus 7^{plo} areae, faciat quadratum.

Sit perpendicularis una x, altera 1. Fit $3\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$, et omnia quater:

$$14x+1=\square,$$

et, ut triangulum rationale construamus, oportet quoque

$$x^2+1=\square.$$

ἡ ὑπεροχὴ γίνεται Δ^{Y} ᾱ ⋔ ϛ ιδ̄· ἡ μέτρησις· ϛ ᾱ κατὰ ϛ ᾱ ⋔ $\mathring{M}$ ιδ̄· τῆς ὑπεροχῆς τὸ ∟′ ἐφ᾽ ἑαυτὸ γίνεται $\mathring{M}$ μθ̄ ἴσαι τῷ ἐλάσσονι, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\frac{\zeta}{\kappa\delta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. τάσσω οὖν μίαν τῶν ὀρθῶν τοῦ τριγώνου $\frac{\zeta}{\kappa\delta}$, τὴν δὲ ἑτέραν $\mathring{M}$ ᾱ. καὶ πάντα $\zeta^{\varkappa\iota\varsigma}$· γίνεται ἡ μὲν κδ̄, ἡ δὲ ζ̄, ἡ δὲ ὑποτείνουσα κε̄. [καὶ] γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ μετὰ $\beta^{\alpha\varsigma}$ τῶν ὀρθῶν Δ^{Y} πδ̄ ϛ ζ̄. ταῦτα ἴσα $\mathring{M}$ ζ̄· ὅθεν ὁ ϛ εὑρίσκεται ⟨δ^{χ}· ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον⟩ $\mathring{M}$ ϛ̄, $\delta^{\omega\nu}$ ζ̄, $\delta^{\omega\nu}$ κε̄, καὶ μένει.

ζ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ λείψας τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}$ ζ̄.

Καὶ πάλιν, ἐὰν τάξωμεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει, ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως μιᾶς ὀρθῆς τὸ ∟′ ἐφ᾽ ἑαυτὸ γενόμενον καὶ προσλαβὸν τὸν $\zeta^{\pi\lambda.}$ τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, ποιῇ $\square^{ov}$. καὶ εὕρηται ὃν ζ̄, κδ̄, κε̄.

1 ιδ̄] ιγ̄ AB_1. ᾱ post.] δ̄ AB_1. 2 ιδ̄] δ̄ AB_1. 3 ἐλάττ. B_1. 5 κδ̄] κζ̄ AB_1. $\zeta^{\varkappa\iota\varsigma}$] *Ba* add. καὶ ἐν ἀριθμοῖς, deinde ἀριθμῶν ante κδ̄, ζ̄ et κε̄ (6). 6 καὶ *Ba*, $\mathring{\mu}$ A, om. B. 7 β̄ AB, δευτέραν *Ba*. 8/9 δ^{χ}· ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον supplevi, α^{δ}. αἱ δὲ τοῦ τριγώνου πλευραὶ *Ba*. 9 $\delta^{\omega\nu}$ bis] $\mathring{\mu}$ AB. 12 αὐτοῦ om. B_1. ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν] ἕνα τὸν ὀρθογώνιον AB, ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 15 αὐτὸν AB. 17 ὀρθῆς] ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. προσλαβὼν

Differentia est $x^2 - 14x$; factores, x et $x - 14$; istorum differentia dimidia in seipsam fit 49, aequandum minori (quadrato), et fit

$$x = \frac{24}{7}.$$

Ad positiones. Pono unam perpendicularem trianguli esse $\frac{24}{7}$, alteram 1, et omnia 7^{les}; fit una 24, altera 7, hypotenusa 25. Et (omnibus in x sumptis) area plus secunda perpendiculari fit

$$84x^2 + 7x = 7;$$

unde invenitur

$$x = \frac{1}{4}.$$

Erit igitur triangulum:

$$6 \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{25}{4},$$

et constat (propositum).

VII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, minus una perpendicularium, faciat datum numerum. 7

Esto datus 7.

Si rursus ponimus triangulum specie datum, deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut dimidia perpendicularis una in seipsam multiplicata, addito 7^{plo} areae, faciat □. Inventum est:

7. 24. 25.

AB. 18 ἑπταπλάσιον *Ba*. ποιεῖ A. 19 εὕρητε *Ba*. ὃν scripsi, ὁ ὢν AB.

τάσσω οὖν ἐν ς^οἱς, καὶ τὸ ἐμβαδόν, λεῖψαν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, γί. Δ^Υ π̄δ̄ ⋀ ς ζ̄· ταῦτα ἴσα M̊ ζ̄· καὶ γίνεται ὁ ς M̊ γ^×.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

η.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν συναμφοτέρῳ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ ϛ̄.

Καὶ πάλιν τετάχθω δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως συναμφοτέρου τῶν ὀρθῶν τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ μετὰ τοῦ ϛ^πλ. τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ □^ον.

Καὶ πάλιν ὑποκείσθω ⟨μία⟩ τῶν ὀρθῶν ς ᾱ, ἡ δὲ ἑτέρα M̊ ᾱ, καὶ γίνεται ζητεῖν Δ^Υ δ^× ς γ̄ ∠′ M̊ δ^× ἴσ. □^ῳ. καὶ πάντα δ^κις. γίνεται Δ^Υ ᾱ ς ῑδ̄ M̊ ᾱ ἴσ. □^ῳ, καὶ Δ^Υ ᾱ M̊ ᾱ ἴσ. ⟨□^ῳ⟩.

ἡ ὑπεροχὴ ς ιδ· ἡ μέτρησις· ς β̄ κατὰ M̊ ζ̄· τῆς τούτων ὑπεροχῆς τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ γίνεται Δ^Υ ᾱ M̊ ῑβ̄ δ^× ⋀ ς ζ̄ ἴσ. Δ^Υ ᾱ M̊ ᾱ. καὶ γίνεται ὁ ς M̊ $\frac{\mu\epsilon}{\kappa\eta}$.

ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον M̊ $\frac{\mu\epsilon}{\kappa\eta}$, M̊ ᾱ, M̊ $\frac{\nu\gamma}{\kappa\eta}$· καὶ πάντα

1 *λήψας* AB. 1/2 *ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν*] *ἕνα τὸν* ⊥ A, ᾱ *τὸν* ⊥ B, *ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν Ba.* 3 γ^×] ε̄ AB₁. 7 *συναμφοτέροις* A, *συναμφοτέραις Ba.* 7/8 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν* ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν* (item 12, 14). 8 *δοθέντα*] *Ba* add. *ἀριθμόν.* 10 *δεδομένος* AB. 12 *συναμφότερος* AB, *συναμφοτέρας Ba.* 13 *ἑξαπλασίου Ba.* 14 *μία* suppl. *Ba.* 15 γ̄ ∠′] ῑξ̄ AB, ξ̄^δ *Ba.* 16 *καὶ* post.] *ἀλλὰ καὶ Ba.* 17 *τετραγώνῳ* suppl. *Ba.* 19 *τούτις* A, *τούτου* B₁. *ἑαυτὸ* om. A. 20 ⋀ om. A.

Illud pono in x, et area, minus una perpendiculari, fit

$$84x^2 - 7x = 7,$$

unde

$$x = \frac{1}{3}.$$

Ad positiones.

VIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus summa perpendicularium faciat datum.

Esto datus 6.

Rursus posito specie dato, deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut summa perpendicularium dimidia in seipsam multiplicata, addito 6^plo areae, faciat □.

Rursus supponatur perpendicularium una esse x, altera 1; fit quaerendum

$$\tfrac{1}{4}x^2 + 3\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{4} = \square,$$

et omnia quater:

$$x^2 + 14x + 1 = \square,$$

cum

$$x^2 + 1 = \square.$$

Differentia: $14x$. Factores: $2x$ et 7. Istorum dimidia differentia in seipsam fit:

$$x^2 + 12\tfrac{1}{4} - 7x = x^2 + 1;$$

unde

$$x = \frac{45}{28}.$$

Erit igitur triangulum: $\frac{45}{28}$. 1. $\frac{53}{28}$; et omnia 28^ies;

κ̅η̅^κις· γίνεται ἄρα τὸ τρίγωνον ϛ μ̅ε̅, ϛ κ̅η̅, ϛ ν̅γ̅, καὶ γίνεται τὸ ἐμβαδὸν μετὰ συναμφοτέρου τῶν ὀρθῶν Δ^{Y} χ̅λ̅ ϛ ο̅γ̅ ἴσ. $\mathring{M}$ ϛ̅, καὶ γίνεται ὁ ϛ ῥητός.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

θ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, λείψας τὸν ⟨ἐν⟩ συναμφοτέρῳ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}$ ϛ̅.

Καὶ πάλιν, ἐὰν τάξωμεν τὸ ζητούμενον τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει, γίνεται ζητεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως συναμφοτέρου τῶν ὀρθῶν τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ προσλαβὸν τὸν ϛ^πλ. τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ □^ον. τοῦτο δὲ προδέδεικται καὶ ἔστιν κ̅η̅, μ̅ε̅, ν̅γ̅.

τάσσω οὖν αὐτὰ ἐν ϛ, καὶ πάλιν γίνεται Δ^{Y} χ̅λ̅ ⋔ ϛ ο̅γ̅ ἴσ. $\mathring{M}$ ϛ̅· ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\frac{\lambda\epsilon}{\overline{ϛ}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ι.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν συναμφοτέρῳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}$ δ̅.

Καὶ πάλιν τάξομεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει· ἀπ-

1 κη^κις] κ̅η̅ AB, εἰς κ̅η̅ *Ba*. 2 συναμφότερον AB, συναμφοτέρας *Ba*. τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 7, 12, 21). 5 Numerum θ et litera initialis E (6) desunt in B_1. 7 λήψας AB. ἐν suppl. *Ba*. συναμφότερον AB, συναμφοτέρᾳ *Ba*. 9 $\mathring{M}$ om. *Ba*. 10 ἐὰν τάξωμεν] τάξομεν B_1. 12 συναμφοτέραν A, συναμφότερον B, συναμφοτέρας *Ba*. 13 προσλαβὼν *Ba*, λήψας AB. ἑξαπλάσιον *Ba*. ποιεῖ AB. 15 ἐν om. B_1. χ̅λ̅] χ̅δ̅ B_1. 18 ι̅] η̅ B_1. 20 συναμφοτέρᾳ *Ba*.

fit triangulum: $45x$. $28x$. $53x$, et area plus summa perpendicularium:

$$630x^2 + 73x = 6;$$

unde fit x rationalis.

Ad positiones.

IX.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area minus 9
summa perpendicularium faciat datum numerum.

Esto datus 6.

Rursus, si specie datum ponimus triangulum quaesitum, inveniendum est triangulum rectangulum tale ut summa perpendicularium dimidia in seipsam multiplicata, addito 6^{plo} areae, faciat □. Hoc supra monstratum est: habemus 28. 45. 53.

Ista ponimus in x et fit rursus:

$$630x^2 - 73x = 6,$$

unde invenitur

$$x = \frac{6}{35}.$$

Ad positiones.

X.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, plus 10
summa hypotenusae et perpendicularium unius, faciat datum numerum.

Esto datus 4.

Rursus illud ponemus specie datum; deducitur *ἄγεται πάλιν εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως συναμφοτέρου ⟨τῆς⟩ τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ⟨μετὰ τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ* $\delta^{\varkappa\iota\varsigma}$ *γενομένου, ποιῇ τετράγωνον.*

πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ *καὶ* $ϛ\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$, *καὶ γίνεται συναμφοτέρου τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ⟩* $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}\,K^{Y}\bar{\delta}\,\Delta^{Y}\bar{\varsigma}\,ϛ\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· *ὁ δὲ* $\delta^{\pi\lambda.}$ *τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ* $K^{Y}\bar{\delta}\,\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}\,ϛ\bar{\eta}$· *ὥστε δεήσει ζητεῖν* $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}\,K^{Y}\bar{\eta}\,\Delta^{Y}\overline{\iota\eta}\,ϛ\overline{\iota\beta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$· *τῷ ἀπὸ* $\pi^{\lambda.}$ $ϛ\bar{\varsigma}\,\mathring{M}\bar{\alpha}\pitchfork\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *καὶ γίνεται ὁ ϛ,* $\bar{\delta}\,\varepsilon^{\omega\nu}$. *πλασσεται ἄρα τὸ τρίγωνον ἀπὸ ⟨*$M\bar{\alpha}$ *καὶ⟩* $\overset{\varepsilon}{\bar{\vartheta}}$· *καὶ ἅπαντα* $\varepsilon^{\varkappa\iota\varsigma}$· *πλασθήσεται πάλιν τὸ τρίγωνον ἀπὸ* $\bar{\vartheta}$ *καὶ* $\bar{\varepsilon}$.

Καὶ λαβὼν τὰ ἐλάσσονα τῶν ὁμοίων, τάσσω αὐτὸ ἐν ϛ· γίνεται $ϛ\overline{\varkappa\eta}$, $ϛ\overline{\mu\varepsilon}$, $ϛ\overline{\nu\gamma}$. *καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν,* $\Delta^{Y}\overline{\chi\lambda}\,ϛ\overline{\pi\alpha}$ *ἴσ.* $\mathring{M}\bar{\delta}$· *καὶ γίνεται ὁ ϛ* $\overset{\rho\varepsilon}{\bar{\delta}}$. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.*

ια.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, λείψας τὸν ἐν συναμφοτέρῳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}\bar{\delta}$.

2 *συναμφότερος* AB, *συναμφοτέρας Ba*, qui suppl. *τῆς*. 2/3 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν* ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν Ba* (item 16, 21). 3—7 *προσλαβὼν τὸν τοῦ ἐμβαδοῦ τετραπλασίονα ποιῇ τετράγωνον. πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ ϛ* $\bar{\alpha}$ *καὶ* $\mathring{M}\bar{\alpha}$ *καὶ ποιεῖ συναμφοτέρας τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ* suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 8 *τετραπλασίων Ba*, $\Delta\,\beta$ AB. $K^{Y}\bar{\delta}$] $\Delta^{Y}\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ AB, $K^{Y}\bar{\alpha}$ *Ba*. $\bar{\eta}$] $\bar{\delta}$ *Ba*. 9 $\Delta^{Y}\Delta^{Y}\bar{\delta}$ AB_1. $\bar{\eta}$] $\overline{\iota\beta}$ *Ba*. $\overline{\iota\beta}$] $\bar{\eta}$ *Ba*.

quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut hypotenusae et perpendicularium unius dimidia summa in seipsam multiplicata, ⟨plus 4^{plo} areae, faciat □.

Formetur triangulum ab 1 et $x + 1$. Hypotenusae et perpendicularium unius dimidia summa in seipsam multiplicata⟩, fit $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$; et 4^{plus} areae, $4x^3 + 12x^2 + 8x$. Sic oportebit quaerere

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 12x + 1 = \square$: a radice $(6x + 1 - x^2)$.

Fit
$$x = \frac{4}{5}.$$

Formatur igitur triangulum ab 1 et $\frac{9}{5}$. Omnia 5^{ies}; formabitur triangulum a 9 et 5.

Similium minima sumens, pono triangulum in x; fit $28x$. $45x$. $53x$, et area plus summa hypotenusae et perpendicularium unius:
$$630x^2 + 81x = 4,$$
unde
$$x = \frac{4}{105}.$$

Ad positiones.

XI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, minus 11
summa hypotenusae et perpendicularium unius, faciat datum numerum.

Esto datus 4.

10 *πλευρᾶς* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,ϛϛ\bar{\varsigma}\pitchfork\mathring{M}\bar{\alpha}$ *Ba*. $\bar{\Delta}\varepsilon'$ AB, $\bar{\varepsilon}^{\delta}$ *Ba*. 11 $\mathring{M}\bar{\alpha}$ *καὶ* supplevi, $\bar{\varepsilon}^{\delta}$ *καὶ Ba*. $\bar{\vartheta}^{\delta}$ *Ba*. 12 $\varepsilon^{\varkappa\iota\varsigma}$] *τετράκι Ba*. $\bar{\vartheta}$] $\bar{\beta}$ AB_1. 13 *αὐτὸν* AB. 15 *συναμφοτέρας Ba*. 18 Numerum *ια* et literam initialem E (19) om. B_1. 20 *λήψας* AB. *συναμφοτέροις* AB, *συναμφοτέρᾳ Ba*.

Καὶ πάλιν τάξομεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει. ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ δ$^{\kappa\iota\varsigma}$ γενόμενος προσλαβὼν συναμφοτέρου τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ποιῇ τετράγωνον, καὶ δειχθήσεται ὅτι ἔστιν $\overline{\kappa\eta}$, $\overline{\mu\epsilon}$, $\overline{\nu\gamma}$.

τάσσω αὐτὸ ἐν ς καὶ γίνονται $\Delta^{Y}\overline{\chi\lambda}$ ⋔ ς $\overline{\pi\alpha}$ ἴσ. $\mathring{M}\,\overline{\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}$ ς$^{\chi}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ⟨ἡ ὑπεροχὴ τῶν ὀρθῶν ᾖ τετράγωνος⟩, καὶ ὁ ἐν τῇ μείζονι τῶν ὀρθῶν ᾖ τετράγωνος, ἔτι δὲ καὶ ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ μετὰ ἐλάσσονος ὀρθῆς ποιῇ τετράγωνον.

Πεπλάσθω τρίγωνον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο καὶ ὑποκείσθω ἡ μείζων ὀρθὴ γενομένη ἐκ τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν. δεῖ οὖν εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ᾖ τετράγωνος, καὶ ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν τῆς ὑπεροχῆς τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ποιῇ □^{ον}. τοῦτο δὲ ἐν πᾶσι δυσὶν ἀριθμοῖς, ὅταν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ᾖ διπλασίων.

λοιπὸν ζητοῦμεν καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου μετὰ τῆς ἐλάσσονος τῶν ὀρθῶν ποιεῖν □^{ον}· γίνεται δὲ

1 ἐὰν τάξωμεν *Ba*. 2/3 ἐν τῷ ἐμβαδῷ *Ba*, ἐμβαδός AB. 3 προσλαβὼν] πρὸς AB. 3/4 συναμφότερον A, συναμφοτέρων B. 4 τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 12, 23 τῷ ⊥ AB). 5 ποιεῖ AB. 7 αὐτὸν AB. 8 $\mathring{M}$ om. *Ba*. 10 Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 11/12 ἡ ὑπεροχὴ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν suppl. *Ba*, quae mutavi. 12 τῇ μείζονι *Ba*, τῷ $\bar{\alpha}$ AB. 13 ἔτι B, ἔστιν A. καὶ om. *Ba*. 14 ὀρθῆς] ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item pro ὀρθή, 16).

Rursus ponemus illud specie datum; deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut 4$^{\text{plus}}$ areae, plus hypotenusae et perpendicularium unius summa dimidia in seipsam multiplicata, faciat □. Monstrabitur esse 28. 45. 53.

Illud pono in x et fit:

$$630x^2 - 81x = 4; \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{6}.$$

Ad positiones.

Lemma ad sequens.

Invenire triangulum rectangulum tale ut ⟨perpen- 12
dicularium differentia⟩, sicut et maior perpendicularis, sit quadratus, et adhuc area plus minore perpendiculari faciat quadratum.

Formetur triangulum a duobus numeris et supponatur maior perpendicularis fieri ex istorum producto bis. Oportet igitur invenire duos numeros ita ut ipsorum producti 2$^{\text{plus}}$ sit □, et excessus quo producti 2$^{\text{plus}}$ superat differentiam quadratorum ab ipsis, faciat □. Sed hoc fit cum binis numeris quibuslibet, quando maior minoris est 2$^{\text{plus}}$.

Reliquum quaerimus ut area trianguli plus minore perpendiculari faciat □. Est trianguli area 6$^{\text{plus}}$ bi-

ποιεῖ AB$_1$ (item 20, 23). 15 τρίγωνος AB. 18 ὁ] τὸ AB. 21 ἐλάττ. B$_1$. διπλασίων] *Ba* add. πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ καὶ ςς $\bar{\beta}$ καὶ λύεται δύο τῶν ἐπιταγμάτων. 23 μετὰ τὴν ἐλάσσονα AB. γίνεται . . . τετράγωνον (p. 414, 4)] γίνεται δὲ $\Delta^{Y}\Delta\,\bar{\varsigma}\ \Delta^{Y}\bar{\gamma}$. καὶ πάντα παρὰ δύναμιν, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\varsigma}\ \mathring{M}\,\bar{\gamma}$ ἴσαι τετραγώνῳ *Ba*, de loco desperans.

τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ϛ^πλ· τῆς ἀπὸ τοῦ ⟨ἐλάσσονος⟩ ἀριθμοῦ δυναμοδυνάμεως· ὁ δ' ἐν τῇ τῶν ὀρθῶν ἐλάσσονι γ̄ τῶν ἀπὸ ἐλάσσονος τετραγώνων· καὶ πάντα παρὰ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον· ζητήσομεν ἄρα ἀριθμόν τινα ὅπως καὶ οἱ ϛ̄ ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνοι μετὰ M̊γ̄ ποιῶσι τετράγωνον.

ἔστι δὲ ἡ μονὰς μία καὶ ἄλλοι ἄπειροι ἀριθμοί· ὥστε τὸ ζητούμενον ὀρθογώνιον ἔσται πεπλασμένον ἀπὸ M̊ᾱ καὶ M̊β̄.

Ἕτερον εἰς τὸ αὐτὸ χρειῶδες.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ὧν τὸ σύνθεμα ποιεῖ τετράγωνον, εὑρίσκονται ἄπειροι τετράγωνοι ὧν ἕκαστος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα τὸν δοθέντα ⟨καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον⟩ ποιεῖ τετράγωνον.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ δύο ὅ τε γ̄ καὶ ὁ ϛ̄, καὶ δέον ἔστω προσευρεῖν □^ον, ὃς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν γ̄ καὶ προσλαβὼν M̊ϛ̄ ποιεῖ □^ον.

Ἔστω ὁ ζητούμενος □^ος, Δ^Υ ᾱ ϛ β̄ M̊ᾱ· καὶ γίνονται Δ^Υ γ̄ ϛ ϛ̄ M̊θ̄ ἴσ. □^ῳ, καὶ δυνατόν ἐστιν ἀπειραχῶς εὑρεῖν διὰ τὸ τὰς M̊ εἶναι τετραγωνικάς.

ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ π^λ· M̊γ̄ ⋔ ϛ γ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊δ̄· ὥστε ἄρα ἡ τοῦ □^ου π^λ· M̊ε̄.

καὶ ἕτεροι ἄπειροι εὑρίσκονται.

ιβ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ προσλαβὼν τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ τετράγωνον.

---

1 ἐλάσσονος supplevi. 2 ὁ δ' ἐν] ὅθεν AB_1. τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB_1. 3 ἐλάσσονι γ̄] ἐκ τριῶν AB_1. τὸν . . . τετρά-

quadrati a minore numero; et minor perpendicularis 3^{plus} quadrati ab eodem numero. Omnia per quadratum a minore numero; quaeremus igitur numerum talem ut 6^{plus} quadrati ab ipso, plus 3, faciat □.

Tales sunt 1 et alii infinite numeri; sic quaesitum triangulum formabitur ab 1 et 2.

Alterum ad idem utile.

Duobus numeris datis quorum summa facit quadratum, adinvenientur infinite quadrati, quorum unusquisque, in unum datorum multiplicatus, altero addito, facit quadratum.

Sint dati numeri duo, 3 et 6.

Oporteat adinvenire quadratum, cuius productus in 3, addito 6, faciat □.

Sit quaesitus quadratus: $x^2 + 2x + 1$; fit:

$$3x^2 + 6x + 9 = \square.$$

Possibile est hoc invenire infinitis modis, quia coefficiens unitatis est quadraticus.

Esto □ a radice $3 - 3x$; fit $x = 4$.

Radix quadrati quaesiti erit 5, et alii inveniuntur infinite.

XII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus 13
alterutra perpendiculari faciat quadratum.

γωνον AB_1. 5 καὶ om. *Ba.* αὐτῶν AB_1. 8 ὀρθόγωνον A. 10 ἕτερον . . . χρειῶδες] λῆμμα *Ba.* 11 ποιῇ AB. 13 τὸν δοθέντα A, τὸν ἀποδοθέντα B, τῶν δοθέντων *Ba.* 13/14 καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον suppl. *Ba.* 17 M̊] τὸν *Ba.* ποιῇ *Ba.* 19 ἐστι *Ba.* 22 ὥστε] ἔσται *Ba.* 24 ιβ] θ B_1, qui abhinc problemata numerat cum defectu trium unitatum. 26 τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba.*

Τετάχθω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ς ε̅, ς ιβ̅, ς ιγ̅· καὶ γίνεται $Δ^Υ$ λ̅ ς ιβ̅ ἴσ. □ῳ, [καὶ $Δ^Υ$ λ̅ ς ε̅ ἴσ. □ῳ]· καὶ ἔστω ἴσ. $Δ^Υ$ λϛ̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ β̅.

καὶ τοῦ ς ὄντος Μ̊ β̅, δεήσει καὶ $Δ^Υ$ λ̅ ς ε̅ εἶναι □ον· οὐκ ἔστιν δέ. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν □όν τινα, λείψῃ ὃς τὸν λ̅ καὶ παρὰ τὸν λοιπὸν μερισθῇ ὁ ιβ̅, καὶ ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν λκις καὶ προσλαβὼν τὸν επλ. τοῦ εὑρεθέντος ἀριθμοῦ, ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ποιεῖν τετράγωνον $Δ^Υ$ α̅· καὶ ⟨ἐὰν λείψῃ τὸν λ̅ καὶ παρὰ τὸν λοιπὸν μερισθῇ ὁ ιβ̅, γίνεται⟩ ὁ ἀριθμὸς Μ̊ ιβ̅ ἐν μορίῳ $Δ^Υ$ α̅ ⋔ Μ̊ λ̅· ὁ τετράγωνος γίνεται ⟨Μ̊⟩ ρμδ̅ ἐν μορίῳ $Δ^ΥΔ$ α̅ Μ̊ ϡ̅ ⋔ $Δ^Υ$ ξ̅· ταῦτα λκις μετὰ τοῦ επλ. αὐτοῦ, γίνεται $Δ^Υ$ ξ̅ Μ̊ ͵βφκ̅ ἐν μορίῳ $Δ^ΥΔ$ α̅ Μ̊ ϡ̅ ⋔ $Δ^Υ$ ξ̅.

καὶ ἔστι τὸ μόριον τετράγωνος, καὶ δεήσει ἄρα $Δ^Υ$ ξ̅ Μ̊ ͵βφκ̅ εἶναι □ον. καὶ ἔστιν ὁ ς ἐκ τετραγώνου τινός· ⟨ζητητέον ἄρα τοῦτον⟩ $Δ^Υ$ ξκις γενόμενον καὶ προσλαβόντα Μ̊ ͵βφκ̅ καὶ ποιοῦντα □ον. ἐὰν οὖν ἀλλασσομένῳ τῷ ὀρθογωνίῳ κατασκευάσωμεν τὸν ξ̅ μετὰ τοῦ ͵βφκ̅ ποιεῖν □ον, λύσομεν τὸ ζητούμενον. γίνεται δὲ ὁ μὲν ξ̅ ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ὁ δὲ ͵βφκ̅ ἐκ τοῦ στερεοῦ περιεχομένου ἐκ τῆς μείζονος τῶν

1 τὸ τρίγωνον δεδομένον *Ba*, τῷ Γ δεδομένῳ AB_1. 2 λ̅ prius] α̅ AB_1. λ̅ post] ι̅ AB_1. καὶ $Δ^Υ$ λ̅ ς ε̅ ἴσ. □ῳ delet *Ba*. 3 ἴσ. om. *Ba*. Μ̊ om. B. 4 λ̅] α̅ AB_1. 5 ἔστι B. 6 ⋔ ὃς AB, ὃς λείψας *Ba*. καὶ scripsi, ἀριθμὸν AB. 8 επλ.] πενταπλασίονα *Ba*, ἐπὶ AB. ἀριθμὸν om. *Ba*. ποιεῖ AB_1. 10 ποιεῖν τετράγωνον] τετράγωνος *Ba*. 11 ἐὰν λήψῃ . . . . . γίνεται (12) suppl. *Ba*, qui om. ὁ ἀριθμὸς (12). 12 λ̅] γ̅ AB_1. 13 Μ̊ supplevi. $Δ^Υ$ post.] Μ̊ AB_1. 14 αὐτοῦ] τῆς ἑαυτοῦ πλευρᾶς *Ba*. ͵βφκ̅] δτκ̅ AB. 15 ξ̅] *Ba* add. ἴσον τετραγώνῳ. 16 καὶ ἔστιν . . . ὀρθογωνίῳ (20)] τουτέστι δεῖ τετράγωνόν τινα ἑξακοντάκι γενόμενον, καὶ προσλαβόντα Μ̊ ͵βφκ̅, ποιεῖν τετράγωνον. ἐὰν οὖν πλάσσοντες τὸ ὀρθογώνιον *Ba* de loco desperans. 18 ζητητέον ἄρα τοῦτον supplevi, τὸν AB_1. 19/20 ἀλλασσομένῳ scripsi, ἀλλάσσω AB_1. 21 ͵βφβ AB_1 (et 22 ͵βτκ). 22 τῶν] τὸν AB_1 (item fere ubique infra, quae notare supersedeo). 23 περιεχόμενος AB_1. τοῦ μείζονος AB_1 (item p. 418, 4).

Ponatur triangulum specie datum: $5x$, $12x$, $13x$. Fit

$$30x^2 + 12x = \square, \quad [\text{et } 30x^2 + 5x = \square].$$

Sit $30x^2 + 12x = 36x^2$; fit $x = 2$.

Quum sit $x = 2$, oportebit et $30x^2 + 5x$ esse $\square$. Sed haud ita est. Deducitur igitur quaestio ad inveniendum quadratum, cuius excessus supra 30, dividens 12, quotientem faciat, a quo quadratus 30^{ies} sumptus, addito 5^{plo} ipsius quotientis, faciat quadratum.

Quaesitus faciat quadratum x^2: (subtrahendo 30 et per residuum dividendo 12), fit quotiens $\frac{12}{x^2 - 30}$, cuius quadratus est $\frac{144}{x^4 + 900 - 36x^2}$. Multiplicando in 30 et addendo 5^{ies} radicem, fit $\frac{60x^2 + 2520}{x^4 + 900 - 36x^2}$.

Denominator est $\square$. Oportebit igitur et

$$60x^2 + 2520 \text{ esse } \square.$$

Sed x radix est ex quadrato quodam, qui igitur quaerendus est ita ut 60^{ies} sumptus et additus ad 2520 faciat $\square$. Ergo si, mutato triangulo, construamus numeros, ut 60 et 2520, quorum summa sit $\square$, solvemus quaestionem. At 60 est productus laterum circa rectum, 2520 productus maioris perpendicularium, ὀρθῶν, καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ. καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν στερεὸν τὸν περιεχόμενον ἔκ τε τῆς μείζονος τῶν ὀρθῶν, καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ αὐτοῦ, ποιῇ τετράγωνον. καὶ ἐὰν τάξωμεν τὴν μείζονα τῶν ὀρθῶν $\square^{ov}$, καὶ ἅπαντα παραβάλωμεν παρ' αὐτήν, ζητήσομεν τὸν ἐν τῇ ἐλάσσονι τῶν ὀρθῶν αὐτοῦ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, ⟨ποιεῖν⟩ $\square^{ov}$.

ἀπάγεται εἰς τὸ δύο ἀριθμοὺς εὑρόντας ⟨τόν τε ὑπὸ⟩ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, ⟨καὶ τὸν ἐν τῇ ἐλάσσονι τῶν ὀρθῶν⟩, αὖθις ζητεῖν $\square^{ov}$ τινα, ὃς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα τὸν δοθέντα, ⟨καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον⟩, ποιεῖ τετράγωνον.

ταῦτα δὲ λήμματα προεδείχθη καὶ ἔστιν τὸ ὀρθογώνιον $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, $\overline{\varepsilon}$. τάσσω αὐτὸ ἐν ς καὶ γίνεται ζητεῖν $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}\ \varsigma\,\overline{\delta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, καὶ $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}\ \varsigma\,\overline{\gamma}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ πάλιν ἐὰν ἀπολύσωμεν τὴν μείζονα ἰσότητα, γίνεται ὁ ἀριθμὸς $\overset{\circ}{M}\overline{\delta}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\overline{\alpha} \pitchfork \overset{\circ}{M}\overline{\varsigma}$. ἡ ἄρα δύναμις γίνεται $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varsigma}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma} \pitchfork \Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$. ἔσται ἄρα δυνάμεις $\overline{\varsigma}$ μετὰ ἀριθμῶν $\overline{\gamma}$, γί. $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}\ \overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma} \pitchfork \Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$· ⟨ὥστε $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ καὶ⟩ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ὀφείλουσι

---

1 ὀρθῶν bis] ⊥ AB_1 ut ubique, περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 4/5, 5, 7, 8, 9). 2 ὀρθόγωνον A. 6 ποιεῖν AB_1. τὴν] τὸν AB_1. 7 καὶ] ἀριθμὸν AB, ἀριθμὸν καὶ *Ba*. 8 αὐτοῦ] αὐτῆς AB_1, om. *Ba*. 9 ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ] ὑπ' αὐτοῦ AB_1. 10 ποιεῖν supplevi. 11 τὸ] B_1 add. εὑρεῖν. ἀριθμοὺς ... αὖθις (13)] ἀριθμῶν δοθέντων τοῦ τε ἐμβαδοῦ καὶ τῆς ἐλάσσονος τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*, de loco desperans. εὑρόντας scripsi, ὄντας AB_1. 11/12 τόν τε ὑπὸ et 12/13 καὶ τὸν ἐν ... τῶν ὀρθῶν supplevi. 13 αὖθις scripsi, αὐτῆς AB_1. 14/15 καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον suppl. *Ba*. 16 ἔστι B (item p. 420, 2). 17 αὐτὸν AB. 20 μορίῳ Δ^{Y}] $\overset{\circ}{\mu}$ A, μονάδι B_1. 21/22 δυνάμεις $\overline{\varsigma}$] δυνάμεως ἑξαπλασίων *Ba*. 22 γί.] γίνονται AB, om. *Ba*. 23 δυνάμεις ἄρα $\overline{\iota\beta}$ suppl. in lacuna *Ba*, quae mutavi. ὀφείλουσι] *Ba* add. ἴσαι εἶναι τετραγώνῳ, καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν.

differentiae perpendicularium, et areae. Deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut productus laterum circa rectum, addito producto maioris perpendicularium, differentiae perpendicularium, et areae, faciat □. Vel si ponimus maiorem perpendicularium esse □ et omnia per illam dividimus, quaeremus: minorem perpendicularium, plus producto areae et differentiae perpendicularium, facere □.

Deducitur res, duobus numeris inventis, nempe producto areae differentiaeque perpendicularium, et minore perpendicularium, ad quaerendum rursus quadratum quendam, qui multiplicatus in unum datorum, altero addito, faciat □.

Ista lemmata supra monstrata sunt, et est triangulum: 3. 4. 5. Illud pono in x; fit quaerendum:

$$6x^2 + 4x = \square, \quad \text{et} \quad 6x^2 + 3x = \square.$$

Si rursus resolvimus maiorem aequationem, fit numerus[1] $\frac{4}{x^2 - 6}$; cuius quadratus est $\frac{16}{x^4 + 36 - 12x^2}$. Ergo 6^{ies} quadratus plus ter numero erit $\frac{12x^2 + 24}{x^4 + 36 - 12x^2}$, et 12 et 24 quadratum praebere debent qui multipli-

---

1) Nempe numerus incognitus antea positus x. Novus incognitus introducitur sub eadem designatione.

τετράγωνον ὃς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἐλάσσονα τὸν δοθέντα, καὶ προσλαβὼν τὸν μείζονα, ποιεῖ □ον. ἔστιν δὲ ὁ κ̄ε̄· ὥστε ἡ ΔΥ γίνεται Μ̊ κ̄ε̄, ὁ ἄρα ς ἔσται Μ̊ ε̄.

ζητοῦντες οὖν ΔΥ ϛ̄ ς δ̄ ἰσῶσαι, ποιοῦμεν ἴσ. ΔΥ κ̄ε̄, καὶ γίνεται ὁ ς δ̄ ιθων.

ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον ιβ̄, ιϛ̄, κ̄, καὶ μένει.

ιγ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ λείψας τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ τετράγωνον.

Πάλιν ἐὰν τάξωμεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει, ὁμοίως τῷ πρὸ τούτου, ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅμοιον τῷ γ̄, δ̄, ε̄. τετάχθω οὖν ἐν ς καὶ γίνεται ς γ̄, ς δ̄, ς ε̄· καὶ ΔΥ ϛ̄ ⋔ ς δ̄ ἴσ. □ῳ.

καὶ τάξομεν τὸν τετράγωνον ἐλάττονα ΔΥ ϛ̄· ἔρχεται ὁ ς Μ̊ δ̄ ἐν μορίῳ τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ⟨ϛ̄⟩ τετραγώνου τινός.

καὶ ἐὰν τάξωμεν τὸν τετράγωνον ΔΥ ᾱ, γίνεται, τηλικούτου ὄντος τοῦ ςοῦ, ΔΥ ϛ̄ ⋔ ς γ̄ ποιεῖν ἴσ. □ῳ· καὶ αἱ μὲν ΔΥ ϛ̄, Μ̊ ϙϛ̄ ἐν μορίῳ ΔΥΔ ᾱ Μ̊ λϛ̄ ⋔ ΔΥ ιβ̄· τῆς δὲ πλευρᾶς γπλ., Μ̊ ιβ̄ ἐν μορίῳ Μ̊ ϛ̄ ⋔ ΔΥ ᾱ, τουτέστιν Μ̊ οβ̄ ⋔ ΔΥ ιβ̄ ἐν μορίῳ τῷ αὐτῷ.

---

1 ἐπὶ ἐλάσσονα] ε̄ ἐν ἐλάσσονι AB, ἐπὶ τὸν ἐλάσσονα *Ba*. 1/2 τῶν δοθέντων *Ba*. 2 καὶ *Ba*, ἀριθμὸν AB. 4 ἰσῶσαι] *Ba* add. τετραγώνῳ. 5 δ̄ ιθων] δοθεὶς AB, δ̄ιθ *Ba*. 6 Denomin. add. *Ba*. 9 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 12 τῷ B, τὸ A. 14 γίνεται] AB, add. ὁ. 15 ἐὰν τάξωμεν *Ba*, τάξωμεν AB. 16 ϛ̄ suppl. *Ba*. 19 ποιεῖ AB₁. 20 αἱ μὲν ΔΥ ϛ̄] ἡ μὲν δύναμις ἑξάκις ἐστὶ *Ba*. 21 πλευρᾶς *Ba*, ὑπεροχῆς AB. 21/22 τουτέστι B. 22 τῷ αὐτῷ *Ba*, τοῦ αυτῳ αυτῶ A, τοῦ αὐτοῦ B.

catus in minorem datum, maiore addito, faciat □. Talis est 25; ita fit

$$x^2 = 25, \quad \text{et} \quad x = 5.$$

Quaerentes[1] igitur $6x^2 + 4x = \square$, aequamus ad $25x^2$, et fit

$$x = \frac{4}{19}.$$

Erit igitur triangulum: $\frac{12}{19}$. $\frac{16}{19}$. $\frac{20}{19}$, et constat propositum.

XIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, 14
minus alterutra perpendiculari, faciat quadratum.

Rursus si ponimus illud specie datum, ut in praecedenti, deducitur res ad inveniendum triangulum rectangulum simile ad 3. 4. 5. Ponatur ergo in x; fit $3x$. $4x$. $5x$, et

$$6x^2 - 4x = \square.$$

Ponemus □ minorem quam $6x^2$; veniet x quotiens ex 4 diviso per excessum quo 6 superat quendam quadratum.

Hunc quadratum[2] si ponimus esse x_1^2, fit, quum talis sit x ut

$$6x^2 - 3x \text{ aequetur } \square,$$

nempe

$$6x^2 = \frac{96}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2},$$

$$3x = \frac{12}{6 - x_1^2} = \frac{72 - 12x_1^2}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}.$$

---

1) Ad primum incognitum x revertitur Diophantus.

2) Novos incognitos numeros, quorum unus nunc et mox alter introducetur, notavimus x_1 et x_2 ob perspicuitatem; fidelius x simpliciter dicti fuissent. Idem in sequentibus problematis intelligendum est.

καὶ ἐὰν ταῦτα αἴρωμεν ἀπὸ M̊ ϟϛ ἐν μορίῳ τῷ αὐτῷ, λοιπαί εἰσιν Δ^{Y} ιβ ⟨M̊ κδ⟩ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta$ ᾱ M̊ λϛ ⋔ Δ^{Y} ιβ· καὶ ἔστιν τὸ μόριον □^{ος}, ὥστε καὶ Δ^{Y} ιβ M̊ κδ ἴσ. □^{ῳ}· καὶ ἔστιν ὁ ς M̊ ᾱ.

τάσσω οὖν Δ^{Y} ϛ ⋔ ς δ ἴσ. Δ^{Y} ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ς ε^{ων} δ̄· ἔσονται οὖν τοῦ ζητουμένου ὀρθογωνίου πλευραὶ $\overset{\varepsilon}{\iota\beta}$, $\overset{\varepsilon}{\iota\varsigma}$, M̊ δ̄.

Καὶ ἐὰν μὴ θέλῃς χρήσασθαι τῇ M̊, τάξον τὸν ἐλάσσονα ς ᾱ M̊ ᾱ· ὥστε αἱ Δ^{Y} γ̄ M̊ ϛ ἰσχύουσι Δ^{Y} γ̄ ς ϛ M̊ θ̄· καὶ ταῦτα ἴσα □^{ῳ} ποιεῖν ῥᾴδιόν ἐστι, καὶ εὑρεθήσεται ὁ ς οὐ μείζων $\overset{\vartheta}{\iota\gamma}$· ἦν δὲ ὁ ς, ς ᾱ M̊ ᾱ· ἔσται ἄρα ὁ ς οὐ μείζων $\overset{\vartheta}{\kappa\beta}$, καὶ ὁ ἀπὸ τούτων □^{ος} ἀρθεὶς ἀπὸ M̊ ϛ ποιεῖ ς ῥητόν.

ιδ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, λείψας τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ τετράγωνον.

---

2 εἰσι B. M̊ κδ suppl. *Ba.* 3 ἔστι *Ba.* καὶ post.] *Ba* add. δεῖ. 4 ἴσ.] ἰσῶσαι *Ba.* 6 ε^{ων}] μ̊ A *Ba*, μονάδες B. 7 M̊ om. *Ba.* 8/9 τὸν ἐλάσσονα] τὴν τοῦ τετραγώνου πλευρὰν *Ba.* 9 αἱ Δ^{Y} γ̄] ὁ τετράγωνος τρὶς καὶ *Ba.* ἰσχύουσι] ποιοῦσι *Ba.* 11 ἦν δὲ ὁ ς] ἡ δὲ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ ἣ ἐστιν *Ba.* 12 ἄρα ὁ ς om. *Ba.* μείζων *Ba*, μόνον AB_1. 16 τόν τε AB_1. τε om. AB_1. 17 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba.* ποιεῖ AB_1.

Hunc numeratorem si subtrahimus a 96, quum sit idem denominator, residuus est $\frac{12x_1^2+24}{x_1^4+36-12x_1^2}$.

At denominator est □; ergo

$$12x_1^2+24=\square,\quad \text{et}\quad x_1=1.$$

Pono igitur

$$6x^2-4x=x^2,\quad \text{unde fit}\quad x=\frac{4}{5}.$$

Erunt ergo quaesiti trianguli latera: $\frac{12}{5}$, $\frac{16}{5}$, 4.

Si valore 1 uti non velis, pone minorem

$$(x_1)=x_2+1.$$

Ita[1])

$$3x_1^2+6 \text{ aequivalent } 3x_2^2+6x_2+9,$$

quae quadrato aequare facile est. Invenietur x_2 haud maior[2]) quam $\frac{13}{9}$; sed erat $x_1=x_2+1$; ergo x_1 haud maior erit quam $\frac{22}{9}$, et eius quadratus a 6 subtractus faciet x rationalem.

XIV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, minus sive hypotenusa sive una perpendicularium, faciat quadratum.

---

1) Forma $(12x_1^2+24)$, aequanda quadrato, per 4 quadratum dividitur.

2) Ut sit x_1^2 minor quam 6. Ex. gr., ponendo:

$$3x_2^2+6x_2+9=\left(3+\frac{5}{4}x_2\right)^2,$$

invenietur

$$x_2=\frac{24}{23},\quad x_1=\frac{47}{23},\quad x=\frac{4}{6-x_1^2}=\frac{1058}{1303}.$$

Ἔστω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ς γ̅, ς δ̅, ς ε̅, καὶ πάλιν γίνεται ζητεῖν Δ^Υ ϛ̅ ⋔ ς ε̅ ἴσ. □^ῳ, καὶ Δ^Υ ϛ̅ ⋔ ς γ̅ ἴσ. □^ῳ. καὶ ἐὰν ποιήσω Δ^Υ ϛ̅ ⋔ ς γ̅ ἴσ. □^ῳ, γίνεται ὁ ς M̊ γ̅ ἐν μορίῳ M̊ ϛ̅ ⋔ Δ^Υ α̅.

καὶ τοιούτου εὑρεθέντος, αἱ Δ^Υ ϛ̅ γίνονται M̊ ν̅δ̅ ἐν μορίῳ Δ^ΥΔ α̅ M̊ λ̅ϛ̅ ⋔ Δ^Υ ι̅β̅. καὶ δεῖ ἀπὸ M̊ ν̅δ̅ ἐν μορίῳ Δ^ΥΔ α̅ M̊ λ̅ϛ̅ ⋔ Δ^Υ ι̅β̅ ⟨ἀφελεῖν τοὺς ε̅ ς⟩, ἔσονται ἄρα αἱ M̊ ϟ̅ ⋔ Δ^Υ ι̅ε̅ ἐν μορίῳ τῷ αὐτῷ, καὶ τὰ λοιπὰ ποιεῖν ἴσ. □^ῳ· γίνονται δὲ λοιπαὶ Δ^Υ ι̅ε̅ ⋔ M̊ λ̅ϛ̅ ἐν μορίῳ Δ^ΥΔ α̅ M̊ λ̅ϛ̅ ⋔ Δ^Υ ι̅β̅ ἴσ. □^ῳ· καὶ ἔστιν τὸ μόριον □^ος· ὥστε καὶ Δ^Υ ι̅ε̅ ⋔ M̊ λ̅ϛ̅ ἴσ. □^ῳ.

Καὶ αὕτη μὲν ἡ ἰσότης ἀδύνατός ἐστι διὰ τὸ τὸν ι̅ε̅ μὴ διαιρεῖσθαι εἰς δύο τετραγώνους· οὐ πάντως δὲ τὸ ἐξ ἀρχῆς ἀδύνατόν ἐστι· δέον οὖν διορίζεσθαι περὶ τοῦ τριγώνου. γεγόνασι γὰρ αἱ μὲν Δ^Υ ι̅ε̅ ἔκ τινος □^ου, ἐλάσσονος τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, πολλαπλασιασθέντος ἐπὶ τὸν ὑπὸ τῆς ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν· αἱ δ' ἐν λείψει M̊ λ̅ϛ̅ ἐκ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ἔκ τε τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ἡ ὑποτείνουσα τῆς εἰρημένης τῶν ὀρθῶν. καὶ ἀπῆκται εἰς τὸ πρότερον εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ τετράγωνον ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ἐμβαδοῦ, ὅπως ὁ τετράγωνος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ⟨ὑπὸ τῆς⟩ ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ⟨λείψει⟩ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ἔκ τε τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς εἰρημένης τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς

---

7 ἀφελεῖν τοὺς ε̅ ς^ούς dubitanter supplevi. 7/8 ἔσονται ἄρα αἱ] ἀφελεῖν *Ba*. 9 γίνονται .... Δ^Υ ι̅β̅ ἴσ. □^ῳ (10) om. *Ba*. M̊] Δ^Υ AB_1. 10 ἔστι B. 13 πάντος *Ba*. 17 ὑπὸ] ἐπὶ AB_1. ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 19, 24, 26, p. 426, 4). 18 δὲ ἐν *Ba*. περιέχοντος AB.

Esto triangulum datum specie: $3x, 4x, 5x$. Rursus fit quaerendum:

$$6x^2 - 5x = \square, \quad \text{et} \quad 6x^2 - 3x = \square.$$

Si $6x^2 - 3x$ aequo $\square$, fit x quotiens ex 3 diviso per $(6 - x_1^2)$.

Sic invento x, fiunt

$$6x^2 = \frac{54}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$$

et a $\frac{54}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$ oportet ⟨subtrahere $5x$⟩, hoc est $\frac{90 - 15x_1^2}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$ et residuum aequare quadrato. At residuus est

$$\frac{15x_1^2 - 36}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2} = \square,$$

et denominator est $\square$; ergo $15x_1^2 - 36 = \square$, quae aequatio impossibilis est quia 15 haud partitur in duos quadratos. Sed omnino primitivum problema haud impossibile est; tantum limitatio adhibenda est circa triangulum. Nam $15x_1^2$ est quidam quadratus, area minor, multiplicatus in productum hypotenusae et unius perpendicularium; et quae in minus, 36, sunt productus areae, unius perpendicularium, et excessus hypotenusae supra praedictam perpendicularem. Deducitur igitur res ad inveniendum primo triangulum rectangulum et quadratum numerum area minorem, ita ut quadratus multiplicatus in productum hypotenusae et unius perpendicularium, minus producto areae, praedictae perpendicularis et excessus hypo-

---

22 ὀρθόγωνον A. 24 ὑπὸ τῆς supplevi. 25 λείψει suppl. *Ba*. τὰς στερεὰς AB_1.

ᾗ ὑπερέχει ἡ ὑποτείνουσα ⟨τῆς εἰρημένης τῶν ὀρθῶν ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐὰν πλάσσωμεν τὸ τρίγωνον ἀπὸ δύο ἀριθμῶν καὶ ὑποθώμεθα⟩ τὴν εἰρημένην τῶν ὀρθῶν γεγενῆσθαι ἐκ τοῦ δὶς ὑπ᾽ αὐτῶν, καὶ πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς ⟨αὐτῶν τουτέστι τὴν ὑπεροχὴν⟩ τῆς ὑποτεινούσης καὶ τῆς προειρημένης μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ζητήσομεν πάλιν ἄλλον τινὰ τετράγωνον ⟨ὃς⟩ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ὑπὸ τῆς ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, τοῦ ἐμβαδοῦ ἐπὶ τὴν μίαν τῶν ὀρθῶν ὑπερέχει τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τάξωμεν τοὺς πλάσσοντας τὸ ὀρθογώνιον ὁμοίους εἶναι ἐπιπέδους, διαλύσομεν τὸ ζητούμενον.

Πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\mathring{M}\,\overline{\delta}$ καὶ $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$· ὁ δὲ τετράγωνος ἔστω, ἵνα ἐλάσσων ᾖ τοῦ ἐμβαδοῦ, $\mathring{M}\,\overline{\lambda\varsigma}$· καὶ πλάσας τὸ τρίγωνον, πλάσσω αὐτὸ ἐν ϛ $\overline{\eta}$, ϛ $\overline{\iota\varepsilon}$, ϛ $\overline{\iota\zeta}$· καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ λείψας τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, $\Delta^{\Upsilon}\,\overline{\xi}$ ⋀ ϛ $\overline{\eta}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{\Upsilon}\,\overline{\lambda\varsigma}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\gamma^{\times}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον $\overset{\gamma}{\overline{\eta}}$, $\overset{\gamma}{\overline{\iota\varepsilon}}$, $\overset{\gamma}{\overline{\iota\zeta}}$, καὶ μένει.

1—4 τῆς εἰρημένης . . . . ὑποθώμεθα supplevi. 4 ὀρθῶν] *Ba* add. ποιῇ τετράγωνον. 5 αὐτὸν A, αὐτοῦ B_1. 6 τῆς ὑπεροχῆς om. *Ba*. 6/7 αὐτῶν τουτέστι τὴν ὑπεροχὴν supplevi. 8 ὀρθῶν] ⊥ AB. 9 ὃς πολλαπλασιασθεὶς] πολλὴν AB. 10 ὀρθῶν om. *Ba*. 10/11 μίαν τῶν ὀρθῶν] πρώτην τὸν ⊥ AB. 11 ὑπερέχει] ὑπεροχῆς AB. τετράγωνον B. 12 ἐπιπέδῳ AB. 13 διαλύσωμεν A*Ba*. 16 πλάσσας A, πλάσσων B. τὸ] τὸν AB_1. αὐτὸν AB_1. ἐν] *Ba* add. ϛϛ^{οἱς}· ἔσται. 17 ἐν μιᾷ] ἐν ᾱ A, ἕνα B. 18 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*.

tenusae supra ⟨eandem perpendicularem, faciat quadratum.

Si formemus triangulum a duobus numeris (X_1, X_2) et supponamus⟩ praedictam perpendicularem fieri ex $2X_1X_2$, et omnia dividamus per $(X_1 - X_2)^2$, hoc est per differentiam hypotenusae et praedictae perpendicularis[1]), quaeremus rursus alium quendam quadratum qui multiplicatus in productum hypotenusae et unius perpendicularium, quadrato superet productum areae in dictam perpendicularem. Si autem numeros triangulum formantes ponimus esse similes planos[2]), resolvemus quaesitum.

Formetur triangulum a 4 et 1. Quadratus, ut minor sit quam area, esto 36. Formato triangulo, illud pono in x:

$$8x. \quad 15x. \quad 17x;$$

fit area, minus una perpendicularium,

$$60x^2 - 8x : \text{aequentur } 36x^2,$$

fit

$$x = \frac{1}{3}.$$

Ad positiones. Erit triangulum:

$$\frac{8}{3}, \quad \frac{15}{3}, \quad \frac{17}{3},$$

et constat (propositum).

---

1) Hypotenusa est $X_1^2 + X_2^2$. Subtrahendo perpendicularem $2X_1X_2$, fit $(X_1 - X_2)^2$. Altera perpendicularis est $X_1^2 - X_2^2$.

2) Hoc est: numeros in ratione quadrati ad quadratum.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐὰν τετράγωνός τις πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα αὐτῶν καὶ λείψας τὸν ἕτερον ποιῇ τετράγωνον, καὶ εὑρίσκεται τετράγωνος καὶ ἕτερος μείζων τοῦ προειρημένου τετραγώνου, τὸ αὐτὸ ποιῶν.

Δεδόσθωσαν δύο ἀριθμοὶ ὅ τε γ̄ καὶ ὁ ῑᾱ, καὶ τετράγωνός τις, ὁ ἀπὸ τοῦ ε̄, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν γ̄ καὶ λείψας τὸν ῑᾱ, ποιείτω τετράγωνον, τὸν ὄντα ἀπὸ πλευρᾶς Μ̊ η̄. δέον ἔστω ζητεῖν ἕτερον τετράγωνον μείζονα τοῦ κ̄ε̄, τὸ αὐτὸ ποιοῦντα.

Ἔστω ἡ τοῦ □^ου^ π^λ.^ ς ᾱ Μ̊ ε̄· ὁ □^ος^ γίνεται Δ^Υ^ α ς ῑ Μ̊ κ̄ε̄· ταῦτα τρὶς ⋔ Μ̊ ῑᾱ, γίνονται Δ^Υ^ γ̄ ς λ̄ Μ̊ ξ̄δ̄ ἴσ. □^ῳ^ τῷ ἀπὸ π^λ.^ Μ̊ η̄ ⋔ ς β̄· καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ξ̄β̄. ἔσται ἄρα ἡ π^λ.^ Μ̊ ξ̄ζ̄, ὁ □^ος^ ͵δυπθ, καὶ οὗτος ποιεῖ τὸ ἐπιταχθέν.

ιε.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐὰν τάξωμεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει, πάλιν ἔρχεται ἡμῖν διορίζεσθαι καὶ ζητεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ τετράγωνον ἀριθμὸν μείζονα ὄντα τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, ὅπως ὁ τετράγωνος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ⟨ὑπὸ τῆς⟩ ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν

---

1 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 2 ἀριθμοὶ δοθέντες AB_1. 2/3 πολλαπλασιάσῃ AB. 3 αὐτὸν AB_1. λείψας] λειπῇ AB_1. 4 καὶ prius om. *Ba*. καὶ ἕτερος τετράγωνος *Ba*. 5 τετραγώνου] *Ba* add. ὃς. ποιῶν B, ποιῇ A (ex corr.) *Ba*. 6 δύο ἀριθμοὶ *Ba*, δυνάμεις ἀριθμῶν AB. ῑᾱ *Ba*, ᾱ AB. 10 ποιοῦντος AB_1. 11 τοῦ om. *Ba*. ῑ *Ba*, ε̄ AB. 12 λ̄ *Ba*, ᾱ AB. 13 τῷ om. *Ba*. ξ̄β̄] ξ̄η̄ A. 14 οὕτως AB_1.

Lemma ad sequens.

Duobus numeris datis, si quadratus aliquis multiplicatus in unum ipsorum, altero subtracto, facit quadratum, invenitur quoque alius quadratus maior praedicto quadrato eademque faciens. 16

Dati sint duo numeri 3 et 11, et quadratus aliquis, nempe a 5, talis ut $3 \times 5^2 - 11$ faciat quadratum a radice 8. Oporteat quaerere alium quadratum maiorem quam 25, eademque facientem.

Sit quadrati radix $= x + 5$; fit quadratus

$$= x^2 + 10x + 25.$$

Ista ter et minus 11, fiunt

$$3x^2 + 30x + 64 = \square : \text{a radice } (8 - 2x);$$

unde

$$x = 62.$$

Erit radix $= 67$, et quadratus $= 4489$, proposito satisfacit.

XV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, plus sive hypotenusa sive una perpendicularium, faciat quadratum. 17

Illud si ponimus datum specie, rursus devenimus ad limitandum et quaerendum triangulum rectangulum et quadratum numerum, area maiorem, ita ut quadratus, multiplicatus in productum hypotenusae et

---

18 προσλαβὼν] ⋔ A, λείψας B_1. τε om. B_1. 19 τῶν ὀρθῶν] τὸν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 24 ὑπὸ τῆς suppl. *Ba*. ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item p. 430, 3, 9, 11).

τοῦ ζητουμένου ὀρθογωνίου, ⟨λείψει⟩ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ⟨ἐκ τοῦ⟩ ἐν τῷ ἐμβαδῷ καὶ τῆς προειρημένης μιᾶς τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ἡ ὑποτείνουσα τῆς προειρημένης μιᾶς, τῆς ὑπεροχῆς τετραγώνου ⟨οὔσης, ποιῇ τετράγωνον⟩.

Πεπλάσθω οὖν τὸ τρίγωνον ἀπὸ Μ̊ δ̄ καὶ Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ □ος Μ̊ λ̄ς̄· καὶ οὐκ ἔστιν μείζων τοῦ ἐμβαδοῦ· ἔχοντες οὖν δύο ἀριθμούς, τὸν μὲν ἕνα, τὸν ὑπὸ τῆς ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, τουτέστι Μ̊ ρλς· τὸν δὲ λοιπόν, τὸν στερεὸν τὸν περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ τῆς προειρημένης μιᾶς τῶν ὀρθῶν, τὸν ͵δτκ· ἐπεὶ οὖν □ος τις, ὁ ὢν Μ̊ λ̄ς̄, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ρλ̄ς̄ καὶ λείψας τὸν ͵δτκ, ποιεῖ □ον, ζητοῦμεν δὲ τὸν □ον μείζονα εἶναι τοῦ λ̄ς̄, ἐὰν οὖν τάξωμεν ΔΥ ᾱ ς ιβ̄ Μ̊ λ̄ς̄, καὶ ἀκολουθήσωμεν τῇ προδεδειγμένῃ ἀποδείξει, εὑρήσομεν ἀπείρους □ους ποιοῦντας τὸ πρόβλημα, ὧν εἷς ἔσται ὁ ὢν Μ̊ χος.

Τάξομεν οὖν τὸ ὀρθογώνιον ς η̄, ς ιε̄, ς ιζ̄, καὶ γίνονται ΔΥ ξ̄ ς η̄ ἴσ. ΔΥ χος· καὶ γίνεται ὁ ς οζχ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ις.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως, τῶν ὀξειῶν ⟨μιᾶς⟩ αὐτοῦ γωνιῶν τμηθείσης δίχα, ὁ τῆς τεμνούσης τὴν γωνίαν ἀριθμὸς ᾖ ῥητός.

1 τοῦ ζητουμένου ὀρθογωνίου om. *Ba*. λείψει suppl. *Ba* et ἐκ τοῦ (2). τοῦ (post στερεοῦ) om. *Ba*. 4/5 τῆς ὑπεροχῆς τετραγώνου] τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 5 οὔσης supplevi, ποιῇ τετράγωνον suppl. *Ba*. 7 ἔστι B. 8 ἔχομεν *Ba*. μὲν ἕνα *Ba*, μείζονα AB. 9 ὑποτεινούσης] ὑπεροχῆς A. 16 τάξομεν A] *Ba* add. αὐτόν. 17 εὑρήσωμεν A. □ους

unius perpendicularis quaesiti trianguli, minus producto areae, praedictae perpendicularis et excessus hypotenusae supra praedictam (excessu illo exstante quadrato) faciat quadratum.

Ergo formetur triangulum a 4 et 1, et quadratus 36. Non est maior quam area; sic habemus duos numeros: alterum, productum hypotenusae et unius perpendicularium, nempe 136; alterum, productum areae, unius perpendicularis, et excessus hypotenusae supra praedictam perpendicularem, nempe 4320. Quadratus quidam, scilicet 36, multiplicatus in 136, subtracto 4320, facit □: quadratum autem maiorem quam 36 quaerimus. Si ponamus illum esse

$$x^2 + 12x + 36,$$

et praecedentem demonstrationem sequamur, inveniemus infinite quadratos quaestioni satisfacientes, quorum unus erit 676.

Ponemus igitur triangulum: $8x$. $15x$. $17x$; et fit

$$60x^2 + 8x = 676x^2, \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{77}.$$

Ad positiones.

XVI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut, bisecto 18
angulorum acutorum uno, bisectricis numerus sit rationalis.

om. *Ba*. 19 τάξωμεν AB_1. 20 οζχ] ὁ ζ̄ A. 24 μιᾶς supplevi. τμηθεισῶν *Ba*. δίχα scripsi] διχῶς AB hîc et infra in hoc problemate.

Τετάχθω ἡ μὲν τέμνουσα γωνίαν δίχα ϛ ε̄, ἡ δὲ μία τομὴ τῆς βάσεως ϛ γ̄, ἡ ἄρα κάθετος ἔσται ϛ δ̄.

τετάχθω δὴ καὶ ἡ ἐξ ἀρχῆς βάσις Μ̊ ὁσωνδήποτε ἐχουσῶν γ^ον, ἔστω δὴ Μ̊ γ̄· ὥστε δὴ τὸ λοιπὸν τμῆμα τῆς βάσεως, Μ̊ γ̄ ⋔ ϛ γ̄. ἀλλ᾽ ἐπεὶ ἡ γωνία δίχα ἐτμήθη, καὶ ἔστιν ἡ κάθετος ἀποτομῆς ἐπίτριτος, ὥστε καὶ ἡ ὑποτείνουσα τοῦ λοιποῦ τῆς βάσεως ἐστὶν ἐπίτριτος, καὶ τέτακται τὸ λοιπὸν τμῆμα τῆς βάσεως Μ̊ γ̄ ⋔ ϛ γ̄, ἡ ἄρα ὑποτείνουσά ⟨ἐστι⟩ Μ̊ δ̄ ⋔ ϛ δ̄.

λοιπόν ἐστι τὸν ἀπὸ τούτων τετράγωνον, τουτέστιν Δ^Υ ι̅ϛ̅ Μ̊ ι̅ϛ̅ ⋔ ϛ λ̅β̅, ἰσῶσαι τοῖς ἀπὸ τῶν ὀρθῶν τετραγώνοις, τουτέστι Δ^Υ ι̅ϛ̅ Μ̊ θ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\lambda\beta}{\zeta}$· τὰ λοιπὰ δῆλα.

καὶ ἐὰν πάντα λβ^κις ποιήσω, ἔσται ἄρα ἡ μὲν κάθετος Μ̊ κ̅η̅, ἡ δὲ βάσις Μ̊ ϟ̅ϛ̅, ἡ δὲ ὑποτείνουσα Μ̊ ρ̄, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν Μ̊ λ̅ε̅, αἱ δὲ ⟨τομαὶ τῆς βάσεως, ἡ μὲν Μ̊ κ̅α̅, ἡ δὲ Μ̊ ο̅ε̅⟩.

ιζ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ, ποιῇ τετράγωνον, ὁ δὲ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ κύβος.

Τετάχθω ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ ϛ ᾱ, ὁ δὲ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ αὐτοῦ Μ̊ τινῶν τετραγωνικῶν ⋔ ϛ ᾱ, ἔστω Μ̊ ι̅ϛ̅ ⋔ ϛ ᾱ.

ἀλλ᾽ ἐπεὶ ὑπεθέμεθα τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ εἶναι

1 γωνία A. 3 δὴ καὶ om. B₁. 4 ὥστε B, ἔστω A in comp. ἔσται *Ba.* 7 ἡ om. B₁. 9 ἐστι suppl. *Ba.* Μ̊ δ̄ ⋔] ⋔ Μ̊ δ̄ AB₁. 10 τούτων A, τούτου B, ταύτης *Ba.* τουτέστι B. 11 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba.* 12 τουτεστιν *Ba.* ϛ Μ̊ ξ̄ AB. 16 αἱ δὲ om. B. Caetera supplevi; hic A mutilus est. 21 ᾖ κύβος] ῑ κύβους A. 22 τῷ] τῇ A. 25 τὸν] τὸ AB₁.

Ponatur bisectrix esse $5x$, et baseos unum segmentum esse $3x$; altitudo erit $4x$.

Ponatur deinde basis tota aequalis numero unitatum trientem habenti; esto 3. Reliquum baseos segmentum erit $3 - 3x$. Sed angulus bisectus est et altitudo est $\frac{4}{3}$ segmenti adiacentis; ergo $\frac{4}{3}$ reliqui segmenti erit hypotenusa; at reliquum segmentum positum est $3 - 3x$; hypotenusa ergo erit $4 - 4x$.

Restat ut istius quadratus, hic est

$$16x^2 + 16 - 32x,$$

aequetur summae quadratorum a perpendicularibus, haec est $16x^2 + 9$. Fit $x = \frac{7}{32}$. Reliqua patent.

Si omnia 32^{ies} sumimus, erit:

altitudo $= 28$, basis $= 96$, hypotenusa $= 100$,

bisectrix $= 35$ et ⟨baseos segmenta: 21 et 75⟩.

XVII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus hypotenusa faciat quadratum, et perimetrus sit cubus.

Ponatur area $= x$, et hypotenusa sit numerus unitatum quadraticus, minus x; esto $16 - x$.

Quoniam supposuimus aream $= x$, productus lateς ᾱ, ὃ ἄρα ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ γίνεται ς β̄. ἀλλὰ ς β̄ περιέχονται ὑπὸ ς ᾱ καὶ Μ̊ β̄· ἐὰν οὖν τάξωμεν μίαν τῶν ὀρθῶν Μ̊ β̄, ἔσται ἡ ἑτέρα ς ᾱ.

καὶ γίνεται ἡ περίμετρος Μ̊ ιη̄ καὶ οὐκ ἔστι κύβος· ὁ δὲ ιη̄ γέγονεν ἔκ τινος □ου καὶ Μ̊ β̄· δεήσει ἄρα εὑρεῖν □ον τινα, ὅς, προσλαβὼν Μ̊ β̄, ποιεῖ κύβον, ὥστε κύβον □ου ὑπερέχειν Μ̊ β̄.

Τετάχθω οὖν ἡ μὲν τοῦ □ου ⟨πλ.⟩ ς ᾱ Μ̊ ᾱ, ἡ δὲ τοῦ κύβου ς ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ. γίνεται ὁ μὲν □ος, ΔΥ ᾱ ς β̄ Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ κύβος, ⟨ΚΥ ᾱ⟩ ς γ̄ ⋔ ΔΥ γ̄ Μ̊ ᾱ. θέλω οὖν τὸν κύβον τὸν □ον ὑπερέχειν δυάδι· ὁ ἄρα □ος μετὰ δυάδος, τουτέστιν ΔΥ ᾱ ς β̄ Μ̊ γ̄, ἔστιν ἴσος ΚΥ ᾱ ς ⟨γ̄ ⋔ ΔΥ γ̄ Μ⟩ ᾱ, ὅθεν ὁ ς εὑρίσκεται Μ̊ δ̄.

ἔσται οὖν ἡ μὲν τοῦ □ου πλ. Μ̊ ε̄, ἡ δὲ τοῦ κύβου Μ̊ γ̄. αὐτοὶ ἄρα ὁ μὲν □ος Μ̊ κε̄, ὁ δὲ κύβος Μ̊ κζ̄.

Μεθυφίσταμαι οὖν τὸ ὀρθογώνιον, καὶ τάξας αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν ς ᾱ, τάσσω τὴν ὑποτείνουσαν Μ̊ κε̄ ⋔ ς ᾱ· μένει δὲ καὶ ἡ βάσις Μ̊ β̄, ἡ δὲ κάθετος ς ᾱ.

λοιπόν ἐστιν τὸν ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν· γίνεται δὲ ΔΥ ᾱ Μ̊ χκε̄ ⋔ ς ν̄· ἔσται ἴση ΔΥ ᾱ Μ̊ δ̄. ὅθεν ὁ ς Μ̊ χκᾱ / ν.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις καὶ μένει.

---

2 ὑπὸ] ἀπὸ *Ba*. καὶ om. *Ba*. 3 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 6 ὥστε *Ba*, ἔστω AB. 8 πλευρὰ suppl. *Ba*. 10 ΚΥ ᾱ suppl. *Ba*. 12 τουτέστι B. ἔστιν ἴσος] ο ч A, ὁ ἀριθμὸς B, ἴσός ἐστι *Ba*. 12/13 γ̄ ⋔ ΔΥ γ̄ Μ̊ suppl. *Ba*. 17 ὑποτείνουσαν *Ba*, ὑπόστασιν AB. 19 ἐστι B. ἀπὸ *Ba*, ἐπὶ AB. 20 χκ̄] σκε AB₁. 21 ὅθεν] *Ba* add. γίνεται. χκᾱ] σνᾱ AB₁.

rum circa rectum fit $2x = x \times 2$. Ergo, si ponimus unam perpendicularium esse 2, altera erit x.

Fit perimetrus 18, qui non est cubus; sed 18 factus est ex aliquo quadrato plus 2. Oportebit igitur invenire quadratum aliquem qui plus 2 faciat cubum, ita ut cubus quadratum superet unitatibus 2.

Ponatur quadrati radix $= x + 1$,

$$\text{cubi radix} = x - 1.$$

Fit

$$\text{quadratus} = x^2 + 2x + 1,$$

$$\text{cubus} = x^3 + 3x - 3x^2 - 1.$$

Volo cubum esse quadratum plus 2. Ergo quadratus plus 2, hoc est:

$$x^2 + 2x + 3 = x^3 + 3x - 3x^2 - 1,$$

unde invenitur

$$x = 4.$$

Erit igitur quadrati radix $= 5$, cubi radix $= 3$; et ipsi: quadratus $= 25$, cubus $= 27$.

Transformo igitur triangulum et, posita huius area $= x$, pono hypotenusam $= 25 - x$. Restat

$$\text{basis} = 2, \quad \text{altitudo} = x.$$

Reliquum oportet quadratum hypotenusae aequari summae quadratorum a lateribus circa rectum; fit

$$x^2 + 625 - 50x = x^2 + 4,$$

unde

$$x = \frac{621}{50}.$$

Ad positiones; et constat propositum.

ιη.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ, ποιῇ κύβον, ὁ δὲ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ τετράγωνος.

Ἐὰν δὴ ὁμοίως τῷ πρὸ τούτου τάξωμεν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ϛ ᾱ, τὸν δὲ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ Μ̊ κυβικῶν ⋔ ϛ ᾱ, ἔρχεται ζητεῖν τίς κύβος μετὰ Μ̊ β̄ ποιεῖ τετράγωνον.

Τετάχθω ἡ τοῦ κύβου πλ. ϛ ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ· ὁ κύβος ⟨μετὰ Μ̊ β̄⟩ γίνεται K^{Y} ᾱ ϛ γ̄ Μ̊ ᾱ ⋔ $Δ^{Y}$ γ̄· ἔσται □^ος· ἔστω ἀπὸ πλ. ϛ ᾱ ∠′ Μ̊ ᾱ. καὶ γίνεται ὁ ϛ μονάδος κα δ^ων. ἔσται ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ $\overset{δ}{ιζ}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{ξδ}{,δϡιγ}$.

Τάσσω πάλιν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ϛ ᾱ, τὴν δὲ ὑποτείνουσαν Μ̊ $\overset{ξδ}{,δϡιγ}$ ⋔ ϛ ᾱ· ἔχομεν δὲ καὶ τὴν βάσιν Μ̊ β̄, τὴν δὲ κάθετον ϛ ᾱ. καὶ ἐὰν ἰσάσωμεν τὸν ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης □^ον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν □^οις, εὑρήσομεν τὸν ϛ ῥητόν.

ιθ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ τετράγωνον, ὁ δ' ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ κύβος.

5 ὁμῶς τὸ AB₁. 7 ζητεῖν κύβον μετὰ Μ̊ β̄ ποιεῖν B₁. ποιεῖν A. 10 μετὰ μονάδων β̄ suppl. *Ba* post γίνεται. $Δ^{Y}$ γ̄] *Ba* add. ταῦτα ἴσα τετραγώνῳ. ἔσται □^ος] ἔστω *Ba*. 11 ἔστω] + τῷ AB. ∠′ Μ̊ ᾱ om. AB₁. κδ δ′ AB.

XVIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus hypotenusa faciat cubum, et perimetrus sit quadratus. 20

Si ponimus, ut in praecedente, aream $= x$, et hypotenusam aequamus numero unitatum cubico minus x, devenimus ad quaerendum cubum qui, plus 2, faciat quadratum.

Ponatur cubi radix $= x - 1$; cubus, plus 2, fit $x^3 + 3x + 1 - 3x^2 = \square$: esto a radice $\left(1\frac{1}{2}x + 1\right)$. Fit

$$x = \frac{21}{4}.$$

Erit igitur cubi radix $= \frac{17}{4}$; ipse $= \frac{4913}{64}$.

Pono rursus aream $= x$, hypotenusam $= \frac{4913}{64} - x$. Habemus autem basin $= 2$, altitudinem $= x$. Si nunc hypotenusae quadratum aequamus summae quadratorum laterum circa rectum, inveniemus x rationalem.

XIX.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus una perpendicularium faciat quadratum, et perimetrus sit cubus. 21

15 $\overline{δϡ\overset{ξ}{ϛ}γ}$ AB₁. 16 ἰσώσωμεν B. 17 ἴσον om. *Ba*. 21 ἐν μιᾷ] ἕνα AB. ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. ποιεῖ A.

Τετάχθω τὸ ὀρθογώνιον ἀπὸ ἀριθμοῦ τινος ἀορίστου περισσοῦ· ἔστω δὴ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ. ἔσται ἄρα ἡ μὲν κάθετος ϛ β̄ Μ̊ ᾱ, ἡ δὲ βάσις Δ^{Y} β̄ ϛ β̄, ἡ δὲ ὑποτείνουσα Δ^{Y} β̄ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ· λοιπόν ἐστιν τὴν περίμετρον αὐτοῦ εἶναι κύβον, τὸν δὲ ἐν τῷ ἐμβαδῷ μετὰ μιᾶς τῶν ὀρθῶν ποιεῖν τετράγωνον.

γίνεται δὲ ἡ μὲν περίμετρος Δ^{Y} δ̄ ϛ ϛ̄ Μ̊ β̄ ἴσαι κύβῳ· καὶ ἔστιν σύνθετος ἀριθμός· περιέχεται γὰρ ὑπὸ ϛ δ̄ Μ̊ β̄ καὶ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ· ἐὰν οὖν ἑκάστην πλευρὰν μερίσωμεν παρὰ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ, ἕξομεν τὴν περίμετρον αὐτοῦ ϛ δ̄ Μ̊ β̄· ἔσται κύβος.

λοιπὸν ἄρα ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ μετὰ μιᾶς τῶν ὀρθῶν ποιεῖ □^{ον}. γίνεται δὲ ὁ μὲν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ K^{Y} β̄ Δ^{Y} γ̄ ϛ ᾱ ἐν μορίῳ Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ, ἡ δὲ μία τῶν ὀρθῶν ϛ β̄ Μ̊ ᾱ ἐν μορίῳ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ. καὶ ἐὰν ποιήσωμεν τὰ δύο εἰς τὸ αὐτὸ μόριον, γίνονται K^{Y} β̄ Δ^{Y} ε̄ ϛ δ̄ Μ̊ ᾱ. καὶ ἔχουσι κοινὸν μόριον Δ^{Y} ᾱ ϛ β̄ Μ̊ ᾱ, ὥστε τὰ δύο συντεθέντα ποιεῖν ϛ β̄ Μ̊ ᾱ ἴσ. □^{ῳ}· ἐζητοῦμεν δὲ καὶ ϛ δ̄ Μ̊ β̄ ἴσ. κύβῳ. καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν κύβον □^{ου} διπλασίονα· ἔστιν δὲ ὁ η̄, Μ̊ δ̄.

ἔστω ϛ δ̄ Μ̊ β̄ ἴσ. Μ̊ η̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ ᾱ ∠′.

ἔσται ἄρα ὀρθογώνιον $\overset{\varepsilon}{\overline{\eta}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\varepsilon}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\zeta}}$. καὶ μένει.

---

2 περισσοῦ] καὶ ἀπὸ τοῦ μονάδι μείζονος αὐτοῦ Ba. δὴ] δὲ ἀπὸ ϛ ᾱ καὶ ἀπὸ Ba. 4 λοιπὸν . . . Μ̊ ᾱ (9) om. B_1. ἐστι B (item 8, 20). 5 αὐτοῦ dubitanter scripsi, ἐ͂ ·ἰ· A, om. Ba. 6 τῶν Ba, τουτέστιν A. ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν Ba (item 13, 15, p. 440, 3). 7 Μ̊] δύναμις A. 11 ἔσται] ἴσην Ba. 12 ὁ] τὸν Ba. 13 ποιεῖν Ba. 14 μιᾶς A. 16 εἰς τὸ αὐτὸ μόριον] ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ μορίου B_1. 17 Μ̊ ᾱ prius] AB_1 add. ἐν μορίῳ ἀριθμῶν β̄ μονάδος ᾱ. καὶ ἔχουσι . . . Δ^{Y} ᾱ] ἐν μορίῳ Δ^{Y} ᾱ ϛϛ β̄ Μ ᾱ. ἐὰν δὲ μερήσωμεν παρὰ τὸ μόριον,

Ponatur triangulum rectangulum ab aliquo numero indeterminato impari[1]): esto $2x + 1$. Erit igitur

$$\text{altitudo} = 2x + 1, \quad \text{basis} = 2x^2 + 2x,$$
$$\text{hypotenusa} = 2x^2 + 2x + 1.$$

Restat ut perimetrus sit cubus, et area plus una perpendicularium faciat quadratum.

Fit perimetrus: $4x^2 + 6x + 2 = \text{cubo}$. Hic numerus est compositus, scilicet ex $(4x + 2) \times (x + 1)$. Ergo si unumquodque latus dividimus per $(x + 1)$, habebimus ut perimetrum: $4x + 2$, qui cubus erit.

Adhuc autem area plus una perpendicularium facit □. Fit area $= \frac{2x^3 + 3x^2 + x}{x^2 + 2x + 1}$, et una perpendicularium est $\frac{2x + 1}{x + 1}$. Quae si reducimus ad eundem denominatorem, summa numeratorum fit

$$2x^3 + 5x^2 + 4x + 1$$

et cum denominatore communem habet divisorem,

$$x^2 + 2x + 1.$$

Ergo summa amborum facit: $2x + 1 = □$, et quaerimus insuper $4x + 2 = \text{cubo}$. Deducitur res ad inveniendum cubum quadrati duplum; talis est 8 duplus 4.

Esto

$$4x + 2 = 8; \quad \text{fit} \quad x = 1\tfrac{1}{2}.$$

Erit triangulum $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{17}{5}$, et constat (propositum).

---

1) Haec formatio trianguli rectanguli ab impari numero Pythagorae tribuitur in Geometria quae fertur Heronis, 12.

γίνεται Ba. 21 ἔστω] Ba add. ἄρα καὶ γίνεται . . . ∠′ om. B_1. ∠′ om. A.

κ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ κύβον, ὁ δὲ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ τετράγωνος.

Πάλιν ἐὰν τῇ αὐτῇ ἀγωγῇ χρησώμεθα τῇ πρὸ τούτου, ἀπάγεται εἰς τὸ $\varsigma\,\overline{\delta}\,\mathring{M}\,\overline{\beta}$ *ποιεῖν ἴσ.* □$^{\varphi}$, *καὶ* $\varsigma\,\overline{\beta}\,\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ *ἴσ. κύβῳ. καὶ γίνεται ζητεῖν τετράγωνον κύβου* $\beta^{\pi\lambda}$. *ἔστιν* $\overline{\iota\varsigma}$ *καὶ* $\overline{\eta}$· *καὶ πάλιν ἰσάζομεν* $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$, $\varsigma\,\overline{\delta}\,\mathring{M}\,\overline{\beta}$. *καὶ γίνεται ὁ* ς $\mathring{M}\,\overline{\gamma}\,\angle'$· *ἔσται ἄρα τὸ ὀρθογώνιον* $\overset{\vartheta}{\overline{\iota\varsigma}}$, $\overset{\vartheta}{\overline{\xi\gamma}}$, $\overset{\vartheta}{\overline{\xi\varepsilon}}$.

κα.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ τετράγωνος, καὶ προσλαβὼν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ ποιῇ κύβον.

Πεπλάσθω τὸ ὀρθογώνιον ἀπὸ $\varsigma\,\overline{\alpha}$, $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$· *γίνεται μία μὲν τῶν ὀρθῶν* $\varsigma\,\overline{\beta}$, *ἡ δὲ ἑτέρα* $\Delta^{Y}\overline{\alpha}\pitchfork\mathring{M}\,\overline{\alpha}$, *ἡ δὲ ὑποτείνουσα* $\Delta^{Y}\overline{\alpha}\,\mathring{M}\,\overline{\alpha}$. *καὶ γίνεται ζητεῖν* $\Delta^{Y}\overline{\beta}\,\varsigma\,\overline{\beta}$ *ἴσ.* □$^{\varphi}$, *καὶ* $K^{Y}\overline{\alpha}\,\Delta^{Y}\overline{\beta}\,\varsigma\,\overline{\alpha}$ *ἴσ. κύβῳ. καὶ τὸ μὲν* $\Delta^{Y}\overline{\beta}\,\varsigma\,\overline{\beta}$ *κατασκευάζειν* □^{ον} *ῥᾴδιόν ἐστιν· ἐὰν γὰρ δυάδα μερίσῃς εἰς* □^{ον} *παρὰ δυάδα, εὑρήσεις τὸν* ς *ἕνα· ἀλλὰ δεῖ τοιοῦτον εὑρίσκεσθαι, ὥστε τὸν ἀπ' αὐτοῦ* K^{Y} *καὶ* $\overline{\beta}$ *τοὺς ἀπ' αὐτοῦ* □^{ους} *καὶ αὐτὸν συντιθέμενον ποιεῖν κύβον.*

---

3 *ἐν μιᾷ*] *ἕνα* AB. 3/4 *ποιῇ κύβον*] *ᾖ κύβος Ba.* 4 *τετράγωνος Ba*, *κύβος* AB. 7 *κύβῳ*] *κύβων* $\overline{\beta}$ A, *κύβοις* $\overline{\beta}$ B_1. 8 *ἔστι* B_1 (item 18). $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$] $\mathring{M}\,\overline{\varsigma}$ A. 9 $\overline{\iota\varsigma}$] $\overline{\iota\gamma}$ A. 11 *τῇ* om. *Ba.* 13 *ποιεῖν* AB_1. 15 *ὀρθῶν*] *περὶ τὴν ὀρθὴν Ba.* 16 $\mathring{M}\,\overline{\alpha}$ om. AB_1. $\Delta^{Y}\overline{\beta}$] *δύο δυνάμεις* AB_1. 19 *δεῖ*] *δὴ* B_1. 21 *αὐτοῦ*] *αὐτῶν* A.

XX.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus una perpendicularium faciat cubum, et perimetrus sit quadratus. 22

Si eodem rursus processu utimur quo in praecedente, deducitur res ad aequandum

$$4x + 2 = \square, \quad 2x + 1 = \text{cubo}.$$

Quaerendus est quadratus cubi duplus; est 16 duplus 8. Rursus aequamus:

$$16 = 4x + 2, \quad \text{et fit} \quad x = 3\tfrac{1}{2}.$$

$$\text{Triangulum erit: } \frac{16}{9}\cdot \frac{63}{9}\cdot \frac{65}{9}.$$

XXI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut perimetrus sit quadratus, et plus area faciat cubum. 23

Formetur triangulum ab x et 1; fit perpendicularium una $= 2x$, altera $= x^2 - 1$, hypotenusa $= x^2 + 1$, et quaerendum:

$$2x^2 + 2x = \square, \quad \text{et} \quad x^3 + 2x^2 + x = \text{cubo}.$$

Facile est construere $2x^2 + 2x = \square$; si enim dividis 2 per quendam quadratum minus 2, invenies x; sed hunc oportet talem inveniri ut $x^3 + 2x^2 + x$ faciat cubum.

ἔστιν οὖν ὁ ϛ ἐκ δυάδος μερισθείσης εἰς Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ β̄· ὁ κύβος γίνεται Μ̊ η̄ ἐν μορίῳ τῷ ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ β̄ ⟨κύβῳ⟩. καὶ οἱ β̄ ἀπ' αὐτοῦ □^οι γίνονται Μ̊ η̄ ἐν μορίῳ τῷ ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ β̄ □^ῳ· αὐτὸς δὲ Μ̊ β̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ β̄. καὶ πάντα εἰς τὸ αὐτὸ μόριον· γί. Δ^ΥΔ β̄ ἐν μορίῳ τῷ ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ β̄ κύβῳ.

καὶ ἔστιν τὸ μόριον κυβικόν· ἔστω Δ^ΥΔ β̄ ἴσ. κύβῳ· καὶ πάντα παρὰ Κ^Υ ᾱ· γίνονται ϛ β̄ ἴσ. ⟨κύβῳ⟩. καὶ ἐὰν τάξωμεν ἴσ. Μ̊ κυβικαῖς, εὑρίσκεται ὁ ϛ κύβου τινὸς τὸ ∠'. ἔστω ὁ κύβος Μ̊ η̄· γίνεται ἄρα τοῦ ∠', Μ̊ δ̄ ....

□^ος γίνεται μθ^Χ καὶ δεῖ ἀπὸ τούτου ἆραι Μ̊ ᾱ, ἐπειδήπερ ἡ μία τῶν ὀρθῶν ἐστιν Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ· καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ ζητῆσαι κύβον ὅπως τὸ δ^ον τοῦ ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνου μεῖζον μὲν Μ̊ β̄ ῆ, ἔλασσον δὲ Μ̊ δ̄.

καὶ ἐὰν τάξωμεν τὸν κύβον Κ^Υ ᾱ, ζητήσομεν Κ^ΥΚ δ^Χ μεῖζον μὲν Μ̊ β̄, ἔλασσον δὲ Μ̊ δ̄· ὁ ἄρα Κ^ΥΚ μείζων μὲν Μ̊ η̄, ἐλάσσων δὲ Μ̊ ιϛ̄. ἔστιν δὲ τὰ $\frac{ξδ}{ψκθ}$, ὥστε ὁ κύβος $\frac{η}{κζ}$.

τάσσω οὖν ϛ β̄ ἴσ. Μ̊ $\frac{η}{κζ}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\frac{ιϛ}{κζ}$, ἡ Δ^Υ, $\frac{σνϛ}{ψκθ}$. καὶ ἐὰν δυάδα μερίσωμεν εἰς τὸν τοῦδε δυάδι

---

1 ἔσται B₁. εἰς] ἐπὶ *Ba* (item 5). 2 ὁ] *Ba* add. δὲ. 3 αὐτοῦ] αὐτῶν B₁. 5 γί. A, γίνεται B, γίνονται *Ba*. 7 ἔστι B. ἔστω] *Ba* add. οὖν καί. β̄ om. AB₁. κύβῳ] AB₁ add. ἑνί. 8 ᾱ om. AB₁. κύβῳ suppl. *Ba*. καὶ post ... τὸ ∠' (10) om. B₁. 10 ἔστιν B₁. ἄρα] *Ba* add. ὁ ϛ. τοῦ ∠'] τοῦ ἥμισυ A, τὸ ἥμισυ B, τούτου τὸ ἥμισυ *Ba*. 11 δ] *Ba* add. οὗ ὁ τετράγωνός ἐστι Μ̊ ιϛ̄· τάσσω ἐν δυνάμεσι, καὶ γίνονται Δ^Υ ιϛ̄ ἴσαι Δ^Υ β̄ ϛϛ β̄. καὶ γίνεται ὁ ϛ ᾱ^ζ. ὁ δὲ

Erit igitur x quotiens 2 per $x_1^2 - 2$. Fit

$$x^3 = \frac{8}{(x_1^2 - 2)^3}, \quad 2x^2 = \frac{8}{(x_1^2 - 2)^2}, \quad x = \frac{2}{x_1^2 - 2}.$$

Omnia in eundem denominatorem reducantur; fit summa $\frac{2x_1^4}{(x_1^2 - 2)^3}$, et denominator est cubicus. Sit ergo

$$2x_1^4 = \text{cubo},$$

et omnia per x_1^3:

$$2x_1 = \text{cubo}.$$

Si aequamus numero unitatum cubico, fit x_1 dimidium cubi alicuius. Esto cubus 8; dimidium est 4.

Fit $x^2 = \frac{1}{49}$, a quo oportet subtrahere 1, quoniam una perpendicularium est $x^2 - 1$; deducitur res ad quaerendum cubum, talem ut $\frac{1}{4}$ quadrati ab ipso cubo sit maior quam 2 et minor quam 4. Si ponimus cubum $= x^3$, quaeremus

$$2 < \frac{1}{4} x^6 < 4.$$

Ergo

$$8 < x^6 < 16.$$

Talis est $\frac{729}{64}$; ergo cubus erit $\frac{27}{8}$.

Pono igitur $2x_1 = \frac{27}{8}$, et fit

$$x_1 = \frac{27}{16}, \quad x_1^2 = \frac{729}{256}.$$

Lacunam indicare malui. 12 ἆραι] ἀφελεῖν *Ba*. 13 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. ἐστι B (item 18). 15 μείζων AB₁. ῆ Μ̊ β̄ *Ba*. ἔλαττον B, ἐλάσσων A, ἐλάσσω *Ba*. 16 τὸν κύβον] αὐτὸν *Ba*. ζητήσωμεν A. 17 μείζονας ... ἐλάσσονας AB, μείζονα ... ἐλάσσονα *Ba*. 18 ιϛ̄] η̄ AB₁. 21 τοῦδε] τούτου *Ba*.

ἐλάσσονα, εὑρήσομεν τὸν ϛ μονάδος $\overset{\text{σιζ}}{\overline{\text{φιβ}}}$, καὶ ἔχομεν ἀπὸ τοῦ ἀπ' αὐτοῦ □^{ου} ἆραι Μ̊ α.

κβ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ κύβος, προσλαβὼν δὲ τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, ποιῇ τετράγωνον.

Πρότερον δεῖ ἐπισκέψασθαι· δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὅπως ὁ μὲν ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ἴσος ⟨ᾖ⟩ ἑνὶ τῶν δοθέντων, ὁ δ' ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ τῷ ἑτέρῳ.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ ὅ τε ιβ καὶ ὁ ζ· καὶ ἐπιτετάχθω τὸν μὲν ιβ εἶναι τὸν ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ, τὸν δὲ ζ τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ. ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ ἔσται Μ̊ ιδ, καὶ ἐὰν τάξωμεν μίαν αὐτοῦ ὀρθὴν ϛ^{X} α, ἡ ἑτέρα αὐτοῦ ἔσται ϛ ιδ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος αὐτοῦ Μ̊ ιβ· ἡ ἄρα ὑποτείνουσα ἔσται Μ̊ ιβ ⋔ ϛ^{X} α ϛ ιδ.

λοιπόν ἐστιν τὸν ἀπ' αὐτῆς □^{ον}, ὅσπερ ἐστὶ Δ$^{Y X}$ α Δ^{Y} ρϟϛ Μ̊ ροβ ⋔ ϛ^{X} κδ ϛ τλϛ, ἰσῶσαι τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν □^{οις}, τουτέστιν Δ$^{Y X}$ α Δ^{Y} ρϟϛ. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια καὶ πάντα ἐπὶ ϛ, γί. ϛ ροβ ἴσ. Δ^{Y} τλϛ Μ̊ κδ.

καὶ οὐ πάντοτε δυνατόν ἐστιν, εἰ μὴ τὸ ∠' τῶν ϛ ἐφ' ἑαυτό, λεῖψαν τὰς Δ^{Y} ἐπὶ τὰς Μ̊, ποιεῖ □^{ον}· καὶ

1 *ἐλάττονα* B_1. *μονάδος* om. *Ba*. 2 *ἆραι*] *ἄρα* AB_1. 4/5 *τῇ περιμέτρῳ Ba, τῷ ἐμβαδῷ* AB. 7 *ἀριθμοὺς δοθέντας* AB_1. 9 *ᾖ* suppl. *Ba*. *δὲ ἐν Ba*. 14 *καὶ Ba, ἔστω* AB. 15 *αὐτοῦ ὀρθὴν*] *αὐτοῦ* ⊥ *αὐτοῦ* AB, *αὐτῶν Ba*. *αὐτοῦ* post. om. *Ba*. *ἔστι* B (item 18). 17 ϛ ιδ] ϛ *οἱ δ'* A, *καὶ οἱ δ* B_1. 18 *τῶν ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνων, ὥσπερ* AB_1. *ὅπερ Ba*. 20 *τουτέστι* B. 22 *γί* A, *γίνεται* B, *γίνονται Ba*. ϛ post. om. AB_1. Δ^{Y} κδ Μ̊ τλϛ AB_1. 23 *ἔστι Ba*. 24 *τὰς* post.] B_1 add. *ὑποστάσεις*. *ποιῇ Ba*.

Si dividimus 2 per $x_1^2 - 2$, inveniemus $x = \frac{512}{217}$, et a quadrato huius possumus subtrahere 1.

XXII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut perimetrus sit cubus, et plus area faciat quadratum. 24

Primo oportet considerare quomodo, duobus datis numeris, invenietur triangulum rectangulum tale ut perimetrus aequalis sit uni datorum, et area alteri.

Sint dati duo numeri 12 et 7. Proponatur 12 esse perimetrum, 7 esse aream. Ergo productus laterum circa rectum erit 14, et posita una perpendiculari $\frac{1}{x}$, altera erit $14x$. Sed perimetrus est 12; ergo hypotenusa erit $12 - \frac{1}{x} - 14x$. Restat ut istius quadratus, hoc est

$$\frac{1}{x^2} + 196x^2 + 172 - \frac{24}{x} - 336x,$$

aequetur summae quadratorum a lateribus circa rectum, hoc est $\frac{1}{x^2} + 196x^2$. Utrimque addantur negata et a similibus similia et omnia in x; fit

$$172x = 336x^2 + 24.$$

Quod haud semper possibile est, nisi dimidius coefficiens x in seipsum multiplicatus, minus producto coefficientium x^2 et unitatis, faciat quadratum. At εἰσιν οἱ μὲν ϛ ἐκ τοῦ ἀπὸ τῆς περιμέτρου καὶ τοῦ δ^{πλ.} τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, αἱ δὲ Δ^{Y} ἐπὶ τὰς M̊ ἐκ τοῦ η^{κις} ἀπὸ τῆς περιμέτρου ἐπὶ τὸ ἐμβαδόν.

Ὥστε ἐὰν τοιοῦτοι δοθῶσιν οἱ ἀριθμοί, καὶ ἔστω ὁ μὲν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ϛ ᾱ, ὁ δ' ἐν τῇ περιμέτρῳ, κύβος ἅμα καὶ □^{ος}, M̊ ξδ, καὶ ἵνα συσταθῇ τὸ τρίγωνον, δεῖ τοῦ ἀπὸ M̊ ξδ □^{ου} καὶ ϛ δ̄ τὸ ∠' ποιήσαντα ⟨ἐφ' ἑαυτὸ⟩ ἀφελεῖν τὸν η^{κις} ἀπὸ τῆς περιμέτρου ἐπὶ ϛ ᾱ, καὶ λοιπὸν ζητῆσαι τὰ λοιπὰ ἴσα □^{ῳ}.

γίνονται Δ^{Y} δ̄ $\overset{Y}{M}$ υιθ . ͵δτδ ⋔ ϛ β̄ . ͵δφοϛ· καὶ πάντων τὸ δ^{ον}· γίνεται Δ^{Y} ᾱ $\overset{Y}{M}$ ρδ . ͵ηφοϛ ⋔ ϛ ͵ϛρμδ ἴσ. □^{ῳ}· ἔτι δὲ καὶ ϛ ᾱ M̊ ξδ ἴσ. □^{ῳ}. καὶ ἐξισούσθωσαν αἱ M̊ καὶ ἡ ὑπεροχὴ καὶ ἡ μέτρησις καὶ τὰ λοιπὰ δῆλα.

κγ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τετράγωνος ᾖ ἄλλως τετράγωνος καὶ πλευρά, ⟨καὶ⟩ μερισθεὶς παρὰ τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ποιῇ κύβον καὶ πλευράν.

Τετάχθω ἡ μία τῶν ὀρθῶν ϛ ᾱ, ἡ δὲ ἑτέρα Δ^{Y} ᾱ· καὶ μένει ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ὢν τετραγώνου καὶ πλευρᾶς.

λοιπόν ἐστι $\Delta^{Y}\Delta$ ᾱ Δ^{Y} ᾱ ἰσῶσαι □^{ῳ}, καὶ πάντα παρὰ

---

1 δ^{πλ.}] τετραπλασίου *Ba*, τετραπλεύρου AB. 4 καὶ] λύσεται τὸ ζητούμενον *Ba*. 5 δὲ ἐν *Ba*. 7 ἐφ' ἑαυτὸ suppl. *Ba*. 8 ἐπὶ] ἕως AB, εἰς *Ba*. 8/9 λοιπὸν om. *Ba*.
10 $\overset{Y}{M}$ scripsi, M̊ AB. ͵δ bis] ͵β AB_1. 11 φ om. AB_1. ͵ϛρμδ] ͵εχκδ AB_1. 12 ἐξισούσθωσαν αἱ M̊ scripsi, ἐξισώσθω^{σαν} ἀριθμοὶ AB, ἐξισώσθω σοι ἀριθμοὶ *Ba*. 16 ἄλλος B. 17 καὶ suppl. *Ba*. ἐν μιᾷ] ἕνα AB. ὀρθῶν] περὶ τὴν

coefficiens x provenit ex summa quadrati a perimetro et 4^{pli} areae, productus coefficientium x^2 et unitatis ex 8^{ies} producto quadrati a perimetro et areae.

Ita, si tales dentur numeri, et sit area $= x$, perimetrus (simul quadratus et cubus) $= 64$, ut construatur triangulum, oportet a $\left[\frac{64^2 + 4x}{2}\right]^2$ subtrahere 8^{ies} productum x in quadratum a perimetro, et residuum aequare quadrato. Fit

$$4x^2 + 4194304 - 24576x;$$

omnium $\frac{1}{4}$;

$$x^2 + 1048576 - 6144x = \square,$$

et adhuc

$$x + 64 = \square.$$

Reducantur ad aequalitatem coefficientes unitatis, et sumantur differentia, factores, et caetera patent.

XXIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut quadratus hypotenusae sit aliter summa quadrati alicuius et radicis ex isto, divisusque per unam perpendicularium, faciat summam cubi alicuius et radicis ex isto.

Ponatur una perpendicularium esse x, altera x^2. Constat quadratum hypotenusae esse summam quadrati et radicis.

Restat ut

$$x^4 + x^2 = \square.$$

ὀρθὴν *Ba* (item 19). 20/21 τετράγωνος καὶ πλευρά *Ba*. 20 καὶ post. om. B_1. 21 πλευρᾶς] *Ba* add.: καὶ μερισθεὶς παρὰ τὸν ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ποιῶν κύβον καὶ πλευράν. 22 ἰσῶσθαι *Ba*.

Δ^{Y}· γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \mathring{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$ τῷ ἀπὸ πλ. ϛ $\bar{\alpha}$ ⋀ $\mathring{M}\bar{\beta}$· ὅθεν ὁ ϛ γίνεται μονάδος $\overset{\delta}{\bar{\gamma}}$·

τὰ λοιπὰ δῆλα.

κδ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ μὲν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ᾖ κύβος, ὁ δὲ ἐν τῇ ἑτέρᾳ κύβος παρὰ πλευράν, ὁ δὲ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ κύβος καὶ πλευρά.

Τετάχθω ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ $K^{Y}\bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν $K^{Y}\bar{\alpha}$ ⋀ ϛ $\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα ἐν τῇ ἑτέρᾳ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\beta}$.

λοιπόν ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\beta}$ ἰσῶσαι κύβῳ· ἔστω ἰσῶσαι $K^{Y}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\bar{\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. καὶ ἔσται τὸ τρίγωνον $\bar{ϛ}$, $\bar{\eta}$, $\bar{\iota}$, καὶ μένει.

---

3 τὰ] καὶ τὰ *Ba*. 5 μὲν ἐν] μὲν AB, ἐν *Ba*. 6 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 9). 9 μιᾷ] ἀπὸ A, $\bar{\alpha}$ ἀπὸ B_1. 11 ἔστω ... $\bar{\alpha}$ om. B_1. ἰσῶσαι post. om. *Ba*. 13 καὶ om. B.

Omnia per x^2; fit

$$x^2 + 1 = \square : \text{a radice } (x - 2).$$

Unde fit

$$x = \frac{3}{4}.$$

Reliqua patent.

XXIV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut una perpendicularium sit cubus, altera cubus minus radice, hypotenusa cubus plus radice. 26

Ponatur hypotenusa $= x^3 + x$, una perpendicularium $= x^3 - x$; erit altera $= 2x^2$.

Restat ut $2x^2 =$ cubo : esto $= x^3$. Fit $x = 2$.

Ad positiones: erit triangulum 6. 8. 10, et constat (propositum).

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΠΕΡΙ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

Ἕκαστος τῶν ἀπὸ τῆς τριάδος ἀριθμῶν αὐξομένων μονάδι, πολύγωνός ἐστι πρῶτον ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ ἔχει γωνίας τοσαύτας ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων· πλευρά τε αὐτοῦ ἐστιν ὁ ἑξῆς τῆς μονάδος ἀριθμός, ὁ $\overline{β}$. ἔσται δὲ ὁ μὲν $\overline{γ}$ τρίγωνος, ὁ δὲ $\overline{δ}$ τετράγωνος, ὁ δὲ $\overline{ε}$ πεντάγωνος, καὶ τοῦτο ἑξῆς.

Τῶν δὴ τετραγώνων προδήλων ὄντων ὅτι καθεστήκασι τετράγωνοι διὰ τὸ γεγονέναι αὐτοὺς ἐξ ἀριθμοῦ τινος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος, ἐδοκιμάσθη ἕκαστον τῶν πολυγώνων, πολυπλασιαζόμενον ἐπί τινα ἀριθμὸν κατὰ τὴν ἀναλογίαν τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν αὐτοῦ, καὶ προσλαβόντα τετράγωνόν τινα πάλιν κατὰ τὴν ἀναλογίαν τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν αὐτῶν, φαίνεσθαι τετράγωνον· ὃ δὴ παραστήσομεν ὑποδείξαντες πῶς ἀπὸ δοθείσης πλευρᾶς ὁ ἐπιταχθεὶς πολύγωνος εὑρίσκεται, καὶ πῶς δοθέντι πολυγώνῳ ἡ πλευρὰ λαμβάνεται· προδείξομεν δὲ τὰ εἰς αὐτὰ λαμβανόμενα.

1/2 Titulum om. *Ba*. 4 *πρῶτος Ba*. 5 *ἐστι* B. 6 *αὐτῆς* AB$_1$. 9/10 *κατεστήκασι Ba*. 11 *ἑαυτοῦ* AB. 12 *ἕκαστος* AB. *πολυπλασιαζόμενος* AB, *πολλαπλασιαζόμενος* *Ba*. 12/13 *τινος ἀριθμοῦ* AB. 13/14 *τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν αὐτοῦ Ba, τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας αὐτῶν* AB. 14 *πάλιν* om. *Ba*. 17 *ἀπὸ δοθείσης πλευρᾶς*] *ἀποδοθεῖσ.* $\overline{π}$ A, *ἐκ δοθείσης* $\overline{π}$ B, *ἐκδοθείσῃ πλευρᾷ Ba*. 18 *πῶς*] *πλευρὰ* AB$_1$. 19 *δὲ* om. B$_1$.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

DE POLYGONIS NUMERIS.

Unusquisque a ternario numerorum progredientium 1
secundum unitatem, polygonus est primus ab unitate, et habet tot angulos quot in ipso sunt unitates; eius autem latus est numerus qui sequitur unitatem, nempe 2. Ita erit 3 triangulus, 4 quadratus, 5 pentagonus, et sic deinceps.

Quum quadratos manifestum sit constitui quadratos quia fiunt ex aliquo numero in seipsum multiplicato, compertum est unumquemque polygonum, multiplicatum in quendam numerum in ratione quoti angulorum, si producto addatur quidam quadratus in ratione quoti angulorum, apparere quadratum. Quod stabiliemus, monstrato insuper quo modo a dato latere propositus polygonus invenitur et quo modo dati polygoni latus sumitur; prius autem demonstrabimus quae ad haec assumuntur.

α.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχωσιν, ὁ ὀκτάκις ὑπὸ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου, προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου τετράγωνον, γίνεται τετράγωνος, οὗ ἡ πλευρὰ ἴση ⟨ἐστὶ⟩ τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ μεγίστου καὶ δύο τῶν μέσων.

Τρεῖς γὰρ ἀριθμοί, ὁ AB, $B\Gamma$, $B\Delta$, τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχέτωσαν· δεικτέον ὅτι ὁ η^κις ὑπὸ $AB.B\Gamma$, ⟨προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ ΔB □^ον, ποιεῖ □^ον, οὗ ἡ π^λ ἴσ. τῷ τε AB καὶ $\bar{\beta}$ τοῖς $B\Gamma$.

Διαιρεῖται γὰρ ὁ η^κις ὑπὸ $AB.B\Gamma$ εἴς τε τὸν η^κις ἀπὸ $B\Gamma$ □^ον καὶ εἰς τὸν η^κις ὑπὸ $A\Gamma.B\Gamma$.⟩ καὶ πάλιν διαιρεῖται ἕκαστος τῶν εἰρημένων δίχα, εἴς τε τὸν δ^κις ὑπὸ $AB.\Gamma B$, καὶ εἰς τὸν δ^κις ἀπὸ $B\Gamma$ □^ον καὶ εἰς μὴν τὸν δ^κις ὑπὸ $A\Gamma.\Gamma B$ [τουτέστιν ὁ τετράκις ὑπὸ $B\Gamma.\Gamma\Delta$· ἴσος γὰρ ὁ $A\Gamma$ τῷ $\Gamma\Delta$· μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔB, γίνεται τετράγωνος ὁ ἀπὸ AB]. ὁ δὲ δεύτερος τῶν δ^κις, ὑπὸ $A\Gamma.\Gamma B$, μιγεὶς ἑνὶ τετραγώνῳ ἀπὸ τοῦ ΔB, ποιεῖ τὸν τετράγωνον ἀπὸ τοῦ $B A$. καὶ ζητεῖται πῶς ὁ ἀπὸ τοῦ AB □^ος, καὶ ὁ δ^κις ὑπὸ $AB.B\Gamma$, καὶ ὁ δ^κις ἀπὸ τοῦ $B\Gamma$ συντεθέντες ποιοῦσι □^ον. ἐὰν δὴ θῶμεν τῷ $B\Gamma$ ἴσον τὸν AE, μεταβησόμεθα τὸν δ^κις ὑπὸ $AB.B\Gamma$ εἰς τὸν δ^κις ὑπὸ $BA.AE$, ὃς μιγεὶς τῷ δ^κις ἀπὸ ΓB, τουτέστι τῷ ἀπὸ AE, ποιήσει ἴσον τῷ

5 ἐστὶ supplevi. τε om. *Ba*. 8 ὁ] τὸ AB. 9 μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ βδ τετραγώνου ποιεῖ τετράγωνον οὗ ἡ πλευρὰ ἴση ἐστι τῷ τε αβ καὶ δυσὶ τοῖς βγ. ὅτι οὖν ὁ αβ ἴσός ἐστι τοῖς βγ. γδ, διαιρεῖται ὁ ὀκτάκις ὑπὸ τῶν αβ. βγ εἴς τε τὸν ὀκτάκις ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνον καὶ εἰς τὸν ὀκτάκις ὑπὸ βγ.γδ (13) *Ba*

I.

Si tres numeri secundum aequales differentias progrediuntur, octies productus maximi et medii, plus quadrato minimi, fit quadratus cuius radix aequatur summae maximi et bis medii. 2

Tres enim numeri, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, secundum aequales differentias progrediantur; monstrandum est

$$\langle 8\alpha\beta\,.\,\beta\gamma + \overline{\delta\beta}^2 = (\overline{\alpha\beta + 2\beta\gamma})^2.$$

Etenim partitur $8\alpha\beta\,.\,\beta\gamma$ in $8\overline{\beta\gamma}^2 + 8\alpha\gamma\,.\,\beta\gamma$,⟩ et rursus unusquisque praedictorum bifariam partitur (in dimidia) $4\alpha\beta\,.\,\gamma\beta$ et $4\overline{\beta\gamma}^2 + 4\alpha\gamma\,.\,\gamma\beta$.

Quorum secundum, $4\alpha\gamma\,.\,\gamma\beta$ [hoc est $4\beta\gamma\,.\,\gamma\delta$; nam $\alpha\gamma = \gamma\delta$; addito $\overline{\delta\beta}^2$, fit $\overline{\alpha\beta}^2$] plus $\overline{\delta\beta}^2$, facit[1]) $\overline{\beta\alpha}^2$. Ergo quaeritur quomodo

$$\overline{\alpha\beta}^2 + 4\alpha\beta\,.\,\beta\gamma + 4\overline{\beta\gamma}^2 = \square.$$

Si ponimus $\alpha\varepsilon = \beta\gamma$, transformabimus $4\alpha\beta\,.\,\beta\gamma$ in $4\beta\alpha\,.\,\alpha\varepsilon$, qui, plus $4\overline{\gamma\beta}^2$ (hoc est plus $4\overline{\alpha\varepsilon}^2$) faciet

1) Euclid. II, 8.

quae paulum mutavi. 11 Fig. 

διχῶς AB. praebet B₁, om. A. 14 ἕκαστον AB₁. 16 εἰς μὴν] εἰς μὲν AB, 15 ΓB] βγ *Ba*. ἀπὸ] ὑπὸ AB₁. τουτέστιν . . . ἀπὸ AB om. *Ba*. $A\Gamma.\Gamma B$] βγ.γδ *Ba*. τουτέστιν . . . πῶς (21)] ὁ δὲ τετρά- (18) interpolata censeo. κις ὑπὸ βγ.γδ μετὰ τοῦ ἀπὸ δβ τετραγώνου γίνεται τετράγωνος ὁ ἀπὸ αβ. ζητητέον οὖν πῶς *Ba*. 19 τετραγώνῳ] τῶν τετράκις AB₁. 20 ΔB] γβ AB₁. τετράγωνον] τετράκις AB₁. 22 τοῦ $B\Gamma$] *Ba* add. τετράγωνος. ποιοῦσιν B. $B\Delta$] βγ AB₁. 24 ὑπὸ post.] ἀπὸ *Ba*.

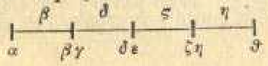
δ^{κις} ὑπὸ *ΒΕ.ΕΔ*, ὃς μιγεὶς τῷ ἀπὸ τοῦ *ΑΒ* □^{ῳ}, γίνεται ἴσος τῷ ἀπὸ *ΒΕ.ΕΔ* ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. οἱ δὲ *ΒΕ.ΕΔ* ἴσ. τῷ τε *ΑΒ* καὶ β̄ τοῖς *ΑΕ*, τουτέστι β̄ τοῖς *ΒΓ*. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β.

Ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ⟨ἡ ὑπεροχὴ⟩ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ἀριθμῶν.

Ἔστωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν ἀριθμοί, οἱ *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ* ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· δεικτέον ὅτι ἡ τῶν *ΑΒ*, *ΒΕ* ὑπεροχὴ τῆς τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* ὑπεροχῆς πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα ⟨τοῦ πλήθους⟩ τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ*.

Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκεινται οἱ *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ* ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, οἱ ἄρα *ΑΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ* ἴσοι εἰσὶν ἀλλήλοις. ὁ ἄρα *ΕΑ* τοῦ *ΑΓ* πολλαπλάσιος κατὰ τὸ πλῆθος τῶν *ΑΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ*· τὸ δὲ πλῆθος τῶν *ΑΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ* τοῦ πλήθους τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ* μονάδι ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε τὸ *ΕΑ* τοῦ *ΑΓ* πολλαπλάσιόν ἐστι κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα τοῦ πλήθους τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ*· καὶ ἔστιν ὁ μὲν *ΑΕ* ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, ὁ δὲ *ΑΓ* ἐστὶν αὐτῶν μία ὑπεροχή.

3 ἴσ.] ἴσοι εἰσί *Ba*. 6/7 ἡ ὑπεροχὴ suppl. *Ba*. 8/9 ἐλάττ. B_1 (item 13). 13 τοῦ πλήθους supplevi. 15 Fig.  B_1, om. A (1^a m.): $\beta \,.\, \alpha \,..\, \gamma \,..\, \delta \,..\, \varepsilon$ *Ba*. 18 πολλαπλάσιος] *Ba* add. ἐστι. 20 *ΒΔ. ΔΕ*] $\gamma\delta.\ \delta\varepsilon$ AB_1 (item 22). ἐλάσσων AB.

$4\beta\varepsilon\,.\,\varepsilon\alpha$, qui, plus $\overline{\alpha\beta}^2$, fit aequalis[1]) quadrato a $(\beta\varepsilon + \varepsilon\alpha)$. Sed

$$\beta\varepsilon + \varepsilon\alpha = \alpha\beta + 2\alpha\varepsilon = \alpha\beta + 2\beta\gamma.$$

Quod erat demonstrandum.

II.

Si sint quotlibet numeri in aequali differentia, differentia maximi et minimi differentiae progressionis multiplex erit secundum unitate minorem quam quotum expositorum numerorum. 3

Sint enim quotlibet numeri, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$, in aequali differentia; demonstrandum est $(\alpha\beta - \beta\varepsilon)$ esse multiplicem $(\alpha\beta - \beta\gamma)$ secundum unitate minorem quam quotum numerorum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$.

Quoniam supponuntur $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$ in aequali differentia, sunt inter se

$$\alpha\gamma = \gamma\delta = \delta\varepsilon.$$

Ergo $\varepsilon\alpha$ est multiplex $\alpha\gamma$ secundum quotum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$; sed quotum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$ est unitate minus quam quotum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$. Ita $\varepsilon\alpha$ est multiplex $\alpha\gamma$ secundum unitate minorem quam quotum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$; est autem $\alpha\varepsilon$ differentia maximi et minimi, $\alpha\gamma$ est simplex differentia numerorum.

1) Euclid. II, 8.

γ.

Ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστος συντεθέντες καὶ πολλαπλασιασθέντες ἐπὶ τὸ πλῆθος αὐτῶν ποιοῦσιν ἀριθμὸν διπλάσιον τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν ἐκτεθέντων.

Ἔστωσαν γὰρ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν, οἱ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· δεικτέον ὅτι συναμφότερος ὁ *Α*. *Ζ*, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, ποιεῖ τινα ἀριθμόν, ὅς ἐστι διπλασίων τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*.

Τὸ γὰρ πλῆθος τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ἤτοι ἄρτιόν ἐστιν ἢ περισσόν.

Ἔστω πρότερον ἄρτιον, καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ ἐκτεθέντες, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *ΗΘ* ἀριθμῷ· ὥστε ἄρτιός ἐστιν ὁ *ΗΘ*. τετμήσθω δίχα τῷ *Κ*, καὶ διῃρήσθω ὁ *ΗΚ* εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας κατὰ τὰ *Λ*, *Μ*.

Καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει ὁ *Ζ* τοῦ *Δ*, τούτῳ ὑπερέχει καὶ ὁ *Γ* τοῦ *Α*, συναμφότερος ἄρα ὁ *Ζ*. *Α* συναμφοτέρῳ τῷ *Γ*. *Δ* ἴσος ἐστίν. ἀλλὰ συναμφότερος ὁ *Ζ*. *Α* ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ*. *Α* καὶ τοῦ *ΗΛ*· ὥστε καὶ ὁ *Γ*. *Δ* ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ*. *Α* καὶ τοῦ *ΛΜ*· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ *Ε*. *Β* ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ*. *Α* καὶ τοῦ *ΜΚ*· ὥστε καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ*. *Α* καὶ τοῦ *ΗΚ*· τοῦ δὲ

---

5 τὸν συγκείμενον AB$_1$. 11 ἤτοι] ἢ κατὰ AB$_1$. 15 διχῶς AB. 20 ἴσ.] ἴσος ἐστὶ *Ba* (item 23). συναμφοτέρου] -ρῳ AB$_1$ (item 21, 23, 25). ὥστε . . . *ΛΜ* (22) om. B$_1$. 21 ἴσ.] ἴσος ἔσται *Ba*. τῶν $\overline{\zeta\alpha}$ A. 23 *ΜΚ*] ηκ AB$_1$. 25 τοῦ δὲ] τὸ δὲ AB$_1$.

III.

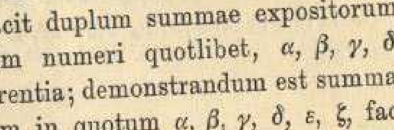
Si sint quotlibet numeri in aequali differentia, summa maximi et minimi, multiplicata in quotum numerorum, facit duplum summae expositorum. 4

Sint enim numeri quotlibet, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$, in aequali differentia; demonstrandum est summam $(\alpha + \zeta)$, multiplicatam in quotum $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$, facere quendam numerum qui duplus est summae

$$(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta).$$

Quotum $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$, vel par est vel impar.

Sit primum par, et quot sunt expositi, tot sint unitates in numero[1]) $\eta\vartheta$; ita $\eta\vartheta$ est par. Bifariam secetur in $\varkappa$ et dividatur $\eta\varkappa$ in ipsius unitates punctis λ, μ.



Quoniam

$$\zeta - \delta = \gamma - \alpha,$$
$$\zeta + \alpha = \gamma + \delta.$$

Sed

$$\zeta + \alpha = (\zeta + \alpha) \times \eta\lambda;$$

ergo

$$\gamma + \delta = (\zeta + \alpha) \times \lambda\mu.$$

Eadem ratione

$$\varepsilon + \beta = (\zeta + \alpha) \times \mu\varkappa;$$

ergo

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta = (\zeta + \alpha) \times \eta\varkappa.$$

---

1) Hanc figuram et sequentes restituimus cum Bacheto.

ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ. Α* καὶ τοῦ *ΗΚ* διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ. Α* καὶ τοῦ *ΗΘ*· ὥστε καὶ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν *Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ* διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Ζ. Α* καὶ τοῦ *ΗΘ*, τουτέστι τοῦ πλήθους τῶν *Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ*. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ἔστω ὁ τῶν *Α, Β, Γ, Δ, Ε* περισσός, καὶ ἔστωσαν ἐν τῷ *ΖΗ* τοσαῦται μονάδες ὅσοι εἰσὶν οἱ *Α, Β, Γ, Δ, Ε*. περισσὸς ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ *ΖΗ*· κείσθω ἐν αὐτῷ μονὰς ὁ *ΖΘ*, καὶ τετμήσθω ὁ *ΘΗ* δίχα τῷ *Κ*, καὶ τετμήσθω ὁ *ΘΚ* εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας κατὰ τὸ *Λ*.

Καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει ὁ *Ε* τοῦ *Γ*, τούτῳ ὑπερέχει καὶ ὁ *Γ* τοῦ *Α*, συναμφότερος ἄρα ὁ *Ε. Α* διπλασίων ἐστὶν τοῦ *Γ*, τουτέστι τοῦ ὑπὸ *Γ* καὶ τοῦ *ΛΚ*· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ *Β. Δ* διπλασίων ἐστὶ τοῦ ὑπὸ *Γ* καὶ *ΛΘ*· ὥστε οἱ *Α, Ε, Β, Δ* διπλασίονές εἰσιν τοῦ ὑπὸ *Γ* καὶ τοῦ *ΘΚ*· ἀλλὰ τοῦ *ΘΚ* διπλασίων ἐστὶν ὁ *ΘΗ*· ὥστε καὶ οἱ *Α, Ε, Β, Δ* ἴσοι εἰσὶν τῷ ὑπὸ τοῦ *Γ* καὶ τοῦ *ΘΗ*· ἔστιν δὲ καὶ ὁ *Γ* ἴσος τῷ ὑπὸ τοῦ *Γ* καὶ τοῦ *ΘΖ*· ὥστε ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν *Α, Β, Γ, Δ, Ε* ἴσ. τῷ ὑπὸ ⟨τοῦ⟩ *Γ* καὶ τοῦ *ΖΗ*· τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν *Γ. ΖΗ* διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *Α. Ε* καὶ τοῦ *ΖΗ*· ὥστε καὶ τοῦ συγκει-

---

1 συναμφότερον AB₁. 3 τῶν] τοῦ *Ba*. 8 ἔστωσαν] ἔστω ἡ AB₁. 9 ἐστὶ B. 10 ὁ post. om. *Ba*. 15 ἐστὶ B (item 20, p. 460, 11). τοῦ *ΛΚ*] τοῦ γ̄κ̄ AB₁, κλ *Ba*. 17 διπλασίων *ABa*. εἰσι B (item 19). 20 τοῦ prius om. *Ba*. 22 ἴσ.] ἴσος ἐστὶ *Ba*. τοῦ supplevi. 23 γ καὶ ξη *Ba*. ὑπὸ post.] ἀπὸ *Ba*. 23/24 συναμφότερος A.

Sed

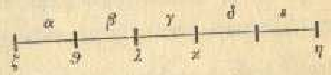
$$2(\zeta + \alpha) \times \eta\varkappa = (\zeta + \alpha) \times \eta\vartheta.$$

Ergo

$$2(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta) = (\zeta + \alpha) \times \eta\vartheta,$$

et $\eta\vartheta$ est quotum $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$. Quod erat demonstrandum.

Iisdem positis, sit quotum $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ impar, et sint in $\zeta\eta$ tot unitates quot sunt $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$. Ergo impar est et $\zeta\eta$. Sumatur ex eo unitas $\zeta\vartheta$, et secetur bifariam $\vartheta\eta$ in $\varkappa$, dividaturque $\vartheta\varkappa$ in ipsius unitates puncto λ.



Quoniam

$$\varepsilon - \gamma = \gamma - \alpha,$$

ergo

$$\varepsilon + \alpha = 2\gamma = 2\gamma \times \lambda\varkappa.$$

Eadem ratione

$$\beta + \delta = 2\gamma \times \lambda\vartheta.$$

Ita

$$\alpha + \varepsilon + \beta + \delta = 2\gamma \times \vartheta\varkappa,$$

et quoniam $2\vartheta\varkappa = \vartheta\eta$,

$$\alpha + \varepsilon + \beta + \delta = \gamma \times \vartheta\eta.$$

Est quoque

$$\gamma = \gamma \times \vartheta\zeta;$$

ergo

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = \gamma \times \zeta\eta.$$

Sed

$$2\gamma \times \zeta\eta = (\alpha + \varepsilon) \times \zeta\eta.$$

μένου ἐκ τῶν A, B, Γ, Δ, E διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $A.E$ καὶ τοῦ ZH, τουτέστιν τοῦ πλήθους τῶν ἐκτεθέντων. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ.

Ἐὰν ὦσιν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὁ σύμπας πολυπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ὀκταπλασίονα τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τετράγωνον, γίνεται τετράγωνος οὗ ἡ πλευρὰ λιποῦσα δυάδα πολλαπλάσιος ἔσται τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν κατά τινα ἀριθμόν, ὃς προσλαβὼν μονάδα διπλασίων ἐστὶ τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων πάντων σὺν τῇ μονάδι.

Ἔστωσαν γὰρ ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὶ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, οἱ $AB, \Gamma\Delta, EZ$· λέγω ὅτι γίνεται τὸ προκείμενον.

Ὅσοι γάρ εἰσιν οἱ ἐκτεθέντες σὺν τῇ μονάδι, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ $H\Theta$· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει ὁ EZ μονάδος, τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ AB ⟨μονάδος⟩, πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα τοῦ $H\Theta$, ἐὰν ἄρα θῶμεν ἕκαστον μονάδος τὸν $AK, E\Lambda, HM$, ἕξομεν τὸν ΛZ τοῦ KB πολλαπλάσιον κατὰ τὸν $M\Theta$· ὥστε ὁ ΛZ ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ $KB.M\Theta$· καὶ ἐὰν θῶμεν δυάδος τὸν KN, ζητή-

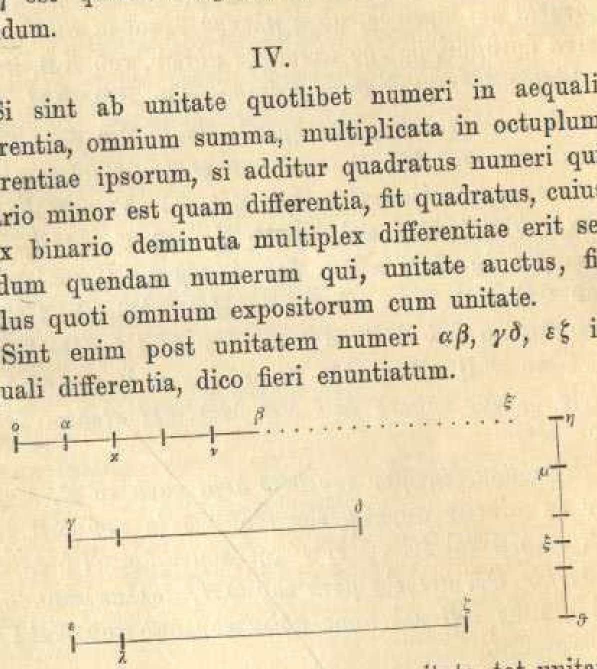
2 τουτέστι B. 6 πολλαπλασιασθεὶς *Ba*. 8 ἐλάσσονα A, ἐλάττονα B_1. 13 γὰρ om. *Ba*. 18 EZ] ηζ AB_1. μονάδα *Ba* (item 21). 19 μονάδος supplevi. 20 ἐλάττ. B_1 (item p. 462, 3). 21 ἕξωμεν A. 22 πολλαπλασίονα B_1. 23 δυάδος] δυάδα *Ba*, Δ^Y A, δύναμιν B.

Ita
$$2(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon) = (\alpha+\varepsilon) \times \zeta\eta,$$
et $\zeta\eta$ est quotum expositorum. Quod erat demonstrandum.

IV.

Si sint ab unitate quotlibet numeri in aequali differentia, omnium summa, multiplicata in octuplum differentiae ipsorum, si additur quadratus numeri qui binario minor est quam differentia, fit quadratus, cuius radix binario deminuta multiplex differentiae erit secundum quendam numerum qui, unitate auctus, fit duplus quoti omnium expositorum cum unitate.

Sint enim post unitatem numeri $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ in aequali differentia, dico fieri enuntiatum.



Quot enim sunt expositi cum unitate, tot unitates sint in $\eta\vartheta$, et quoniam[1])
$$\varepsilon\zeta - 1 = (\alpha\beta - 1) \times (\eta\vartheta - 1),$$
si sumimus
$$\alpha\kappa = \varepsilon\lambda = \eta\mu = 1,$$
habebimus $\lambda\zeta$ multiplicem $\kappa\beta$ secundum $\mu\vartheta$. Ita
$$\lambda\zeta = \kappa\beta \cdot \mu\vartheta.$$

1) Lemma II.

σομεν εἰ ὁ σύμπας πολυπλασιασθεὶς ἐπὶ η̄ τοὺς *KB*, (ὅς ἐστιν ὑπεροχὴ αὐτῶν), καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ *NB*, (ὄντος δυάδι ἐλάσσονος τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν), γίνεται τετράγωνος, οὗ ἡ πλευρὰ λιποῦσα δυάδα ποιεῖ τινα ἀριθμόν, ὅς τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, τοῦ *KB*, πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ συναμφότερον τὸν *HΘ*. *ΘM*.

Καὶ ἐπεὶ ὁ σύμπας ἥμισύς ἐστιν τοῦ ὑπὸ συναμφοτέρου τῶν *ZE*, *EΛ* καὶ τοῦ *ΘH*, ⟨διαιρεῖται δὲ ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τῶν *ZE*. *EΛ* καὶ τοῦ *ΘH*⟩ εἴς τε τὸν ὑπὸ *ΛZ*.*HΘ*, καὶ εἰς τὸν δὶς ὑπὸ *EΛ*.*HΘ*, τουτέστι β̄ τοὺς *HΘ*, πάλιν ἄρα ὁ σύμπας ⟨ἥμισύς⟩ ἐστι τοῦ ὑπὸ *ΛZ*.*HΘ* καὶ β̄ τῶν *HΘ*. ἀλλὰ ὁ *ΛZ* ἴσος ἐδείχθη τῷ ὑπὸ *KB*.*MΘ* καὶ ὁ ὑπὸ *ΛZ*.*HΘ* ἄρα ἴσ. τῷ ὑπὸ *KB*.*MΘ*.*HΘ* στερεῷ, καὶ ὁ σύμπας ἄρα ἐστὶν ἥμισυς τοῦ τε ὑπὸ *KB*.*MΘ*.*ΘH* στερεοῦ καὶ β̄ τῶν *HΘ*.

Ἐὰν ἄρα τέμωμεν τὸν *MΘ* δίχα κατὰ τὸ *Ξ*, ἕξομεν τὸν ἐκ πάντων συγκείμενον ἴσον τῷ ἐκ τῶν *KB*.*HΘ*.*ΘΞ* στερεῷ καὶ ἑνὶ τῷ *HΘ*· ζητήσομεν ἄρα εἰ ὁ ἐκ τῶν *KB*.*HΘ*.*ΘΞ* στερεὸς μετὰ τοῦ *ΘH*, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ η̄ τοὺς *KB* καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ *NB* □ον, γίνεται □ος.

Ἀλλὰ ὁ ἐκ τῶν *KB*.*HΘ*.*ΘΞ* στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα τὸν *KB*, ποιεῖ τὸν ὑπὸ *HΘ*.*ΘΞ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* □ον· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν *KB*.*HΘ*.*ΘΞ*

---

1 πολλαπλασιασθεὶς *Ba*. 2 τοῦ] τῆς AB_1. 3 ὄντα ... ἐλάσσονα AB_1. 4 λειποῦσα A. 7 ἐστι B. 8/9 ὁ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῶν ζε.ελ καὶ τοῦ θη διαιρεῖται suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 11 ἥμισύς suppl. *Ba*. 13 καὶ ὁ ὑπὸ ... *MΘ*. (14) om. A et amplius *HΘ* στερεῷ om. *Ba*. 17 ἕξωμεν A*Ba*. 19 ζητήσωμεν B_1. 20 τοῦ] ἑνὸς B.

Si nunc sumimus $\varkappa\nu = 2$, quaeremus an omnium summa, multiplicata in $8\varkappa\beta$ (hoc est 8^{ies} differentiam numerorum), addito quadrato a $\nu\beta$ (qui binario minor est quam differentia), fit quadratus, cuius radix binario deminuta facit quendam numerum qui differentiae $\varkappa\beta$ multiplex sit secundum $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)$.

Et quoniam omnium summa est

$$\frac{1}{2}(\zeta\varepsilon + \varepsilon\lambda) \times \vartheta\eta,$$

et partitur $(\zeta\varepsilon + \varepsilon\lambda) \times \vartheta\eta$ in $\lambda\zeta \,.\, \eta\vartheta$ et $2\varepsilon\lambda \,.\, \eta\vartheta$ (hoc est $2\eta\vartheta$), rursus omnium summa est

$$\frac{1}{2}(\lambda\zeta \,.\, \eta\vartheta + 2\eta\vartheta).$$

Sed monstratum est

$$\lambda\zeta = \varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta;$$

ergo

$$\lambda\zeta \,.\, \eta\vartheta = \varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta \,.\, \eta\vartheta;$$

ergo omnium summa est

$$\frac{1}{2}(\varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta \,.\, \eta\vartheta + 2\eta\vartheta).$$

Ergo si bifariam secemus $\mu\vartheta$ in ξ, habebimus omnium summam aeq. $(\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi + \eta\vartheta)$. Quaeremus igitur an

$$(\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi + \vartheta\eta) \times 8\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \square.$$

Sed

$$\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times \varkappa\beta = \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times \overline{\varkappa\beta}^2;$$

στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς *KB*, ποιεῖ τὸν ὑπὸ *ΗΘ.ΘΞ* ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς ἀπὸ *KB* $\square^{\text{ους}}$, τουτέστι τὸν $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.ΘΞ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, τουτέστι τὸν $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.ΘΜ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$.

⟨Εἰ⟩ προσλαβὼν τὸν *ΗΘ* ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς *KB*, καὶ ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ *NB* $\square^{\text{ον}}$, γίνεται $\square^{\text{ος}}$; ὁ δὲ *ΗΘ* πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς *KB* ποιεῖ τὸν $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ τῶν *ΗΘ.ΒΚ*· οὐκοῦν πάλιν εἰ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.ΘΜ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, μετὰ τοῦ $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.KB*, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ *NB* $\square^{\text{ος}}$, γίνεται $\square^{\text{ος}}$;

Διαιρεῖται δὲ ὁ $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.KB* εἴς τε τὸν $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΜ.KB* καὶ εἰς τὸν $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ.ΘΜ* ⟨καὶ τοῦ *KB*· εἰ ἄρα ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.ΘΜ*⟩ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, μετὰ τοῦ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΜ.KB*, καὶ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ.ΘΜ* καὶ τοῦ *KB*, καὶ ὁ ἀπὸ *NB*, ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$;

Ἀλλὰ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΜ.KB* ἴσ. τῷ δὶς ὑπὸ *NK.KB*, καὶ μιγεὶς τῷ ἀπὸ *NB*, ποιεῖ τοὺς ἀπὸ *KB*, *KN* $\square^{\text{ους}}$· εἰ ἄρα καὶ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΘΗ.ΘΜ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, καὶ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ.ΘΜ* καὶ τοῦ *KB*, μετὰ τῶν ἀπὸ *BK*, *KN* $\square^{\text{ων}}$, γίνεται $\square^{\text{ος}}$;

Πάλιν δὲ ὁ ἀπὸ τοῦ *BK* $\square^{\text{ος}}$ μεταβαίνει εἰς τὸν ἀπὸ τοῦ *ΗΜ* $\square^{\text{ον}}$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, καὶ μιγεὶς οὗτος τῷ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ *ΗΘ.ΘΜ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, ⟨ποιεῖ τὸν ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ.ΘΜ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$⟩· εἰ ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ.ΘΜ* ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ *KB* $\square^{\text{ον}}$, καὶ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ.ΘΜ* καὶ τοῦ *KB*, μετὰ τοῦ ἀπὸ [τοῦ] *KN*, γίνεται $\square^{\text{ος}}$;

---

4 $\delta^{\text{κις}}$] διακεκριμένον AB$_1$, item infra ubique, quae notare supersedebo. 5 εἰ supplevi. προσλαβὼν ... *NB* $\square^{\text{ον}}$ (6)]

ergo

$$\varkappa\beta\,.\,\eta\vartheta\,.\,\vartheta\xi \times 8\varkappa\beta = \eta\vartheta\,.\,\vartheta\xi \times 8\overline{\varkappa\beta}^2$$
$$= 8\eta\vartheta\,.\,\vartheta\xi \times \overline{\varkappa\beta}^2 = 4\eta\vartheta\,.\,\vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2.$$

An ista, addito $(\eta\vartheta \times 8\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2)$, fiunt $\square$?

$$\eta\vartheta \times 8\varkappa\beta = 8\eta\vartheta\,.\,\beta\varkappa.$$

Rursus an igitur

$$4\eta\vartheta\,.\,\vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 8\eta\vartheta\,.\,\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \square?$$

Sed

$$8\eta\vartheta.\ \varkappa\beta = 4\eta\mu.\ \varkappa\beta + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu) \times \varkappa\beta.$$

An igitur

$$4\eta\vartheta.\vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 4\eta\mu.\varkappa\beta + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \square?$$

Sed $\quad 4\eta\mu.\ \varkappa\beta = 2\nu\varkappa.\ \varkappa\beta;$

et¹) addito $\overline{\nu\beta}^2$, fit $(\overline{\varkappa\beta}^2 + \overline{\varkappa\nu}^2)$. An igitur

$$4\vartheta\eta.\ \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta + \overline{\varkappa\beta}^2 + \overline{\varkappa\nu}^2 = \square?$$

Rursus $\overline{\varkappa\beta}^2 = \overline{\eta\mu}^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2$, et²) addito

$$4\eta\vartheta.\ \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2, \quad \text{fit} \quad \overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)}^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2.$$

An igitur

$$\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)}^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\varkappa\beta + \overline{\varkappa\nu}^2 = \square?$$

---

1) Euclid. II, 7.
2) Euclid. II, 8.

δεικτέον οὖν ὅτι ὁ τετράκις ἀπὸ (lege ὑπὸ) ηθ.θμ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ (dele ἀπὸ τοῦ) ηθ τοῦ κβ τετράγωνον προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ νβ τετράγωνον *Ba*. ἐπὶ ὀκτὼ τοὺς κβ καὶ ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ νβ τετράγωνον *Ba*. ... ζητητέον οὖν εἰ ὁ τετράκις ἀπὸ τῶν ηθ.θμ 13 καὶ τοῦ κβ· ζητητέον οὖν εἰ ὁ τετράκις ἀπὸ τῶν ηθ.θμ suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 15 ὁ] τὸ AB, om. *Ba*. 16 *NB*] τοῦ νβ τετράγωνος *Ba*. 17 ἀλλ' ὁ *Ba*. ἴσ.] ἴσός ἐστι *Ba* (item p. 466, 9). 18 *NB*] *Ba* add. τετραγώνῳ. 19 εἰ ἄρα] ζητήσομεν ἄρα εἰ *Ba* (item 26, p. 466, 12). 21 ἀπὸ om. *Ba*. 25 ποιεῖ ... τετράγωνον (26) suppl. *Ba*. 27 *ΘΜ*] *Ba* add. τετράγωνος (item τετραγώνου post. *KN*, 29). 29 τοῦ (ante *KN*) B, om. A*Ba*.

Ἐὰν δὴ θῶμεν τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta$. ⟨ΘM⟩ καὶ τοῦ KB ἴσον τὸν $N\xi$ ἀριθμόν, ἔσται καὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta$. ΘM $\square^{ος}$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ον}$ ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ $N\xi$ $\square^{φ}$· ὅπερ ἑξῆς δειχθήσεται· εἰ ἄρα οἱ ἀπὸ τῶν ξN, NK $\square^{οι}$, μετὰ τοῦ $\delta^{κις}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta$. ΘM καὶ τοῦ KB, γίνεται $\square^{ος}$;

Ἀλλὰ ὁ $\delta^{κις}$ ὑπὸ ⟨συναμφοτέρου τοῦ⟩ $H\Theta$. ΘM καὶ τοῦ KB, ἴσ. $\delta^{κις}$ τῷ $N\xi$, ἐπείπερ καὶ ὁ ἅπαξ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta$. ΘM καὶ τοῦ KB ἴσος ἐτέθη ὁ $N\xi$· $\bar{\delta}$ δὲ οἱ $N\xi$ ἴσ. τῷ δὶς ὑπὸ $N\xi$, NK· (δυὰς γὰρ ἐτέθη ὁ NK)· εἰ ἄρα καὶ οἱ ἀπὸ τῶν $N\xi$, NK $\square^{οι}$, μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ $N\xi$, NK, ποιοῦσι $\square^{ον}$;

Ποιοῦσι δὲ τὸν ἀπὸ τοῦ ξK, οὗ ἡ πλευρὰ ἡ ξK, λιποῦσα δυάδα τῆς NK, ποιεῖ τινα ἀριθμὸν τὸν $N\xi$, ὃς τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, τοῦ KB, πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν συναμφότερον τοῦ $H\Theta$. ΘM, ὃς προσλαβὼν μονάδα, τὸν HM, ⟨διπλάσιός⟩ ἐστι τοῦ ἐκτεθέντος παντὸς συστήματος.

Τὸ ὑπερτεθὲν δεῖξαι.

Ἔστω συναμφοτέρῳ τῷ $H\Theta$. ΘM ἴσος ὁ A, τῷ δὲ KB ἴσος ὁ B, τῷ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta$. ΘM καὶ τοῦ KB ἴσος ὁ Γ· λέγω ὅτι καὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta$. ΘM (τουτέστιν ὁ ἀπὸ τοῦ A), ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB (τουτέστιν ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ B), ἴσ. τῷ ἀπὸ τοῦ Γ.

2 ΘM suppl. *Ba*. ξ] ϱ *Ba* (item ubique infra). 5 εἰ ἄρα] σκεπτέον ἄρα εἰ *Ba*. οἱ om. B_1. 8 συναμφοτέρου τοῦ supplevi. 9 τοῦ om. *Ba*. $\delta^{κις}$ τῷ $N\xi$] διακεκριμένος τοῦ $N\xi$ AB, τοῦ $\nu\varrho$ τετράκις *Ba*. ἐπείπερ] ἐπειδήπερ *Ba*. 10 συναμφοτέρῳ A. 11 ἴσ.] ἴσοι εἰσὶ *Ba*. 15 τῆς] τὴν *Ba*. 16 τῆς ὑπεροχῆς] τις ὑπερέχει AB_1. πολλαπλασίων *Ba*. 17 τοῦ] τὸν *Ba*. 18 τὸν] τῶν AB_1. διπλασίων suppl. *Ba*. 20 Τὸ ὑπερτεθὲν δεῖξαι om. *Ba*. 21 τῷ post.] τὸ AB_1 (item 22). 24 τουτέστι *Ba* (item 25). 25 ἴσ.] ἴσος ἐστὶ *Ba* (item ἴσον ἐστὶ p. 468, 8 et 13).

Si ponimus[1]) numerum $\nu\xi' = (\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta$, erit

$$\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)}^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2 = \overline{\nu\xi'}^2,$$

quod infra demonstrabitur.

An igitur

$$\overline{\xi'\nu}^2 + \overline{\nu\varkappa}^2 + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta = \square?$$

Sed

$$4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta = 4\nu\xi',$$

quum positus sit

$$\nu\xi' = (\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta; \quad \text{et} \quad 4\nu\xi' = 2\nu\xi'.\nu\varkappa,$$

quum positus sit $\nu\varkappa = 2$.

An igitur

$$\overline{\nu\xi'}^2 + \overline{\nu\varkappa}^2 + 2\nu\xi'.\nu\varkappa = \square?$$

Ista autem faciunt quadratum a $\xi'\varkappa$, cuius radix $\xi'\varkappa$, binario $\nu\varkappa$ deminuta, facit quendam numerum $\nu\xi'$, qui differentiae $\varkappa\beta$ multiplex est secundum $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)$, cui summae addita unitate $\eta\mu$, fit duplus quoti omnium expositorum.

Quod dilatum est demonstrare. 7

Sit

$$\alpha = \eta\vartheta + \vartheta\mu, \quad \beta = \varkappa\beta, \quad \gamma = (\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta.$$

Dico productum ex $\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)}^2$, hoc est ex α^2, in $\overline{\varkappa\beta}^2$, hoc est in β^2, aequalem esse γ^2.

1) Litera ξ, iam antea adhibita, nunc rursus introducitur; novum eius usum accentu designavimus.

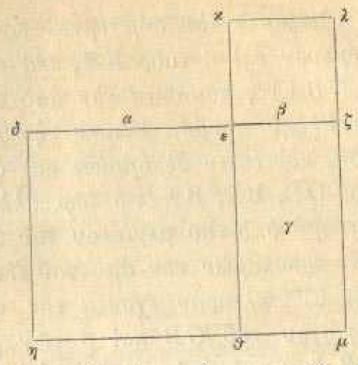
Κείσθω τοῖς Α, Β ἴσοι ἐπ' εὐθείας οἱ ΔΕ, ΕΖ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τὰ ΔΘ, ΕΛ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΘΖ παραλληλόγραμμον.

Ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως τὸ ΔΘ πρὸς ΖΘ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ ΘΕ πρὸς ΕΚ, οὕτως τὸ ΘΖ παραλληλόγραμμον πρὸς ΕΛ· τὸ ἄρα ΘΖ παραλληλόγραμμον μέσον ἀνάλογόν ἐστι τῶν ΔΘ. ΚΖ $\square^{\omega\nu}$· *τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΘ. ΖΚ* $\square^{\omega\nu}$ *ἴσ. τῷ ἀπὸ τοῦ ΘΖ παραλληλογράμμου· καὶ ἔστι τὸ μὲν ΔΘ ἴσον τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ, τὸ δὲ ΖΚ* $\square^{o\nu}$ *ἴσον τῷ ἀπὸ τοῦ ΚΒ, τὸ δὲ ΘΖ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ Νξ. καὶ τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ* $\square^{o\nu}$ *ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΚΒ* $\square^{o\nu}$ *ἴσ. τῷ ἀπὸ τοῦ Νξ τετραγώνῳ.*

Τῶν προκειμένων ὄντων, λέγομεν ὅτι, ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἐν οἱᾳοῦν ὑπεροχῇ, ὁ σύμπας πολύγωνός ἐστι· καὶ γὰρ ἔχει γωνίας τοσαύτας, ὅσος ἐστὶν ὁ δυάδι μείζων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, πλευρά τε αὐτοῦ ἐστι τὸ πλῆθος τῶν ἐκτεθέντων σὺν τῇ μονάδι.

---

2 ἀπ'] ἐπ' A. τετράγωνοι *Ba*. τὰ] τοῦ AB, οἱ *Ba*. δε, ελ AB₁. 3 παραλληλόγραμμον] ⳁ AB (quod compendium Hultsch legit χωρίον in ed. Pappi), παραπλήρωμα *Ba* (eadem infra ubique). 4 ἡ] οἱ B₁. πρὸς bis] ἐπὶ *Ba* (item 5, 6). ΖΘ] *ΗΘ* A, *Θξ* B. 7 *ΚΖ*] ξ*Κ* B, *Θξ Ba*. 8 ΘΖ] κξ B₁. 9 τῷ] τὸ AB₁. 10 Θ*Μ*] *Ba* add. τετραγώνῳ. 11 τὸ] τῷ AB₁. 14 λέγωμεν A. 15 οἱᾳοῦν] ἴσῃ *Ba*.



Ponantur in directum $\delta\varepsilon = \alpha$, et $\varepsilon\zeta = \beta$, et ab istis describantur quadrata $\delta\vartheta$, $\varepsilon\lambda$ et compleantur parallelogrammo $\vartheta\zeta$.

Est ergo

$$\text{ut } \delta\varepsilon \text{ ad } \varepsilon\zeta, \text{ ita } \overline{\delta\vartheta} \text{ ad } \overline{\zeta\vartheta},$$

et

$$\text{ut } \vartheta\varepsilon \text{ ad } \varepsilon\varkappa, \text{ ita } \overline{\vartheta\zeta} \text{ ad } \overline{\varepsilon\lambda}.$$

Parallelogrammum igitur $\vartheta\zeta$ est medium proportionale inter quadrata $\delta\vartheta$, $\varkappa\zeta$, ergo

$$\overline{\delta\vartheta} \times \overline{\zeta\varkappa} = \overline{\vartheta\zeta}^2.$$

At $\delta\vartheta$ aequale est quadrato ab $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)$; et quadratum $\zeta\varkappa$ aequale quadrato a $\varkappa\beta$; denique parallelogrammum $\vartheta\zeta$ aequale est $\nu\xi'$. Ergo

$$\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)^2 \times \varkappa\beta^2 = \nu\xi'^2}.$$

Demonstratis praecedentibus, hoc dicimus: 8

Si sint numeri ab unitate quotlibet in quavis differentia, omnium summa polygonus est; etenim tot habet angulos quotus est numerus binario maior quam differentia illorum, et latus ipsius est quotum expositorum cum unitate.

Ἐπεὶ γὰρ ἐδείξαμεν τὸν σύμπαντα τῶν ἐκκειμένων πάντων, γενόμενον ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, καὶ προσλαβόντα τὸν ἀπὸ τοῦ NB □^{ον}, ποιοῦντα τὸν ἀπὸ τοῦ ξK □^{ον}, ἀλλὰ καὶ ἐὰν ἄλλην μονάδα θῶμεν τὴν AO, ἕξομεν τὴν KO δυάδα, καὶ ἔστιν δὲ ὁμοίως καὶ ὁ KN δυάς· ἔσονται ἄρα οἱ OB, BK, BN τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχοντες· ὁ ἄρα $\eta^{κις}$ ὑπὸ τοῦ μεγίστου τοῦ OB καὶ τοῦ μέσου τοῦ BK, προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου τοῦ BN □^{ον}, ποιεῖ □^{ον} πλευρὰν ἔχοντα τὸν συγκείμενον ἔκ τε τοῦ μεγίστου τοῦ OB καὶ $\bar{\beta}$ τῶν μέσων τῶν BK· καὶ ὁ OB ἄρα πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ NB □^{ον}, ἴσ. τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ τε OB καὶ $\bar{\beta}$ τῶν KB, καὶ ἡ πλευρὰ λιποῦσα δυάδα, τὸν OK, καταλείψει $\bar{\gamma}$ τοὺς KB, οἵ εἰσιν τοῦ KB πολλαπλάσιοι κατὰ τριάδα· ἡ δὲ τριάς, προσλαβοῦσα μονάδα, $\beta^{πλ.}$ ἐστὶ τῆς δυάδος.

Ἐπεὶ οὖν ὁ σύμπας τῶν ἐκκειμένων σὺν τῇ μονάδι τὸ αὐτὸ πρόβλημα ποιεῖ τῷ OB, ὁ δὲ OB ὢν τυχὼν καὶ πολύγωνός ἐστιν $\alpha^{ος}$ ἀπὸ τῆς μονάδος (ἐπείπερ μονάς ἐστιν ὁ AO, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ ἐστιν ἀριθμὸς ὁ AB), καὶ ἔχει πλευρὰν δυάδα· ὥστε καὶ ὁ σύμπας τῶν ἐκκειμένων πολύγωνός ἐστιν ἰσογώνιος τῷ OB, ἔχων γωνίας τοσαύτας ὅσος ἐστὶν ὁ δυάδι μείζων, τῇ OK, τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τοῦ KB· καὶ πλευρὰν ἔχει τὸν $H\Theta$, ὅς ἐστι τὸ πλῆθος τῶν ἐκτεθέντων σὺν τῇ μονάδι.

Καὶ ἀπεδείχθη τὸ παρὰ Ὑψικλεῖ ἐν ὅρῳ λεγόμενον, ὅτι, ‛ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ ὁποσοιοῦν, μονάδος μενούσης τῆς ὑπεροχῆς, ὁ σύμπας

3 ποιεῖν *Ba*. 5 ἔστι *Ba*. 6/7 ὑπερέχουσι AB_1. 8 προσλαβὼν] λαβὼν B_1. 11 πολλαπλασιασθήσεται AB_1.

Quoniam enim demonstravimus omnium expositorum summam, multiplicatam in $8\varkappa\beta$, addito $\overline{\nu\beta}^2$, facere $\overline{\xi\varkappa}^2$, si aliam unitatem αo sumimus, habebimus $\varkappa o = 2$, sicut est et $\varkappa\nu = 2$. Ergo $o\beta$, $\beta\varkappa$, $\beta\nu$ secundum aequales differentias progrediuntur; octies[1]) igitur productus maximi $o\beta$ et medii $\beta\varkappa$, plus quadrato minimi $\beta\nu$, fit quadratus cuius radix aequatur summae maximi $o\beta$ et bis medii $\beta\varkappa$. Ergo

$$o\beta \times 8\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = (\overline{o\beta + 2\varkappa\beta})^2,$$

cuius radix, binario $o\varkappa$ deminuta, remanet $3\varkappa\beta$, hoc est multiplex $\varkappa\beta$ secundum 3; et

$$3 + 1 = 2 \times 2.$$

Sic omnium expositorum cum unitate summa idem problema solvit quod $o\beta$; est autem ab libitum $o\beta$ et ab unitate polygonus primus cuius latus est 2 (quoniam unitas est αo et secundus numerus $\alpha\beta$); ita omnium expositorum summa polygonus est, idem quotum angulorum ac $o\beta$ habens, id est binario $o\varkappa$ maius quam numerorum differentiam $\varkappa\beta$; latus autem illius erit $\eta\vartheta$, nempe quotum expositorum cum unitate.

Demonstratum quoque est quod ab Hypsicle in definitione dictum fuit, nempe: ‘Si sint numeri ab unitate in aequali differentia quotlibet, et unitas re-

1) Lemma I.

12 ἴσ.] ἴσός ἐστι *Ba*. 12/13 συναμφοτέρῳ A. 13 ἡ] *Ba* add. τούτου. 14 τοὺς om. *Ba*. 15 εἰσι *Ba*. 16 Ante μονάδα, *Ba* add. τήν. 19 ἐστι *Ba* (item p. 472, 1). 23 γωνίας] πλευρὰν AB_1. μείζων τῇ OK] μὲν τῆς οκ AB, τῇ OK μείζων *Ba*. 24 τοῦ] τὸ AB, τῷ *Ba*. 25 τῶν ἐκτεθέντων *Ba*, τῆς ἐκτεθείσης AB.

ἐστὶν ⟨τρίγωνος, δυάδος δέ⟩, τετράγωνος, τριάδος δέ, πεντάγωνος· λέγεται δὲ τὸ πλῆθος τῶν γωνιῶν κατὰ τὸν δυάδι μείζονα τῆς ὑπεροχῆς, πλευραὶ δὲ αὐτῶν τὸ πλῆθος τῶν ἐκτεθέντων σὺν τῇ μονάδι.'

Ὅθεν, ἐπεὶ οἱ τρίγωνοι μονάδος οὔσης τῆς ὑπεροχῆς γίνονται, καὶ πλευραὶ αὐτῶν εἰσιν οἱ μέγιστοι τῶν ἐκτιθεμένων, καὶ ὁ ὑπὸ τοῦ μεγίστου τῶν ἐκτιθεμένων καὶ τοῦ μονάδι μείζονος αὐτοῦ, διπλασίων ἐστὶ τοῦ σημαινομένου τριγώνου· καὶ ἐπεὶ ὁ *ΟΒ* ὢν τοσαῦται γωνίαι ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν $\eta^{\pi\lambda\cdot}$ τοῦ δυάδι ἐλάσσονος (τουτέστιν τοῦ τῆς ὑπεροχῆς· ἐπὶ τὸν $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ἔσται τὸν *ΚΒ*), ⟨καὶ⟩ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος (τουτέστι τὸν ἀπὸ τοῦ *ΝΒ*), ποιεῖ $\square^{\text{ον}\cdot}$ οὗτος ἔσται ὅρος τῶν πολυγώνων ὅτι·

Πᾶς πολύγωνος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν $\eta^{\pi\lambda\cdot}$ τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, ποιεῖ τετράγωνον.

Συναποδειχθέντος οὖν καὶ τοῦ Ὑψικλέους ὅρου καὶ τούτου τῶν πολυγώνων, ἑξῆς ἐστι δεικνύναι πῶς δοθείσης πλευρᾶς ὁ ἐπιταχθεὶς πολύγωνος εὑρίσκεται.

Ἔχοντες γὰρ πλευρὰν δοθεῖσαν τινὸς πολυγώνου τὸν *ΗΘ*, ἔχοντες δὲ καὶ τὸ πλῆθος αὐτοῦ τῶν γωνιῶν, ἔχομεν καὶ τὴν *ΚΒ* δοθέντων. ὥστε καὶ τὸν ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ *ΗΘ*. *ΘΜ* καὶ τοῦ *ΚΒ* ἕξομεν δοθέντα,

1 τρίγωνος, δυάδος δέ suppl. *Ba*. 3 τῇ ὑπεροχῇ AB. 7 ὁ] τοῦ AB₁. 8 μείζων A. ἐστὶ] εἰσὶν A, ἐστὶν *Ba*. 9 ὢν] πολύγωνος ὢν καὶ οὗ *Ba*. 11 ἐπὶ τὸν η̄ τοῦ] ὀκτάκις ἐπὶ τὸν *Ba* (item 16). ἐλάσσονος . . . . . τὸν *ΚΒ* (12) scripsi,

maneat differentia, omnium summa erit triangulus; sit differentia binarius, quadratus; sit ternarius, pentagonus; dicitur nempe quotum angulorum secundum binario maiorem quam differentiam, latus autem est quotum expositorum cum unitate.'

Unde, quoniam fiunt trianguli si differentia sit unitas, et illorum latera sunt maximi expositorum, et productus maximi expositorum et numeri unitate maioris est duplus indicati trianguli; et quoniam $o\beta$ qui tot angulos habet quot in ipso sunt unitates, multiplicatus in 8^{plum} minoris binario (hoc est differentiae; erit in $8\kappa\beta$), si additur quadratus quaternario minoris (hoc est $\nu\beta^2$), fit quadratus, haec erit polygonorum definitio:

Omnis polygonus multiplicatus in 8^{plum} binario minoris quam quoti angulorum, addito quadrato minoris quaternario quam quoti angulorum, facit quadratum.

Simul demonstrata Hypsiclis definitione et ista nova polygonorum, deinceps monstrandum est quomodo dato latere propositus polygonus invenitur.

Habentes latus datum $\eta\vartheta$ cuiusdam polygoni, habentes et quotum angulorum ipsius, habemus quoque $\kappa\beta$ datum. Ita $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\kappa\beta$ habebimus datum, nempe

τοῦ ἐλάσσονος τῆς ὑπεροχῆς τουτέστιν ἐπὶ τὸν η̄ ἔσται τὸν $\overline{\kappa\beta}$ AB, αὐτοῦ ἐλάσσονα, τουτέστι ἐπὶ τὸν κβ *Ba*. 12 καὶ suppl. *Ba*. 13 ἀπὸ τοῦ τετράδι] αὐτοῦ τετράδι AB, ἀπὸ τοῦ τετράδι αὐτοῦ *Ba*. ἐλάσσονα A, ἐλάττονα B₁ (item ἐλάττ. B₁, 17 et 18). 14 τὸν] τοῦ AB₁. 18 ἐλάσσονα *Ba*. 19 γωνιῶν] τριῶν AB₁. 21 τούτου scripsi, τούτων AB. 22 ὁ] ἐπὶ ὁ AB₁. 23 δοθεῖσαν scripsi, δοθέντος AB. 24 τὸν] τοῦ AB₁. τῶν om. *Ba*. 25 τὴν] τὸν *Ba*, fortasse mel. δοθέντων] δοθέντα *Ba*. 25/26 συναμφότερον A. 26 $\overline{\eta\vartheta\mu}$ AB₁.

ὅς ἐστιν ἴσος τῷ Νξ· ὥστε ἕξομεν καὶ τὸν Κξ δοθέντα, ἐπείπερ δυάς ἐστιν ὁ ΝΚ· ὥστε καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ Κξ ἕξομεν δοθέντα, καὶ ἀπὸ τούτου ἀφελόντες τὸν ἀπὸ τοῦ ΝΒ □ον ὄντα δοθέντα, ἕξομεν καὶ τὸν λοιπὸν δοθέντα, ὅς ἐστιν τοῦ ζητουμένου πολυγώνου πολλαπλασίων κατὰ τὸν ὀκταπλάσιον τοῦ ΚΒ· ὥστε εὑρετός ἐστιν ὁ ζητούμενος πολύγωνος.

Ὁμοίως δὲ καὶ πολυγώνου δοθέντος εὑρήσομεν τὴν πλευρὰν αὐτοῦ τὸν ΗΘ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Διδασκαλικώτερον δὲ ὑποδείξομεν καὶ τοῖς βουλομένοις εὐχερῶς ἀκούειν τὰ ζητούμενα διὰ μεθόδων.

Λαβόντες γὰρ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἀεὶ διπλασιάσαντες, ἀφελοῦμεν μονάδα, καὶ τὸν λοιπὸν πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὸν δυάδι ἐλάσσονα τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τῷ γενομένῳ προσθήσομεν ἀεὶ δυάδα, καὶ λαβόντες τὸν ἀπὸ τοῦ γενομένου □ον, ἀφελοῦμεν ἀπ' αὐτοῦ τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τὸν λοιπὸν μερίσαντες εἰς τὸν ηπλ. τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, εὑρήσομεν τὸν ζητούμενον πολύγωνον.

Πάλιν δὲ αὐτοῦ τοῦ πολυγώνου δοθέντος, εὑρήσομεν οὕτως τὴν πλευράν· πολλαπλασιάσαντες γὰρ αὐτὸν ἐπὶ τὸν ηπλ. τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τῷ γενομένῳ προσθέντες τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν □ον, εὑρήσομεν □ον, ἐάνπερ ᾖ ὁ ἐπιταχθεὶς πολύγωνος· τούτου δὲ τοῦ τετραγώνου ἀπὸ τῆς πλευρᾶς ἀφελόντες ἀεὶ δυάδα, τὸν λοιπὸν μερίσομεν ἐπὶ τὸν δυάδι ἐλάσσονα

---

1 τῶν ξ A, τῷ ξ B_1. ὥστεξομεν A. 3 τούτου *Ba*,

νξ′, et habebimus κξ′ datum, quum νκ sit binarius. Ita et $\overline{\kappa\xi'}^2$ habebimus datum, a quo subtrahentes datum $\overline{\nu\beta}^2$, residuum habebimus datum, qui quaesiti polygoni multiplex erit secundum 8κβ. Ita inveniri potest quaesitus polygonus.

Similiter et polygoni dati inveniemus latus ηθ. Quod erat demonstrandum.

Accommodatius autem ad disciplinam, idem mon- 9
strabimus iis qui quaesita per methodos facile intelligere cupiunt.

Sumentes latus polygoni, illud duplicamus semper, subtrahimus unitatem; residuum multiplicantes in binario minorem quam quotum angulorum, producto addimus constanter 2. Summae quadratum sumentes, ab illo subtrahemus quadratum minoris quaternario quam quoti angulorum, et residuum dividentes per 8plum minoris binario quam quoti angulorum, inveniemus quaesitum polygonum.

Rursus ipso polygono dato, latus sic inveniemus: multiplicantes illum in 8plum minoris binario quam quoti angulorum, et producto addentes quadratum minoris quaternario quam quoti angulorum, inveniemus quadratum, si tamen propositus sit polygonus. Ab huius quadrati radice subtrahentes constanter 2, residuum dividemus per minorem binario quam quotum

---

τούτων AB. 5 ἐστι B_1. 12 ἀεὶ] καὶ ἀεὶ *Ba*. 15 καὶ om. *Ba*. 17 ἐλάττ. B_1 (item 23, 25, 28). 21 δ' αὐτοῦ *Ba*. τοῦ om. *Ba*. 28 μεριοῦμεν AB.

τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τῷ γενομένῳ προσθέντες μονάδα, καὶ τοῦ γενομένου λαβόντες τὸ ἥμισυ, ἕξομεν τὴν τοῦ ζητουμένου πολυγώνου πλευράν.

[Δοθέντος ἀριθμοῦ εὑρεῖν ποσαχῶς δύναται εἶναι πολύγωνος.

Ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ AB, πλῆθος δὲ αὐτοῦ γωνιῶν ὁ $B\Gamma$, καὶ κείσθω ἐν τῷ $B\Gamma$ δυὰς μὲν ὁ $\Gamma\Delta$, τετρὰς δὲ ὁ ΓE· καὶ ἐπεὶ ὁ AB ὢν πολύγωνος ἔχει γωνίας τοσαύτας ὅσος ἐστὶν ὁ $B\Gamma$, ὁ ἄρα $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ $AB.B\Delta$ μετὰ τοῦ ἀπὸ BE ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$.

Ἔστω αὐτοῦ πλευρὰ ὁ ZH· ὥστε ὁ ἀπὸ τοῦ ZH $\square^{\text{ος}}$ ἴσ. τῷ τε $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ $AB.B\Delta$ καὶ τῷ ἀπὸ BE $\square^{\text{ῳ}}$.

κείσθω ἐν τῷ AB $\mathring{M}$ ὁ $A\Theta$, καὶ διῄρηται ὁ $\eta^{\text{κις}}$ ὑπὸ $AB.B\Delta$ εἴς τε τὸν $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ $A\Theta.B\Delta$ καὶ εἰς τὸν $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $AB.B\Theta$ ⟨καὶ τοῦ $B\Delta$. κείσθω συναμφοτέρῳ τῷ $AB.B\Theta$⟩ $\delta^{\text{κις}}$ ὁ ΔK, καὶ μεταβησόμεθα τὸν μὲν $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $AB.B\Theta$ καὶ τοῦ $B\Delta$ εἰς τὸν ὑπὸ $K\Delta B$, τὸν δὲ $\delta^{\text{κις}}$ ὑπὸ $A\Theta.B\Delta$ εἰς τὸν δὶς ὑπὸ $B\Delta.\Delta E$ (δυὰς γάρ ἐστιν ὁ $E\Delta$)· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ZH ἄρα $\square^{\text{ος}}$ ἴσ. τῷ τε ὑπὸ $K\Delta B$ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ $B\Delta$, ΔE καὶ τῷ ἀπὸ BE $\square^{\text{ῳ}}$.

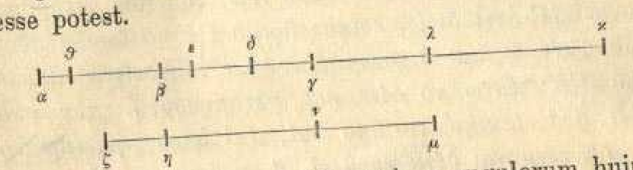
Ἀλλὰ τῷ δὶς ὑπὸ $B\Delta E$ καὶ τῷ ἀπὸ BE $\square^{\text{ῳ}}$ ἴσ. οἱ ἀπὸ τῶν $B\Delta$, ΔE $\square^{\text{οι}}$· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ZH ἄρα $\square^{\text{ος}}$ ἴσ. τῷ τε ὑπὸ $K\Delta B$ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $B\Delta$, ΔE $\square^{\text{οις}}$.

---

1 γινομένῳ B[1]. 4 Δοθέντος κ. τ. ἑ. usque ad finem mutilum Diophanto haud tribuenda videntur. 10 BE] Ba add. τετραγώνου. 15 $AB.B\Theta$] $\overline{\alpha\beta\vartheta}$ AB[1], $\alpha\beta.\vartheta\beta$ Ba (item 17). 15/16 καὶ τοῦ $\overline{\beta\delta}$. καὶ κείσθω συναμφοτέρῳ $\alpha\beta.\vartheta\beta$ ἴσος suppl. Ba, quae paulum mutavi. 16 $\delta^{\text{κις}}$ om. Ba. 18 $\kappa\delta\beta$, Ba, $\kappa\beta$ AB. 19 ἐστι Ba. 20 τε om. Ba. 22 $\square^{\text{ῳ}}$ post $B\Delta E$ ponunt AB[1]. οἱ] ὁ A. 24 ΔE] $\delta\zeta$ AB[1].

angulorum, et quotienti addentes unitatem, summae dimidium sumentes, habebimus quaesiti polygoni latus.

[Dato[1]) numero, invenire quot modis polygonus esse potest.



Esto datus numerus $\alpha\beta$, quotum angulorum huius $\beta\gamma$, et sumatur in $\beta\gamma$ binarius $\gamma\delta$ quaternariusque $\gamma\varepsilon$.

Quoniam $\alpha\beta$ polygonus est et tot angulos habet quotus est $\beta\gamma$, ergo

$$8\alpha\beta.\beta\delta + \overline{\beta\varepsilon}^2 = \square.$$

Huius $\square$ sit radix $\zeta\eta$; ita

$$\overline{\zeta\eta}^2 = 8\alpha\beta.\beta\delta + \overline{\beta\varepsilon}^2.$$

Sumatur in $\alpha\beta$ unitas $\alpha\vartheta$; partitur $8\alpha\beta.\beta\delta$ in

$$4\alpha\vartheta.\beta\delta + 4(\alpha\beta + \beta\vartheta)\,\beta\delta.$$

Ponatur

$$\delta\varkappa = 4(\alpha\beta + \beta\vartheta);$$

transformabitur $4(\alpha\beta + \beta\vartheta)\,\beta\delta$ in $\varkappa\delta.\delta\beta$, et $4\alpha\vartheta.\beta\delta$ in $2\beta\delta.\delta\varepsilon$ (nam $\varepsilon\delta = 2$). Ergo

$$\overline{\zeta\eta}^2 = \varkappa\delta.\delta\beta + 2\beta\delta.\delta\varepsilon + \overline{\beta\varepsilon}^2.$$

Sed[2])

$$2\beta\delta.\delta\varepsilon + \overline{\beta\varepsilon}^2 = \overline{\beta\delta}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2;$$

ergo

$$\overline{\zeta\eta}^2 = \varkappa\delta.\delta\beta + \overline{\beta\delta}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

---

1) Quae sequuntur usque ad finem, commentatoris vanum esse tentamen censeo.

2) Euclid. II, 7.

τῷ δὲ ὑπὸ $K\Delta B$ καὶ τῷ ⟨ἀπὸ⟩ $B\Delta$ ἴσ. τὸ ὑπὸ $KB\Delta$· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ZH ἄρα ἴσ. τῷ τε ὑπὸ $KB\Delta$ καὶ τῷ ἀπὸ ΔE □ῳ.

Καὶ ἐπεὶ ὁ ΔK, ἴσος ὢν δκις συναμφοτέρῳ τῷ ΔB. $B\Theta$, μείζων ἐστὶ δκις τοῦ $\Delta\Theta$, τουτέστι τετράδος, ὧν ὁ $\Delta\Gamma$ ἐστὶ δυάς, λοιπὸς ἄρα ὁ ΓK μείζων δυάδος τοῦ $\Gamma\Delta$· ἡ ἄρα διχοτομία τοῦ ΔK πεσεῖται μεταξὺ τοῦ ΓK· ἔστω τὸ Λ. καὶ μεταβησόμεθα τὸν ὑπὸ $KB.B\Delta$ εἰς τὴν τῶν ἀπὸ $B\Lambda$, $\Lambda\Delta$ ὑπεροχήν, ἐπείπερ ἡ ΔK τέτμηται δίχα κατὰ τὸ Λ, πρόσκειται δὲ ἡ ΔB· καὶ ἔστιν τὸ ὑπὸ $KB\Delta$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $\Delta\Lambda$ ἴσ. τῷ ἀπὸ ΛB, καὶ τὸ ἀπὸ ΛB ἄρα τοῦ ἀπὸ $\Lambda\Delta$ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ $KB\Delta$· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ZH ἄρα □ος ἴσ. τῇ τε ἀπὸ τῶν $B\Lambda$, $\Lambda\Delta$ ὑπεροχῇ καὶ τῷ ἀπὸ ΔE □ῳ.

Κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ $\Delta\Lambda$· καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ZH, $\Delta\Lambda$ ἄρα ἴσοι □οι εἰσιν τοῖς ἀπὸ τῶν $B\Lambda$, ΔE □οις· ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ ὡς εἷς καὶ δυσὶν ἀριθμοῖς ἴσοι ὦσιν, καὶ ἐναλλὰξ αἱ ὑπεροχαὶ αὐτῶν ἴσαι· ἡ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν $\Lambda\Delta$, ΔE ὑπεροχὴ ἴσ. τῇ τῶν ⟨ἀπὸ τῶν⟩ ΛB, ZH ὑπεροχῇ· καὶ ἐπεὶ ὁ $E\Delta$ τῷ $\Delta\Gamma$ ἴσ., πρόσκειται δὲ ὁ $\Gamma\Lambda$, τὸ ἄρα $E\Lambda\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $\Gamma\Delta$ ἴσ. τῷ ἀπὸ $\Delta\Lambda$· ἡ ἄρα ἀπὸ τῶν $\Lambda\Delta$, $\Delta\Gamma$ ὑπεροχή, τουτέστιν ἡ ⟨τῶν⟩ ἀπὸ τῶν $\Lambda\Delta$, ΔE, ἥτις ἐστὶν ἡ ὑπὸ $E\Lambda\Gamma$, ἴσ. τῇ ⟨τῶν⟩ ἀπὸ τῶν ΛB, ZH ὑπεροχῇ.

Κείσθω τῷ $B\Lambda$ ἴσος ὁ ZM· (μείζων γάρ ἐστιν ὁ $B\Lambda$ τοῦ ZH, ἐπείπερ ἐδείχθη τὰ ἀπὸ ZH, $\Delta\Lambda$ □α

1 ἀπὸ τοῦ suppl. *Ba*, ἀπὸ simpliciter scripsi. τὸ ὑπὸ κβδ *Ba*, τὸ ἀπὸ κδβ A, τῶ ἀπὸ κδβ B. 4 ΔK] ακ AB_1. 5 $B\Theta$] βε AB_1. 6 $\Delta\Gamma$] βγ *Ba*. 8 ὑπὸ $KB.B\Delta$ . . . ὑπεροχήν (9)] τὸν ἀπὸ βλ εἴς τε τὸν ἀπὸ λδ καὶ τὸν ὑπὸ κβδ *Ba*. 9 τὴν] τὸν A. ὑπεροχή AB_1. 10 δίχα] διχῆ AB, διχῆ *Ba*. 11 ἔστι *Ba* (item 25, p. 480, 11). τὸ] τοῦ AB, τοῦ τε *Ba*. μετὰ] καὶ *Ba*. $\Delta\Lambda$] λδ *Ba*. ἴσον τὸ *Ba*. 12 ΛB post.] λκ *Ba*. ἄρα] B_1 add. καὶ. 14 τῶν] τοῦ *Ba*. 16 εἰσι *Ba*. 17 ὡς] ὁ AB_1. ὡς εἷς om. *Ba*. 18 ὦσι *Ba*. ἴσαι] μόναι *Ba*. 19 ἀπὸ τῶν supplevi. 21 $E\Lambda\Gamma$] εγλ AB, ὑπὸ ελγ̄ *Ba*. 23 τῶν supplevi (item 24). ὑπεροχῇ om. *Ba*.

Sed
$$\varkappa\delta.\delta\beta + \overline{\beta\delta}^2 = \varkappa\beta.\beta\delta;$$
ergo
$$\overline{\zeta\eta}^2 = \varkappa\beta.\beta\delta + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

Et quoniam $\delta\varkappa$, hic est $4(\alpha\beta + \beta\vartheta)$, maior est quam $4\alpha\vartheta$, hoc est maior quaternario; quum sit $\delta\gamma = 2$, residuus $\gamma\varkappa$ maior erit binario $\gamma\delta$; ergo dimidiata sectio illius $\delta\varkappa$ cadet inter γ et $\varkappa$; esto in λ. Transformabitur $\varkappa\beta.\beta\delta$ in $\overline{\beta\lambda}^2 - \overline{\lambda\delta}^2$. Quia enim $\delta\varkappa$ bifariam secta est in λ et ipsi additur $\delta\beta$, erit[1])
$$\varkappa\beta.\beta\delta + \overline{\lambda\delta}^2 = \overline{\lambda\beta}^2; \quad \text{ergo} \quad \overline{\lambda\beta}^2 - \overline{\lambda\delta}^2 = \varkappa\beta.\beta\delta.$$

Ita
$$\overline{\zeta\eta}^2 = \overline{\beta\lambda}^2 - \overline{\lambda\delta}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

Utrimque addatur $\overline{\lambda\delta}^2$:
$$\overline{\zeta\eta}^2 + \overline{\delta\lambda}^2 = \overline{\beta\lambda}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

Sed si summa duorum numerorum summae duorum numerorum aequalis est, differentiae quoque vicissim aequales sunt; ergo
$$\overline{\lambda\delta}^2 - \overline{\delta\varepsilon}^2 = \overline{\lambda\beta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2.$$

Et quoniam $\varepsilon\delta = \delta\gamma$, ipsique additur $\gamma\lambda$, ergo[1])
$$\varepsilon\lambda.\lambda\gamma + \overline{\gamma\delta}^2 = \overline{\delta\lambda}^2.$$

Ergo
$$\overline{\lambda\delta}^2 - \overline{\delta\varepsilon}^2 = \overline{\lambda\delta}^2 - \overline{\delta\gamma}^2 = \varepsilon\lambda.\lambda\gamma = \overline{\lambda\beta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2.$$

Ponatur $\zeta\mu = \beta\lambda$. (Est enim $\beta\lambda > \zeta\eta$, quia monstratum est

1) Euclid. I, 6.

ἴσα τοῖς ἀπὸ *ΒΛ*, *ΕΔ* $\square^{οις}$, λοιπὸν τὸ ἀπὸ *ΔΛ* μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ *ΔΕ*, ἐπείπερ καὶ τοῦ ἀπὸ *ΔΓ* μεῖζόν ἐστι, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ *ΒΛ* τοῦ ἀπὸ *ΖΗ* μεῖζόν ἐστι· κείσθω οὖν τῷ *ΒΛ* ⟨ἴσος⟩ ὁ *ΖΜ*.) ἔσται δὴ καὶ ἡ τῶν ἀπὸ *ΖΜ*, *ΖΗ* ὑπεροχὴ ἴση τῷ ὑπὸ *ΕΛ*.*ΛΓ*.

Καὶ ἐπεὶ ὁ *ΔΚ* $\delta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ συναμφοτέρου τοῦ *ΑΒ*. *ΒΘ*, ὁ δὲ *ΔΚ* δίχα τέτμηται κατὰ τὸ *Λ*, καὶ ὁ *ΔΛ* ἄρα $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ συναμφοτέρου τοῦ *ΑΒ*. *ΒΘ*· ὧν ὁ *ΔΓ* $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ τοῦ *ΑΘ*· λοιπὸς ἄρα ὁ *ΛΓ* $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ $\bar{\beta}$ τῶν *ΒΘ*· $\delta^{\pi\lambda.}$ ἄρα ἐστὶν ὁ *ΓΛ* τοῦ *ΘΒ*, ὥστε $\delta^{ον}$ μέρος ἐστὶν ὁ *ΘΒ* τοῦ *ΛΓ*· ἀλλὰ καὶ ἡ *ΑΘ* μονὰς $\delta^{ον}$ ἐστιν τῆς *ΕΓ* τετράδος· ὅλος ἄρα ὁ *ΑΒ* $\delta^{ον}$ ἐστι μέρος τοῦ *ΕΛ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ *ΘΒ* τοῦ *ΛΓ* μέρος $\delta^{ον}$· τὸ ἄρα ὑπὸ *ΑΒ*.*ΒΘ* $ι\varsigma^{ον}$ ἐστι τοῦ ὑπὸ *ΕΛ*.*ΛΓ*· τὸ ἄρα ὑπὸ *ΕΛ*. *ΛΓ* ἴσ. τῷ $ι\varsigma^{κις}$ ὑπὸ *ΑΒ*.*ΒΘ*.

Ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ *ΕΛ*. *ΛΓ* ἴσον τῇ τῶν ἀπὸ *ΜΖ*. *ΖΗ* ὑπεροχῇ· καὶ τὸ $ι\varsigma^{κις}$ ἄρα ὑπὸ *ΑΒ*.*ΒΘ* ἴσ. τῇ τῶν ἀπὸ *ΜΖ*. *ΖΗ* ὑπεροχῇ, τουτέστι τῷ τε ἀπὸ *ΜΗ* καὶ τῷ δὶς ὑπὸ *ΖΗ*.*ΗΜ*· ὥστε ὁ $ι\varsigma^{κις}$ ὑπὸ *ΑΒ*.*ΒΘ* ἴσ. τῷ τε ἀπὸ *ΗΜ* καὶ τῷ δὶς ὑπὸ *ΖΗ*.*ΗΜ*· ὥστε ἄρτιός ἐστιν ὁ *ΗΜ*· τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ *Ν*] . . . .

---

1 μείζων AB_1 (item 2, 3). 2 ἐστιν *Ba*. 4 ἴσος suppl. *Ba*. 7 διχῶς AB. 8 συναμφότερος AB_1. 9 *ΛΓ*] γλ *Ba*, λβ AB. 10 $\delta^{ον}$] πρῶτον AB_1.

$$\overline{\zeta\eta}^2 + \overline{\delta\lambda}^2 = \overline{\beta\lambda}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2,$$

et $\overline{\delta\lambda}^2$, maior quam $\overline{\delta\gamma}^2$, maior est quam $\overline{\delta\varepsilon}^2$; ergo $\overline{\beta\lambda}^2 > \overline{\zeta\eta}^2$. Ponatur ergo $\zeta\mu = \beta\lambda$.) Erit

$$\overline{\zeta\mu}^2 - \overline{\zeta\eta}^2 = \varepsilon\lambda\,.\,\lambda\gamma.$$

Et quoniam $\delta\varkappa = 4(\alpha\beta + \beta\vartheta)$, et $\delta\varkappa$ bifariam sectus est in λ, erit

$$\delta\lambda = 2(\alpha\beta + \beta\vartheta);$$

quum sit $\delta\gamma = 2\alpha\vartheta$, erit

$$\lambda\gamma = 2(2\beta\vartheta) = 4\vartheta\beta, \quad \text{et} \quad \vartheta\beta = \frac{1}{4}\lambda\gamma.$$

Sed et $\alpha\vartheta$ unitas est $\frac{1}{4}$ quaternarii $\varepsilon\gamma$; addendo:

$$\alpha\beta = \frac{1}{4}\varepsilon\lambda.$$

Monstratum autem est $\vartheta\beta = \frac{1}{4}\lambda\gamma$. Ergo

$$\alpha\beta\,.\,\beta\vartheta = \frac{1}{16}\varepsilon\lambda\,.\,\lambda\gamma \quad \text{et} \quad \varepsilon\lambda\,.\,\lambda\gamma = 16\alpha\beta\,.\,\beta\vartheta.$$

Sed monstratum est

$$\varepsilon\lambda\,.\,\lambda\gamma = \overline{\mu\zeta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2;$$

ergo

$$16\,\alpha\beta.\,\beta\vartheta = \overline{\mu\zeta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2 = \overline{\mu\eta}^2 + 2\zeta\eta\,.\,\eta\mu.$$

Ita

$$16\,\alpha\beta\,.\,\beta\vartheta = \overline{\eta\mu}^2 + 2\zeta\eta\,.\,\eta\mu.$$

Ergo $\eta\mu$ par est. Bifariam secetur in ν] . . . .